

Unia Europejska
Fundusz Spójności



Fundusze
Europejskie
Pomoc Techniczna

Praca badawcza pt.

**„Metoda dekompozycji Produktu Krajowego Brutto (PKB) oraz Wartości
Dodanej Brutto (WDB) w zastosowaniu do analizy struktury różnic
regionalnych”**

Raport końcowy

Praca realizowana w ramach projektu współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Programu Operacyjnego Pomoc Techniczna 2014-2020.

Wykonawca: Centrum Badań i Edukacji Statystycznej GUS

Dyrektor Mariusz Kraj

Kierownik Projektu: Michał Lewandowski

Opracował zespół badawczy: Maciej Banaś, Dariusz Kotlewski, Joanna Kulczycka,
Dorota Doniec, Grażyna Witkowska i inni.



SPIS TREŚCI

Praca badawcza pt.....	1
Wykonawca: Centrum Badań i Edukacji Statystycznej GUS	2
Wstęp.....	5
Część A – dekompozycja wzrostu PKB <i>per capita</i> oraz różnic w poziomie WDB <i>per capita</i> względem średniej.....	6
1 Wprowadzenie	6
1.1 Idea dekompozycji wzrostu na przykładzie	9
1.2 Idea dekompozycji różnic na przykładzie	11
2 Metodologia.....	14
2.1 Podstawy matematyczne metod dekompozycji	14
2.1.1 Rozszerzenie: dekompozycja błędu przybliżenia	15
2.2 Definicje zmiennych i wskaźników wykorzystywanych w dekompozycji wzrostu oraz różnic	18
2.3 Dekompozycja wzrostu PKB <i>per capita</i>	27
2.3.1 Charakterystyka ogólna	28
2.3.2 Charakterystyka formalna	28
2.4 Dekompozycja różnic w poziomie WDB <i>per capita</i> względem średniej.....	29
2.4.1 Charakterystyka ogólna	30
2.4.2 Charakterystyka formalna dekompozycji podstawowej.....	32
2.4.3 Charakterystyka formalna pod-dekompozycji wybranych składowych	33
2.5 Dekompozycja według współczynnika Theila – podstawy metodologiczne	36
2.6 Wyzwania praktycznej implementacji dekompozycji	40
2.6.1 Dane pochodzące z różnych metodologii.....	41
2.6.2 Problemy niedokładnej mierzalności wybranych wielkości	45
2.6.3 Problem niedokładności pomiaru dostępnych zmiennych	48
3 Opis techniczny	50
3.1 Pliki wynikowe MS Excel – tablice i wykresy	51
3.1.1 Dekompozycja wzrostu dla makroregionów i województw.	51
3.1.2 Dekompozycja wzrostu dla podregionów.....	53
3.1.3 Dekompozycja różnic dla makroregionów i województw	55
3.1.4 Dekompozycja różnic PKB <i>per capita</i> dla podregionów.	59
3.1.5 Dekompozycja współczynnika Theila dla podregionów w 2012 r.	61
3.1.6 Pod-dekompozycje różnic dla województw	63
3.2 Baza danych i źródła danych.....	65
3.2.1 Baza danych dla województw i makroregionów	65
3.2.2 Baza danych dla podregionów.....	68
4 Wyniki i ich interpretacja	69
4.1 Dekompozycja wzrostu PKB <i>per capita</i>	70
4.2 Dekompozycja różnic w poziomie WDB <i>per capita</i>	71
4.3 Pod-dekompozycje różnic.....	72
4.3.1 Pod-dekompozycja różnic w wydajności pracy	72
4.3.2 Pod-dekompozycja różnic w udziale pracujących w liczbie aktywnych zawodowo	74
4.3.3 Pod-dekompozycja różnic we współczynniku aktywności zawodowej	74
4.4 Rozszerzenia dekompozycji różnic w poziomie WDB <i>per capita</i>	75
4.4.1 Dekompozycja według współczynnika Theil'a	75
4.4.2 Algorytm redukcji błędu przybliżenia dla dekompozycji różnic w WDB <i>per capita</i> dla	

województw	76
5 Aneks.....	80
Część B: Dekompozycja czynnikowa WDB na zatrudnionego.....	110
1 Wprowadzenie	110
1.1 Idea dekompozycji czynnikowej WDB na zatrudnionego	110
2 Metodologia.....	111
2.1 Źródła danych, definicje głównych zmiennych - czynników „pracy” i „kapitału”	111
2.2 Charakterystyka ogólna	113
2.3 Charakterystyka formalna	115
2.4 Implementacja oraz wyzwania metodyczne	124
3 Opis techniczny	126
3.1 Baza danych i pliki wynikowe dekompozycji czynnikowej WDB na zatrudnionego	126
4 Wyniki i interpretacja	128
4.1 Podstawowa analiza czynników.....	128
4.2 Dekompozycja przyrostów.....	139
4.3 Pozostałe wyniki i obserwacje	145
4.4 Kierunki dalszych działań.....	149
5 Aneks.....	149
SPIS RYSUNKÓW	162
SPIS TABLIC	163
SPIS WYKRESÓW.....	164
Literatura	166

Wstęp

Niniejszy Raport składa się z dwóch niezależnych od siebie części – części A, w której omówiono dekompozycje wzrostu Produktu Krajowego Brutto (PKB) *per capita* oraz różnic w poziomie Wartości Dodanej Brutto (WDB) *per capita* względem średniej oraz części B, w której omówiono dekompozycję czynnikową WDB na 1 zatrudnionego. Obie części różnią się zastosowaną metodologią. Dekompozycje w części A są bardziej ogólne, ponieważ dotyczą szerokiego spektrum procesów społeczno-gospodarczych, w tym zjawisk na rynku pracy, efektywności gospodarki oraz sytuacji na rynku pracy. Dekompozycje w części B powinny być traktowane jako komplementarne/uzupełniające względem dekompozycji analizowanych w części A. Dekompozycja czynnikowa WDB na 1 zatrudnionego jest bowiem alternatywnym sposobem dekompozycji jednej składowej dekompozycji przedstawionych w części A, mianowicie wydajności pracy. Zaletą tej metody jest próba rozdzielenia wkładu pracy i wkładu kapitału w poziom WDB na 1 zatrudnionego. Część A i część B traktowane są jako części niezależne od siebie, ponieważ specyfika tych dwóch metodologii jest na tyle odmienna, że lepiej jest analizować je osobno, wykorzystując odmienne oznaczenia i źródła danych. Poza różnicami metodologicznymi części te mają jednak taką samą strukturę. Rozdział 1 – Wprowadzenie przedstawia ideę danego typu dekompozycji. Rozdział 2 – Metodologia zawiera definicje zmiennych i wskaźników, charakterystykę ogólną oraz formalną dekompozycji, następnie omówione są wyzwania praktycznej implementacji metod w oparciu o oficjalne dane statystyczne pozyskane przez Główny Urząd Statystyczny. Rozdział 3 – Opis techniczny zawiera opis dostarczonych wraz z Raportem bazy danych, plików wynikowych i wykresów. Rozdział 4 – Wyniki i interpretacja zawiera opis przykładowej interpretacji wyników dekompozycji. Ostatni Rozdział 5 stanowi aneks, w którym umieszczono wybrane wykresy.

Część A – dekompozycja wzrostu PKB *per capita* oraz różnic w poziomie WDB *per capita* względem średniej

1 Wprowadzenie

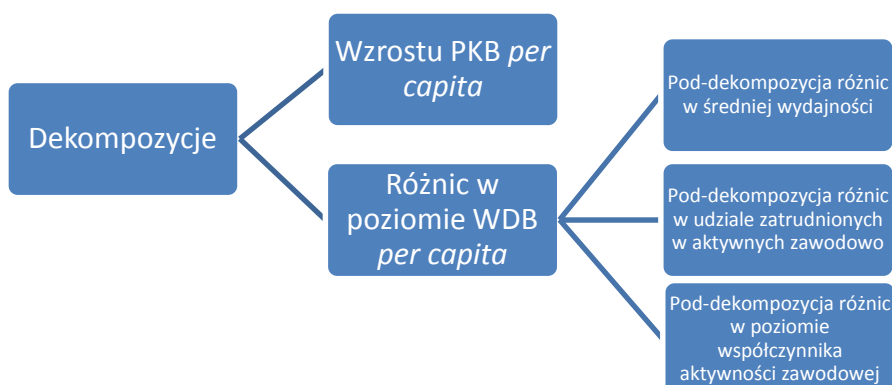
Dekompozycja wzrostu PKB *per capita* i dekompozycja różnic w poziomie WDB *per capita* pozwala na wyodrębnienie czynników obrazujących szerokie spektrum procesów zarówno gospodarczych, jak i społecznych. Przedstawione metody umożliwiają usystematyzowane i jednolite podejście do złożonego zagadnienia identyfikacji źródeł wzrostu lub rozwoju gospodarczego, ponieważ polegają na odpowiednim przetworzeniu ogólnie dostępnych danych, które są regularnie publikowane przez GUS, Eurostat i OECD. Mierniki wykorzystywane w dekompozycji, takie jak wskaźnik zatrudnienia, współczynnik aktywności zawodowej lub poziom PKB na osobogodzinę pracy pracującego, są powszechnie znane, łatwo interpretowalne i często stosowane w analizach społeczno-gospodarczych. Jednocześnie dekompozycja stanowi tylko narzędzie i jako taka nie przesądza o sposobie interpretacji wyników, jednakże pozwala budować cenne obserwacje i umożliwia ich przejrzystą prezentację, która może dotyczyć zarówno struktury, jak i ewolucji struktury wzrostu gospodarczego.

Dekompozycji można dokonać w różnych ujęciach, które wzajemnie się uzupełniają i oparte są na tej samej metodologii:

- W ujęciu dynamicznym analizowane są zmiany strukturalne w czasie dynamiki PKB *per capita*.
- W statycznym ujęciu porównawczym przeprowadzany jest rozkład różnic w poziomie WDB lub PKB dla danej jednostki (makroregionu, województwa, podregionu) w stosunku do średniej dla większego obszaru ją zawierającego (np. dla makroregionu lub województwa może to być Polska, dla podregionu może to być makroregion etc.). W ramach tego ujęcia dekompozycja uwzględnia dodatkowo regionalne zróżnicowanie ze względu na:
 - sektory gospodarki,
 - strukturę wykształcenia (poziom wykształcenia osób pracujących),
 - strukturę wiekową (w grupach wiekowych osób aktywnych zawodowo).

Poniżej przedstawiono schemat obu rodzajów dekompozycji omawianych w niniejszym tekście.

Rysunek 1: Schemat metod dekompozycji



Źródło: opracowanie własne.

Metody dekompozycji mogą być stosowane na różnych poziomach analitycznych, które wzajemnie się uzupełniają i mogą być stosowane łącznie bądź zamiennie. Wyróżniamy prezentację dekompozycji w postaci:

- a. **szeregu czasowego** – pozwala na badanie ewolucji struktury wzrostu/różnic,
- b. **danych przekrojowych** – pozwala na porównanie struktury wzrostu/różnic dla kilku jednostek terytorialnych w danym okresie czasowym,
- c. **danych panelowych** – pozwala na analizę porównawczą ewolucji struktury wzrostu/różnic dla paru jednostek terytorialnych.

Metody dekompozycji mogą być stosowane do analizy jednostek terytorialnych na różnym poziomie agregacji terytorialnej:

- a. makroregionu¹,

¹ Pojęcie makroregionu stosowane w niniejszym opracowaniu nie odpowiada jednostce NTS 1, natomiast odpowiada definicji makroregionu stosowanej przy opracowywaniu strategii ponadregionalnych przez Ministerstwo Infrastruktury i Rozwoju. Wyróżnia się 5 makroregionów: Polska Wschodnia (województwo lubelskie, podkarpackie, podlaskie, świętokrzyskie i warmińsko-mazurskie), Polska Południowa (województwo małopolskie i śląskie), Polska Centralna (województwo mazowieckie i łódzkie), Polska Północna (województwo pomorskie i kujawsko-pomorskie) oraz Polska Zachodnia (województwo zachodnio-pomorskie, wielkopolskie, lubuskie, opolskie i dolnośląskie).

- b. województwa (NTS 2),
- c. podregionu (NTS 3),
- d. etc.

Zaletą przedstawianej metody jest jej wielowymiarowość. Dodatkowo metoda jest otwarta na różnego rodzaju modyfikacje. Zostało to zobrazowane na przykładzie dekompozycji dynamicznej w podrozdziale 2.3.2.

Metodologia stosowana w niniejszej pracy opiera się na nowej, lecz uznanej już w literaturze metodologii opisanej przez Spiezia (2003)², znajdującej swe praktyczne zastosowanie w szeregu publikacji. Bardzo zbliżona metoda stosowana jest na przykład jako element analizy OECD *Regions at a Glance 2009* – jednej z flagowych publikacji OECD w zakresie opracowań regionalnych.

Metoda dekompozycji analizowana w niniejszym opracowaniu polega na rozkładzie danego miernika sytuacji gospodarczej (wzrost PKB *per capita* bądź różnice względem średniej w poziomie WDB *per capita*) na szereg czynników, które po dodaniu do siebie składają się na wartość danego miernika. Zakłada się, że wpływ tych czynników można od siebie oddzielić, zatem rozkład zapisany może być w formie liniowo-addytywnej. Zaletą tego podejścia jest prostota, łatwość prezentacji i możliwość bezpośredniej interpretacji. Wadą jest to, że nie bierze się pod uwagę tych elementów, które wyrażają jednoczesny wpływ paru czynników³ ujętych w dekompozycji, którego nie da się jednoznacznie przyporządkować do żadnego z tych czynników z osobna. W niniejszym opracowaniu po raz pierwszy została poruszona kwestia przybliżenia dekompozycji poprzez porównanie dekompozycji liniowo –addytywnej stosowanej w niniejszej analizie z dekompozycją dokładną, która dodatkowo uwzględnia wszystkie elementy „interakcyjne” pomiędzy poszczególnymi składowymi. W wyniku analizy różnicy pomiędzy tymi dekompozycjami została zaproponowana metoda redukcji błędu. Jest to szczególnie istotne w kontekście dekompozycji różnic względem średniej w poziomie WDB *per capita*, ponieważ różnice te mogą przyjmować duże wartości i błąd przybliżenia jest wówczas duży. Dzięki algorytmowi redukcji błędu dekompozycja różnic od średniej staje się możliwa bez konieczności

² Vincenzo Spiezia, *Identifying the determinants of regional performances*, 6th Session of the Working Party on Territorial Indicators, 2003.

³ Te elementy nazywać będziemy elementami „interakcyjnymi”.

akceptowania dużego błędu, co ma miejsce szczególnie w przypadku dużych różnic od średniej przy jednoczesnym zachowaniu zalet dekompozycji przybliżonej, tj. prostoty i łatwości prezentacji i interpretacji. Kwestia błędu przybliżenia staje się istotna również w przypadku dekompozycji dynamiki PKB *per capita* w sytuacji, kiedy zmiany w czasie są odpowiednio duże, co może mieć miejsce szczególnie jeśli kolejne analizowane okresy są od siebie mocno odległe w czasie. O wadze problemu przybliżenia świadczy fakt, iż z powodu nie uwzględnienia w pracach Spiezia problemu błędu przybliżenia, niemożliwe okazało się zastosowanie tej metodologii w ujęciu statyczno-porównawczym tj. w rozkładzie różnic w poziomie WDB *per capita* dla regionu w stosunku do średniej dla grupy regionów. W związku z tym ograniczono się do wykorzystania dekompozycji w ujęciu dynamicznym, tj. rozkładu wzrostu (w okresie rocznym) WDB *per capita*. W niniejszej publikacji, dzięki poruszeniu problemu błędu przybliżenia rozkładu oraz opracowaniu sposobu uwzględnienia go w rozkładzie, możliwe stało się wykorzystanie metodologii dekompozycji w pełnym zakresie, tj. w obu ujęciach, dynamicznym i statyczno-porównawczym.

Praca składa się z czterech rozdziałów. Rozdział 1 wprowadza idee podstawowych metod dekompozycji. W rozdziale 2 omówiona została metodologia różnych rodzajów dekompozycji. Najpierw przedstawiono ogólną metodę dekompozycji w zapisie matematycznym wraz z autorskim rozszerzeniem tej metody na analizę błędu przybliżenia. Następnie wprowadzono zmienne i wskaźniki wykorzystywane w dekompozycjach. W kolejnych dwóch podrozdziałach omówiono metodologię dekompozycji wzrostu PKB *per capita* oraz różnic w poziomie WDB *per capita* względem średniej. W kolejnej części wprowadzono metodologię dekompozycji według współczynnika Theila. Wyzwania praktycznej implementacji przedstawionych metod zostały opisane w następnym podrozdziale. W rozdziale 3 przedstawiono opis techniczny bazy danych, plików wynikowych oraz narzędzia programu MS Excel z makrami VBA. Rozdział 4 zawiera wyniki i ich interpretacje. W aneksie na końcu raportu zebrano wybrane wykresy.

1.1 Idea dekompozycji wzrostu na przykładzie

Zacznijmy od przykładu dekompozycji wzrostu PKB *per capita*. Realne PKB *per capita* można zapisać jako iloczyn wskaźników dotyczących:

- Efektywności gospodarki
 - Średnia wydajność pracy
- Rynku pracy

- Wskaźnik zatrudnienia
- Faktyczny roczny czas pracy
- Demografii
 - Udział populacji 15-64 w całości populacji

Wybrane wskaźniki ilustrują syntetyczny sposób opisu złożonej struktury gospodarki i jako takie powinny być traktowane jako bardzo wycinkowy obraz całości. Są to jednak wskaźniki powszechnie wykorzystywane oraz oficjalnie publikowane przez GUS. Przykładowy sposób zapisu realnego PKB *per capita* na składniki opisane powyżej może być następujący:

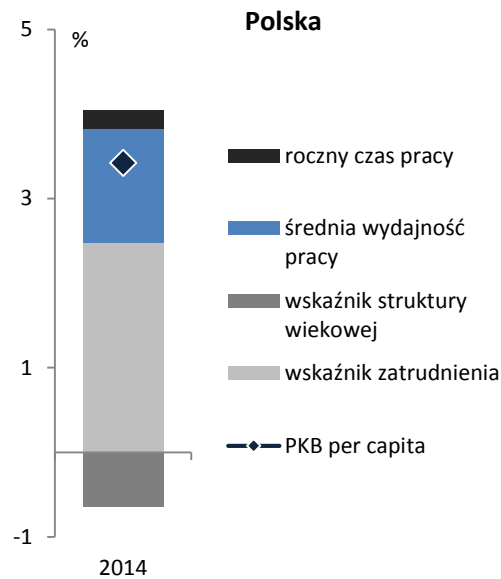
$$\underbrace{\frac{\text{PKB}}{\text{Populacja}}}_{\text{PKB per capita}} = \underbrace{\frac{\text{PKB}}{\text{Pracujący} \times \text{Czas pracy}}}_{\text{wydajność pracy}} \times \underbrace{\frac{\text{Pracujący}}{\text{Populacja 15-64}}}_{\text{wsk. zatrudnienia}} \times \text{Czas pracy} \times \underbrace{\frac{\text{Populacja 15-64}}{\text{Populacja}}}_{\text{wsk. str. wiekowej}}$$

Powyzsza postać multiplikatywna wyrażenia może zostać przekształcona w postać addytywną przy przejściu na **względne zmiany w czasie** odpowiednich wskaźników – poniżej podajemy przykład dla realnego PKB *per capita* Polski w 2014 r.:

$$\underbrace{\Delta_t^{\%} \frac{\text{PKB}}{\text{Populacja}}}_{+3,42\%} \approx \underbrace{\Delta_t^{\%} \frac{\text{PKB}}{\text{Pracujący} \times \text{Czas pracy}}}_{+1,36\%} + \underbrace{\Delta_t^{\%} \frac{\text{Pracujący}}{\text{Populacja 15-64}}}_{+2,47\%} + \underbrace{\Delta_t^{\%} \text{Czas pracy}}_{+0,22\%} + \underbrace{\Delta_t^{\%} \frac{\text{Populacja 15-64}}{\text{Populacja}}}_{-0,64\%}$$

Powyzsza zależność zachodzi w sposób przybliżony przy założeniu małych zmian względnych poszczególnych wskaźników. Wykres 1 przedstawia tę przykładową dekompozycję:

Wykres 1: Dekompozycja wzrostu realnego PKB per capita Polski w 2014 r.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Powyższy przykład obrazuje, w jaki sposób zmiany w czasie PKB *per capita* mogą zostać rozbite na addytywne składowe zmiany dotyczące różnych obszarów gospodarki.

1.2 Idea dekompozycji różnic na przykładzie

Drugi przykład dotyczy dekompozycji różnic w poziomie WDB *per capita*. WDB *per capita* można rozbić jako iloczyn wybranych wskaźników dotyczących:

- efektywności gospodarki:
 - średnia wydajność pracy,
- rynku pracy:
 - wskaźnik zatrudnienia zapisany jako iloczyn:
 - udziału pracujących w liczbie aktywnych zawodowo,
 - oraz współczynnika aktywności zawodowej,
 - faktyczny roczny czas pracy,
- demografii:
 - udział populacji w wieku 15-64 lat w całości populacji.

Powyższy podział jest podobny do podziału wykorzystanego przy ilustracji dekompozycji wzrostu, różni się jednak od niego, aby uwzględnić różną specyfikę dwóch metod dekompozycji. Przykładowy sposób zapisu WDB *per capita* na składniki opisane powyżej może być następujący:

$$\frac{\text{WDB}}{\text{Populacja}} = \frac{\text{WDB}}{\text{Pracujący} \times \text{Czas pracy}} \times \frac{\text{Pracujący}}{\text{Aktywni zawodowo}} \times \frac{\text{Aktywni zawodowo}}{\text{Populacja 15-64}} \times \text{Czas pracy}$$

WDB *per capita*
wydajność pracy
wskaźnik zatrudnienia
wsp. akt. zawodowej

$$\times \frac{\text{Populacja 15-64}}{\text{Populacja}} \times \text{Różnice w metodologii}$$

wskaźnik str. wiekowej

Liczba przeciętnie pracujących w ciągu roku jest liczona inaczej na potrzeby wydajności pracy (zgodna z Rachunkami Narodowymi) i inaczej w zastosowaniu do wskaźnika zatrudnienia (według BAEL): w wyrażeniu powyżej zaznaczone kolejno kolorem czerwonym i zielonym.

Populacja 15-64 jest liczona inaczej na potrzeby wskaźnika zatrudnienia i współczynnika aktywności zawodowej (według BAEL) i inaczej na potrzeby badań demograficznych i wykorzystywanej do liczenia wskaźnika struktury wiekowej: w wyrażeniu powyżej zaznaczone kolejno kolorem zielonym i niebieskim.

Stąd składnik „Różnice w metodologii” dzieli się na dwie składowe: te wynikające z „przejścia” z jednej liczby pracujących na drugą i tę wynikającą z „przejścia” jednej populacji 15-64 na drugą.

Powyższa postać multiplikatywna wyrażenia może zostać przekształcona w postać addytywną przy przejściu na **różnice względem średniej** odpowiednich wskaźników – poniżej podajemy przykład dla WDB *per capita* według parytetu siły nabywczej Polski w stosunku do Unii Europejskiej w roku 2014:

$$\underbrace{\Delta_{\text{PL vs UE}}^{\%} \frac{\text{WDB}}{\text{Populacja}}}_{-32,1\%} = \underbrace{\Delta_{\text{PL vs UE}}^{\%} \frac{\text{WDB}}{\text{Pracujący} \times \text{Czas pracy}}}_{-41,2\%} + \underbrace{\Delta_{\text{PL vs UE}}^{\%} \frac{\text{Pracujący}}{\text{Aktywni zawodowo}}}_{+1,4\%} + \underbrace{\Delta_{\text{PL vs UE}}^{\%} \frac{\text{Aktywni zawodowo}}{\text{Populacja 15-64}}}_{-6,1\%}$$

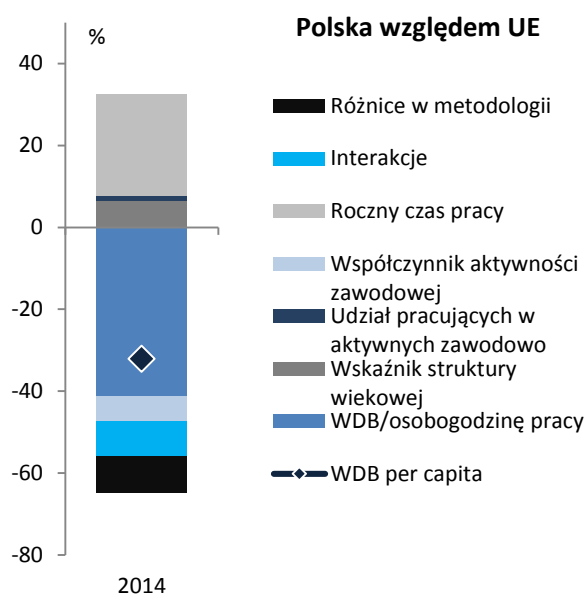
$$+ \underbrace{\Delta_{\text{PL vs UE}}^{\%} \text{Czas pracy}}_{+24,9\%} + \underbrace{\Delta_{\text{PL vs UE}}^{\%} \frac{\text{Populacja 15-64}}{\text{Populacja}}}_{+6,4\%} + \underbrace{\text{Różnice w metodologii}}_{-8,8\%} + \underbrace{\text{Interakcje}}_{-8,6\%}$$

Powyższa zależność zachodzi w sposób ścisły z uwagi na uwzględnienie elementu „Interakcje”, który reprezentuje przybliżenie będące rezultatem przejścia z formy multiplikatywnej do formy addytywnej. Powodem umieszczenia dodatkowego elementu w dekompozycji różnic przy jednoczesnym nie uwzględnieniu podobnego elementu w dekompozycji wzrostu jest fakt, iż

roczne zmiany w czasie poszczególnych wskaźników są najczęściej małe (<10%) przez co dokładność przybliżenia w dekompozycji może być uznana za wystarczającą (błąd najczęściej <0,1%). Z drugiej strony różnice w poziomie wskaźników dla Polski w stosunku do średniej dla UE są najczęściej znacznie większe i stąd dokładność przybliżenia jest mniejsza, co sprawia, że jest konieczne, aby uwzględnić błąd (reprezentowany za pomocą elementu „Interakcje”⁴).

Wykres 2 przedstawia przykładową dekompozycję różnic:

Wykres 2: Dekompozycja różnic w poziomie realnego PKB per capita według parytetu siły nabywczej Polski w stosunku do Unii Europejskiej w 2014 r.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Powyższy przykład pokazuje w jaki sposób różnice w poziomie WDB *per capita* mogą zostać rozbite na addytywne składowe różnice dotyczące różnych obszarów gospodarki.

⁴ W dalszej części opracowania znajduje się dyskusja na temat błędu przybliżenia oraz sposobów radzenia sobie z nim przy wykorzystaniu algorytmu redukcji błędów poprzez uwzględnienie części elementów interakcyjnych z dekompozycji pełnej – stąd nazwa „Interakcje”.

2 Metodologia

W niniejszej części przedstawiony zostanie zarys teoretyczny metod.

2.1 Podstawy matematyczne metod dekompozycji

Niech dany wskaźnik X , którego chcemy opisywać (np. PKB *per capita*), będzie zapisany jako iloczyn N składowych:

$$X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_N, \quad (*)$$

gdzie zarówno X , jak i wszystkie zmienne X_i są dodatnie. Dla potrzeb implementacji ważne jest, aby poszczególne składowe miały interpretację ekonomiczną i podobnie jak w przykładzie powyżej dotyczyły poszczególnych aspektów mających wpływ na strukturę X .

Większość wskaźników ekonomicznych daje się zapisać w formie (*) opisanej powyżej, czyli w postaci multiplikatywnej. Często pojawia się potrzeba sprowadzenia wyrażenia do postaci addytywnej, gdyż postać taka jest łatwiejsza w interpretacji. W tym celu, powyższe wyrażenie wystarczy zlogarytmować:

$$\log X = \log X_1 + \log X_2 + \dots + \log X_N$$

Następnie korzystając z przybliżenia $\Delta \log x \cong \Delta x/x$ dla małych Δx możemy zapisać:

$$\frac{\Delta X}{X} \cong \frac{\Delta X_1}{X_1} + \frac{\Delta X_2}{X_2} + \dots + \frac{\Delta X_N}{X_N}, \quad (**)$$

gdzie $\Delta X_i/X_i$ oznacza zmianę procentową składowej X_i .

W wyniku prostego przekształcenia wyrażenia multiplikatywnego otrzymujemy postać addytywną, gdzie poszczególne elementy są zmianami względnymi początkowych zmiennych, przy czym „względność” tych zmian dotyczyć może zarówno czasu, jak i porównań między jednostkami. W szczególności, jeśli X oznacza PKB *per capita* dla Polski w roku 2013, to $\frac{\Delta X}{X}$ może oznaczać wzrost PKB *per capita* w 2014 roku w stosunku do roku 2013, tj. ogólnie dynamikę tej zmiennej, ale może również oznaczać różnicę w poziomie PKB *per capita* dla Polski względem średniej dla całej Unii Europejskiej. W pierwszym przypadku ΔX oznacza zmianę w czasie zmiennej X , natomiast w drugim przypadku ΔX oznacza różnicę względem średniego poziomu zmiennej X . Te dwa przypadki odpowiadają dwom rodzajom dekompozycji przedstawionym na Rysunku Rysunek 1, tj. dekompozycji wzrostu PKB *per capita* oraz dekompozycji różnic względem

średniej w poziomie WDB *per capita*. Powód, dla którego w jednym przypadku mowa jest o PKB *per capita*, a w drugim o WDB *per capita*, jest taki, że dekompozycja różnic względem średniej umożliwia dodatkowe pod-dekompozycje, które są opisane w dalszej części pracy, a te dekompozycje wymagają danych szczegółowych, które dostępne są tylko dla WDB *per capita*, a nie są dostępne dla PKB *per capita*. Jednak ponieważ PKB i WDB różnią się zasadniczo tym, że PKB zawiera podatki od produktów a nie zawiera dotacji do produktów, a WDB odwrotnie, to nie ma to większego znaczenia dla wyjaśnienia struktury wzrostu gospodarczego bądź struktury różnic względem średniej w poziomie rozwoju gospodarczego.

Własność przybliżenia logarytmu przedstawiona powyżej (**), która umożliwia przedstawienie składowych zmian zmiennej X w postaci addytywnej będzie wykorzystywana w metodach dekompozycji przedstawionych w niniejszej pracy.

2.1.1 Rozszerzenie: dekompozycja błędu przybliżenia

Przekształcenie w postać addytywną wykorzystywane w metodzie dekompozycji a opisane w rozdziale 2.1 nie zachodzi w sposób ścisły, ponieważ przyjmuje się przybliżenie liniowe funkcji logarytmicznej. Zatem opisana własność zachodzi tylko wówczas, gdy przyrosty zmiennych są małe⁵. W praktyce oznacza to, że dla małych przyrostów poszczególnych zmiennych (ΔX_i), mały jest również błąd przybliżenia. Nawiązując do dekompozycji opisanych w niniejszej pracy, małych wartości przyrostów ΔX_i można się spodziewać w przypadku dekompozycji dynamicznej, ponieważ wówczas ΔX_i oznacza zmianę zmiennej X_i w czasie, a roczne przyrosty (bądź spadki) zmiennych rzadko przekraczają 10%. Na przykład, w 2007 roku wzrost realnego PKB *per capita* w poszczególnych województwach Polski oscylował w granicach od trzech do dziewięciu procent w zależności od województwa. Z kolei zmienna ΔX_i dla dekompozycji różnic regionalnych oznacza różnicę w stosunku do średniej, a ta zaś dla regionów bardzo zróżnicowanych może okazać się wysoka. Na przykład, poziom WDB *per capita* w województwie mazowieckim w 2004 roku był ponad 50% wyższy od średniej dla Polski. Dlatego problem przybliżenia jest szczególnie istotny w przypadku dekompozycji różnic regionalnych, choć dla dekompozycji dynamicznej również występuje.

Poniższa analiza dotycząca błędu przybliżenia ma na celu wskazanie sposobu, w jaki z błędem

⁵ Formalnie tylko wówczas, gdy przyrosty absolutne poszczególnych zmiennych dążą do zera.

przybliżenia można postępować.

Wartość ΔX można obliczyć stosując wyrażenie (**). Jednak jest to tylko przybliżona wartość w przypadku, gdy przyrosty zmiennych są małe. Dokładny wzór uzyskujemy w wyniku zastosowania definicji (*) dla nowej wartości zmiennej X i przemnożenia odpowiednich składowych:

$$\begin{aligned}
 (X + \Delta X) &= (X_1 + \Delta X_1) \times (X_2 + \Delta X_2) \times \dots \times (X_N + \Delta X_N) \\
 &= X_1 X_2 \dots X_N + \\
 &+ \Delta X_1 X_2 \dots X_N + X_1 \Delta X_2 \dots X_N + \dots + X_1 X_2 \dots \Delta X_N + \\
 &+ \Delta X_1 \Delta X_2 \dots X_N + \Delta X_1 X_2 \Delta X_3 \dots X_N + \dots + X_1 X_2 \dots \Delta X_{N-1} \Delta X_N + \\
 &+ \dots + \\
 &+ \Delta X_1 \Delta X_2 \dots \Delta X_N
 \end{aligned}$$

W wyniku prostego algebraicznego przekształceniu, otrzymujemy postać dokładnego rozkładu przyrostów względnych zmiennej X :

$$\begin{aligned}
 \frac{\Delta X}{X} &= \overbrace{\left[\frac{\Delta X_1}{X_1} + \frac{\Delta X_2}{X_2} + \dots + \frac{\Delta X_N}{X_N} \right]}^{\text{część ujęta w dekompozycji}} + \\
 &+ \frac{\Delta X_1}{X_1} \frac{\Delta X_2}{X_2} + \frac{\Delta X_1}{X_1} \frac{\Delta X_3}{X_3} + \dots + \frac{\Delta X_{N-1}}{X_{N-1}} \frac{\Delta X_N}{X_N} + \\
 &+ \dots + \\
 &+ \frac{\Delta X_1}{X_1} \frac{\Delta X_2}{X_2} \dots \frac{\Delta X_N}{X_N}, \quad (***)
 \end{aligned}$$

Jak widać, dokładne rozwinięcie przyrostów zmiennej X jest sumą części ujętej w dekompozycji opisanej wzorem (***) oraz reszty. Zatem błąd przybliżenia zdefiniować można następująco:

$$\begin{aligned}
 &\frac{\Delta X_1}{X_1} \frac{\Delta X_2}{X_2} + \frac{\Delta X_1}{X_1} \frac{\Delta X_3}{X_3} + \dots + \frac{\Delta X_{N-1}}{X_{N-1}} \frac{\Delta X_N}{X_N} + \\
 &+ \dots + \\
 &+ \frac{\Delta X_1}{X_1} \frac{\Delta X_2}{X_2} \dots \frac{\Delta X_N}{X_N}
 \end{aligned}$$

Z powyższego wyprowadzenia widać, że błąd przybliżenia można podzielić na czynniki drugiego rzędu, trzeciego i tak aż do N-tego rzędu. Jeśli przyrosty poszczególnych zmiennych są małe, tym bardziej małe będą ich iloczyny i tym samym błąd przybliżenia można uznać za nieistotny. W sytuacji, gdy przyrosty poszczególnych zmiennych nie są wystarczająco małe, w oparciu o istotne elementy wyższego rzędu, możliwe jest wprowadzenie odpowiednich poprawek. Zaletą takiego

rozkładu błędu jest to, iż znamy jego strukturę, a jednocześnie decydując się na zastosowanie dekompozycji w praktyce mamy pełną elastyczność w zakresie doboru ilości składowych, na których nam zależy. Możliwe jest bowiem wprowadzenie dodatkowych elementów interakcyjnych obok głównych składowych dekompozycji w celu obniżenia błędu przybliżenia. Jednocześnie, nie jest koniecznym uwzględnienie wszystkich elementów podobnie jak w wyrażeniu (***) – uczyniłoby to zresztą dekompozycję mało przejrzystą i trudną w interpretacji, a dodatkowo praktycznie uniemożliwiłoby przejrzystą prezentację graficzną składowych dekompozycji. Jednakże dzięki znajomości struktury błędu przybliżenia, można zdecydować się na włączenie do dekompozycji tych elementów interakcyjnych drugiego i ewentualnie wyższych rzędów, które są relatywnie wysokie co do wartości w porównaniu do innych elementów błędu i jako takie w głównej mierze odpowiadają za wysokość samego błędu przybliżenia. Zmienne drugiego i wyższych rzędów jest co prawda trudniej interpretować, jednak nie jest to niemożliwe. Na przykład zmienna drugiego rzędu taka jak $\frac{\Delta X_1}{X_1} \frac{\Delta X_2}{X_2}$ reprezentuje wpływ jednoczesnej zmiany zmiennej X_1 i zmiennej X_2 , którego nie da się przyporządkować wyłącznie jednej z tych zmiennych. Tego typu zmienne interakcyjne mają zatem podobną interpretację do zmiennych multiplikatywnych używanych w ekonometrii często, gdy liniowa postać modelu ekonometrycznego zostanie negatywnie zweryfikowana i konieczne jest włączenie nieliniowych elementów.

Zatem istnieje prosta zależność pomiędzy wielkością błędu przybliżenia, na którą musimy się zgodzić a prostotą i łatwością w interpretacji składowych rozkładu. Gdy więc błąd przybliżenia w dekompozycji liniowej⁶ jest nieakceptowalny, wówczas trzeba znaleźć kompromisowe rozwiązanie pomiędzy dekompozycją pełną a dekompozycją liniową. Można to na przykład zrobić dla danego poziomu akceptowalnego błędu przybliżenia i dobrać minimalną ilość składowych wyższego rzędu w kolejności wielkości, która spowoduje obniżenie błędu przybliżenia poniżej zadanej wielkości.

Reasumując, powyższa metoda uwzględnienia błędu przybliżenia dekompozycji umożliwia dokonanie dekompozycji i jej sensowną interpretację w sytuacji, gdy przyrosty bądź różnice dla poszczególnych zmiennych są duże. W publikacji OECD *Regions at a Glance 2009*

⁶ Tj. takim, w którym występują wyłącznie zmienne pierwszego rzędu.

prawdopodobnie właśnie duże wartości różnic dla zmiennych, a co za tym idzie duży błąd przybliżenia dekompozycji, spowodowały rezygnację z publikowania dekompozycji różnic regionalnych i dlatego porzeczano na dekompozycji wzrostu PKB *per capita*. Wyżej omówiona metoda pozwala na rozwiązanie tego problemu przy użyciu metody rozkładu błędu opisanego powyżej. Praktyczne zastosowanie tej metody zostanie zaprezentowane w dalszej części pracy.

2.2 Definicje zmiennych i wskaźników wykorzystywanych w dekompozycji wzrostu oraz różnic

Aby wprowadzić zapis formalny dekompozycji, potrzebne są definicje i notacja dla poszczególnych zmiennych. Wprowadźmy następujące oznaczenia:

- DW – dekompozycja wzrostu PKB *per capita*
- DR – dekompozycja różnic w poziomie WDB *per capita*
- PDR1, PDR2, PDR3 – pod-dekompozycja różnic składowych dekompozycji DR

Stosowane są również następujące subskrypty przy zmiennych:

- Subskrypt „i” oznacza daną jednostkę terytorialną (np. województwo),
- Subskrypt „s” oznacza grupy sekcji według podziału PKD 2007
- Subskrypt „w” oznacza grupy wiekowe
- Subskrypt „e” oznacza grupy wykształcenia

Tablica 1 zawiera spis zmiennych wykorzystanych w metodach dekompozycji. Źródła danych podane są w Rozdziale 5 - Aneksie.

Tablica 1: Spis zmiennych wykorzystywanych w dekompozycji

Lp.	Oznaczenie	Zmienna	Metodologia	Rodzaj dekompozycji*	Liczba podkategorii j	Uwagi
1	PKB_i	PKB ogółem w cenach stałych	Rachunki regionalne PKD 2007, ESA 2010	DW		wyliczone z PKB ogółem w cenach bieżących przemnożone przez dynamikę PKB ogółem w cenach stałych
2	WDB_i	WDB ogółem w cenach bieżących	Rachunki regionalne, PKD 2007, ESA 2010	DR		Alternatywnie w cenach stałych: można policzyć wykorzystując dynamikę PKB ogółem w cenach stałych oraz deflatory dla poszczególnych grup sekcji na poziomie krajowym (założenie byłoby takie, że nie ma interakcji między grupami sekcji a województwami, tj. deflatory dla tych dwóch przekrojów są niezależne od siebie)
3	WDB_is	WDB ogółem w cenach bieżących według grup sekcji s	Rachunki regionalne, PKD 2007, ESA 2010	PDR1	7 grup sekcji: A, BDE, C, F, GHIJ, KL, MNOPQRST	
4	PP_i	Przeciętna liczba pracujących w miejscu pracy	Badania przedsiębiorstw, ale osobna kategoria zgodna z Rachunkami regionalnymi	DW, DR		wyliczone jako iloraz WDB ogółem w cenach bieżących i WDB na 1 pracującego w cenach bieżących
5	PP_is	Przeciętnie liczba pracujący w miejscu pracy według grup sekcji s	Badania przedsiębiorstw, ale osobna kategoria zgodna z Rachunkami regionalnymi	PDR1	7 grup sekcji: A, BDE, C, F, GHIJ, KL, MNOPQRST	wyliczone jako iloraz WDB ogółem w cenach bieżących według grup sekcji s i WDB na 1 pracującego w cenach bieżących według grup sekcji s

Lp.	Oznaczenie	Zmienna	Metodologia	Rodzaj dekompozycji*	Liczba podkategorii j	Uwagi
6	N_i	Populacja ogółem	Stan ludności	DW, DR		wyliczone jako iloraz PKB lub WDB ogółem w cenach bieżących i PKB lub WDB per capita w cenach bieżących, alternatywnie ludność ogółem (faktyczne miejsce zamieszkania) stan na 30 VI
7	N15+_i	Populacja 15+	Stan ludności	DW, DR		wyliczona jako różnica ludności ogółem i ludności w wieku przedprodukcyjnym (14 lat i mniej)
8	NB15+_i	Populacja 15+	BAEL	DW, DR		Alternatywnie te same kategorie ale w wieku produkcyjnym 15-59/64
9	NB15+_iw	Populacja 15+ według grup wiekowych w	BAEL	PDR3	4 grupy wiekowe: 15-29, 30-39, 40-49, 50+	
10	AZ_i	Aktywni zawodowo 15+	BAEL	DW, DR		Alternatywnie te same zmienne ale w wieku produkcyjnym 15-59/64
11	AZ_iw	Aktywni zawodowo 15+ według grup wiekowych	BAEL	PDR3	4 grupy wiekowe: 15-29, 30-39, 40-49, 50+	
12	AZ_ie	Aktywni zawodowo 15+ według grup wykształcenia (edukacji)	BAEL	PDR2	5 grup wykształcenia: wyższe, policealne oraz średnie zawod., średnie ogólnokoszt., zasad. zawod., gimnazj., podstaw. i niższe	
13	PZ_i	Pracujący w miejscu zamieszkania 15+	BAEL	DW, DR		Alternatywnie te same zmienne ale w wieku produkcyjnym 15-59/64

Lp.	Oznaczenie	Zmienna	Metodologia	Rodzaj dekompozycji*	Liczba podkategorii j	Uwagi
14	PZ_ie	Pracujący w miejscu zamieszkania 15+ według grup wykształcenia (edukacji)	BAEL	PDR2	5 grup wykształcenia: patrz powyżej	

*Patrz objaśnienia strona 18.

Na podstawie tych podstawowych zmiennych budowane są wskaźniki, które znajdują zastosowanie w omawianych metodach dekompozycji. Tablica 2 przedstawia te wskaźniki.

Poniżej przedstawiono krótką dyskusję na temat zastosowania tych wskaźników:

1. Zmienną dekomponowaną zarówno w dekompozycji wzrostu, jak i w dekompozycji różnic może być PKB *per capita*. W przypadku dekompozycji różnic zdecydowano się jednak na dekompozycję WDB *per capita*. Powodem jest to, że dla WDB dostępne są szczegółowe dane w rozbiciu na sekcje PKD a dla PKB takich danych brakuje. Te dane wykorzystywane są do pod-dekompozycji różnic w wydajności pracy, jednej z głównych składowych dekompozycji różnic.
2. Średnia wydajność pracy może być zdefiniowana albo jako WDB bądź PKB na 1 pracującego lub też jako WDB bądź PKB na osobogodzinę pracy osoby pracującej. Ten drugi rodzaj wydajności, który dodatkowo uwzględnia faktyczny roczny czas pracy został zastosowany w przykładowej dekompozycji różnic dla Polski względem Unii Europejskiej w 2014 r. we wprowadzeniu do niniejszego Raportu. W pozostałych dekompozycjach zastosowano jednak pierwszą definicję wydajności pracy (WDB lub PKB na 1 pracującego), ponieważ dane dotyczące czasu pracy w odpowiednich sekcjach PKD dla makroregionów, województw i podregionów nie są dostępne.

Tablica 2: Spis wskaźników stosowanych w obu rodzajach dekompozycji

Lp.	Wskaźnik	Opis	Dwie metodologie*	Rodzaj dekompozycji*	Uwagi
1	PKB _i /N _i	PKB <i>per capita</i>	ESA/demo	DW	Zmienna dekomponowana
2	WDB _i /N _i	WDB <i>per capita</i>	ESA/demo	DR	Zmienna dekomponowana
3	PKB _i /PP _i	PKB na 1 pracującego	Nd.	DW	Alternatywnie: PKB _i /(PP _i *H _i), gdzie H _i oznacza faktyczny roczny czas pracy osoby pracującej
4	WDB _i /PP _i	WDB na 1 pracującego	Nd.	DR	
5	WDB _{is} /PP _{is}	WDB na 1 pracującego w grupie sekcji s	Nd.	PDR1	
6	PP _{is} /PP _i	Udział pracujących w grupie sekcji s w ogóle pracujących	Nd.	PDR1	
7	PP _i /PZ _i *(PZ/PP)	Współczynnik dojazdów do pracy netto	ESA/BAEL	DW/DR	PZ/PP oznacza iloraz pracujących ogółem w Polsce według BAEL i według ESA, uwzględnienie tego elementu jest konieczne, aby wyeliminować błąd doboru próby; sam współczynnik dojazdów do pracy jest zatem ilorazem udziału liczby pracujących w miejscu pracy w danym województwie oraz udziału liczby pracujących w miejscu zamieszkania w danym województwie
8	PZ _i /AZ _i	Udział pracujących w aktywnych zawodowo	Nd.	DW/DR	
9	PZ _{ie} /AZ _{ie}	Udział pracujących w aktywnych zawodowo w grupie wykształcenia e	Nd.	PDR2	

Lp.	Wskaźnik	Opis	Dwie metodologie*	Rodzaj dekompozycji*	Uwagi
10	AZ_ie/AZ_i	Udział aktywnych zawodowo w grupie wykształcenia e w ogóle akt. zawod.	Nd.	PDR2	
11	AZ_i/NB15+_i	Współczynnik aktywności zawodowej	Nd.	DW/DR	Alternatywnie te same wskaźniki dla ludności w wieku produkcyjnym
12	NB15+_i/N15+_i	Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo	BAEL/demo	DW/DR	
13	N15_i/N_i	Wskaźnik struktury wiekowej	Nd.	DW/DR	
14	AZ_iw/NB15+_iw	Współczynnik aktywności zawodowej dla grupy wiekowej w	Nd.	PDR3	
15	NB15+_iw/NB15+_i	Udział populacji 15+ w grupie wiekowej w całości populacji 15+	Nd.	PDR3	

*BAEL: Badanie Aktywności Ekonomicznej Ludności, ESA: European System of National and Regional Accounts in the European Union (ESA 2010), demo: badania demograficzne

3. Następnym wskaźnikiem stosowanym w niniejszej pracy jest współczynnik dojazdów do pracy. Jest on zdefiniowany jako iloraz liczby pracujących w miejscu pracy w jednostce terytorialnej i i liczby pracujących w miejscu zamieszkania w tejże jednostce :

$$\frac{PP_i}{PZ_i} = \frac{PZ_i + DN_i}{PZ_i} = 1 + \frac{DN_i}{PZ_i},$$

gdzie DN_i oznacza dojazdy do pracy netto i jest to różnica pomiędzy liczbą pracujących w miejscu pracy w jednostce i i liczbą pracujących w miejscu zamieszkania w jednostce i ⁷. Zauważmy, że w momencie kiedy rozpatrujemy różnice lub dynamikę współczynnika dojazdów do pracy, wówczas zachodzi następująca relacja:

$$\Delta \frac{PP_i}{PZ_i} = \Delta \frac{DN_i}{PZ_i}$$

Współczynnik dojazdów do pracy umożliwia uwzględnienie wpływu osób, które zamieszkują w jednej jednostce terytorialnej a pracują w drugiej, wytwarzając tam wartość dodaną. Wpływ ten jest szczególnie znaczący, im mniejsze obszary analizujemy, ponieważ dojazdy do pracy rzadko występują na znacznych odległościach. W szczególności, jeśli by zignorować grono osób zamieszkujących teren Rzeczypospolitej Polskiej a pracujących za granicą, to na terytorium całej Polski liczba pracujących w miejscu zamieszkania jest równa liczbie pracujących w miejscu pracy i uwzględnianie dojazdów do pracy nie ma wówczas sensu. W przypadku mniejszych jednostek terytorialnych, takich jak województwa albo, nawet bardziej, powiaty lub gminy, dojazdów do pracy nie powinno się ignorować⁸, mogą bowiem w znaczny sposób wpływać na wyniki danego regionu. W podrozdziale 2.6 dotyczącym wyzwań praktycznej implementacji poruszono problem różnych prób (*sampling error*) przy liczeniu współczynnika dojazdów netto i wyjaśniono sens stosowanej poprawki,

⁷ Ponieważ aktywni zawodowo to pracujący i bezrobotni, a skoro bezrobotni nie mają pracy to w ich przypadku rozróżnienie pomiędzy miejscem pracy i miejscem zamieszkania jest bezprzedmiotowe, zatem dojazdy netto można alternatywnie zdefiniować jako różnicę pomiędzy liczbą aktywnych zawodowo w miejscu pracy a liczbą aktywnych zawodowo w miejscu zamieszkania w danym województwie.

⁸ Por. Kruszka K. (red.), *Dojazdy do pracy w Polsce. Terytorialna identyfikacja przepływów ludności związanych z zatrudnieniem*. Główny Urząd Statystyczny i Urząd Statystyczny w Poznaniu, Poznań 2010.

tj. zastosowanie wzoru $\left(\frac{PP_i}{PZ_i}\right) / \left(\frac{PP}{PZ}\right)$ zamiast prostego $\frac{PP_i}{PZ_i}$, gdzie zmienne z subskryptem dotyczą danej jednostki terytorialnej (makroregionu, województwa lub podregionu) a zmienne bez subskryptu to zmienne dla Polski.

4. Kolejnym wskaźnikiem używanym w dekompozycjach analizowanych w niniejszym opracowaniu jest udział pracujących w liczbie aktywnych zawodowo, zdefiniowany jako iloraz liczby pracujących w miejscu zamieszkania i liczby aktywnych zawodowo w miejscu zamieszkania: $\frac{PZ_i}{AZ_i}$.

5. Współczynnik aktywności zawodowej definiujemy na dwa możliwe sposoby⁹ jako stosunek:

a. Liczby aktywnych zawodowo do populacji w wieku od 15 roku życia: $\frac{AZ_i}{NB_i^{15+}}$

b. Liczby aktywnych zawodowo do liczby populacji ludzi w wieku produkcyjnym¹⁰: $\frac{AZ_i}{NB_i^{15-64}}$

Podobnie na dwa sposoby można zdefiniować wskaźnik zatrudnienia ($\frac{PZ_i}{NB_i^{15+}}$ lub

$\frac{PZ_i}{NB_i^{15-64}}$), który jest iloczynem udziału pracujących w aktywnych zawodowo (por. punkt

4. Powyżej) oraz współczynnika aktywności zawodowej.

Odpowiednie definicje przy uwzględnieniu wieku 15-64 zastosowano w przykładowych dekompozycjach dla Polski w 2014 r. na początku niniejszego Raportu. W dekompozycjach dla województw zastosowano jednak wskaźniki uwzględniające wiek 15 lat i więcej, ponieważ ta kategoria, w odróżnieniu od tej uwzględniającej wiek 15-64 lat, jest spójna z grupami wiekowymi stosowanymi przy pod-dekompozycji różnic w poziomie współczynnika aktywności zawodowej. Obie definicje umożliwiają oddzielenie wpływu zjawisk zachodzących na rynku pracy od zjawisk czysto demograficznych, które determinują popyt na pracę na rynku pracy – udział osób, które mogą pracować ze względu na wiek w ogólnej liczbie ludności. Jednak pierwsza definicja współczynnika aktywności zawodowej przedstawiona powyżej umożliwia

⁹ Te dwa sposoby odpowiadają odpowiednio tradycyjnej metodologii GUS oraz metodologii EUROSTATu.

¹⁰ Główny Urząd Statystyczny przyjmuje za wiek produkcyjny wiek 18-59 dla kobiet i 18-64 dla mężczyzn. Wiek 15-64 jest natomiast stosowany w Eurostacie.

uchwycenie tylko tych zjawisk demograficznych, które mają wpływ na proporcje liczby ludzi w wieku 15 lat i więcej do tych, którzy mają mniej niż 15 lat. Jednak wiadomo, że nie tylko osoby młode nie są zdolne do pracy z racji wieku, ale również osoby w odpowiednio podeszłym wieku bądź nie są zdolne do pracy, bądź osiągnęły już wiek emerytalny i nie muszą ani nie chcą już pracować. Druga definicja współczynnika aktywności zawodowej uwzględnia wpływ czynników demograficznych zarówno w grupie osób, które nie osiągnęły jeszcze odpowiedniego wieku (umownie 15 lat), jak i w grupie osób, które przekroczyły już wiek 64 lat.

6. Ponieważ populację ogółem oraz w wieku 15+ lub w wieku 15-64 można liczyć na dwa sposoby, tj. według metodologii BAEL oraz według badań demograficznych, to potrzebny jest wskaźnik „przejścia metodologii”, który definiowany jest również na dwa sposoby w zależności od definicji wskaźnika zatrudnienia/współczynnika aktywności zawodowej i wskaźnika struktury wiekowej jako $\frac{NB_i^{15+}}{N_i^{15+}}$ lub $\frac{NB_i^{15-64}}{N_i^{15-64}}$. Więcej na ten temat w podrozdziale 2.6 dot. wyzwań praktycznej implementacji.

7. Uwzględniając podwójną definicję współczynnika aktywności zawodowej, również w dwojaki sposób zdefiniowany jest współczynnik struktury wiekowej, jako udział:

a. Populacji od 15 roku życia w całym w wieku w całkowitej populacji: $\frac{N_i^{15+}}{N_i}$

b. Populacji w wieku produkcyjnym w całkowitej populacji: $\frac{N_i^{15-64}}{N_i}$

Współczynnik struktury wiekowej przybliża wpływ struktury wiekowej na wysokość PKB (bądź WDB) *per capita*. Przykładowo, im więcej osób w wieku produkcyjnym w stosunku do całkowitej liczby ludności, tym więcej osób teoretycznie zdolnych do pracy i wytwarzania PKB lub WDB.

Po wprowadzeniu podstawowych pojęć i definicji zmiennych zostaną omówione oba rodzaje dekompozycji.

2.3 Dekompozycja wzrostu PKB *per capita*

Pierwsza z omawianych dekompozycji to dekompozycja wzrostu PKB *per capita*. Poniżej omówiono ogólną charakterystykę dekompozycji, a następnie wprowadzono charakterystykę formalną metody.

2.3.1 Charakterystyka ogólna

Głównym celem tego rodzaju dekompozycji jest zidentyfikowanie struktury wzrostu PKB *per capita* dla danej jednostki poprzez rozkład na szereg składników, reprezentujących względne zmiany w czasie poziomów następujących mierników:

- średniej wydajności pracy
- wskaźnika dojazdów do pracy
- wskaźnika zatrudnienia
- współczynnika aktywności zawodowej
- wskaźnika struktury wiekowej.

Dzięki takiemu rozkładowi wzrostu PKB *per capita*, dekompozycja umożliwia oddzielenie wpływu:

1. średniej wydajności pracy, tj. czynnika umożliwiającego trwały wzrost PKB *per capita* i konkurencyjności gospodarki;
2. zmian sytuacji na rynku pracy mierzonych za pomocą:
 - a. dynamiki wskaźnika zatrudnienia;
 - b. dynamiki współczynnika aktywności zawodowej;
 - c. zmianami wskaźnika dojazdów do pracy;
3. wpływu czynników demograficznych mierzonych udziałem osób w wieku produkcyjnym w całości populacji.

Zaletą tego rodzaju dekompozycji jest wyodrębnienie czynników, które są elementami odrębnych obszarów polityki państwa. Na przykład, wydajność pracy jest uzależniona od poziomu i struktury inwestycji, poziomu innowacyjności w gospodarce oraz innych czynników wpływających na jakość pracy. Wskaźnik zatrudnienia i współczynnik aktywności zawodowej mierzy skuteczność polityki rynku pracy. Wskaźniki struktury wiekowej podlegają natomiast wpływowi zjawisk i polityki demograficznej.

2.3.2 Charakterystyka formalna

Zapis formalny dekompozycji dynamicznej przedstawia się następująco. Zgodnie z opisem w

rozdziale 2.1, punktem wyjścia jest tożsamość w postaci iloczynu¹¹:

$$\frac{PKB_i}{N_i} \equiv \underbrace{\frac{PKB_i}{PP_i}}_{\text{wydajność}} \times \underbrace{\frac{PP_i/PP}{PZ_i/PZ} \times \frac{PZ_i}{AZ_i} \times \frac{AZ_i}{NB_i^{15+}} \times \frac{N_i^{15+}}{N_i}}_{\text{intensywność}} \times \underbrace{\frac{NB_i^{15+}}{N_i^{15+}} \times \frac{PP}{PZ}}_{\text{przejście metodologii}}$$

Wykorzystując przybliżenie liniowe, otrzymujemy następujące wyrażenie:

$$\frac{\Delta \frac{PKB_i}{N_i}}{\frac{PKB_i}{N_i}} \cong \underbrace{\frac{\Delta \frac{PKB_i}{PP_i}}{\frac{PKB_i}{PP_i}} + \frac{\Delta \left(\frac{PP_i}{PZ_i}\right) / \left(\frac{PP}{PZ}\right)}{\left(\frac{PP_i}{PZ_i}\right) / \left(\frac{PP}{PZ}\right)} + \frac{\Delta \frac{PZ_i}{AZ_i}}{\frac{PZ_i}{AZ_i}} + \frac{\Delta \frac{AZ_i}{NB_i^{15+}}}{\frac{AZ_i}{NB_i^{15+}}} + \frac{\Delta \frac{NB_i^{15+}}{N_i^{15+}}}{\frac{NB_i^{15+}}{N_i^{15+}}} + \frac{\Delta \frac{N_i^{15+}}{N_i}}{\frac{N_i^{15+}}{N_i}} + \frac{\Delta \frac{PP}{PZ}}{\frac{PP}{PZ}}}_{\text{część ujęta w dekompozycji}} + \underbrace{\text{błąd przybliżenia}}_{\text{część nieujęta w dekompozycji}}$$

W zależności od potrzeb, dostępności danych i przyjętych założeń dotyczących metodologii powyższą dekompozycję można modyfikować. Na przykład jeśli wskaźnik typu $\frac{PZ_i}{AZ_i}$ jest niepożądany z uwagi na inną interpretację niż wskaźnik zatrudnienia liczony według metodologii GUS bądź Eurostat, wówczas dwa składniki, tj. $\frac{AZ_i}{NB_i^{15+}}$ i $\frac{PZ_i}{AZ_i}$ możemy scalić w jeden $\frac{PZ_i}{N_i^{15+}}$, uzyskując wskaźnik zatrudnienia podawany przez GUS i Eurostat. Również liczbę osób w wieku 15+ możemy zastąpić liczbą osób w wieku produkcyjnej, wówczas wskaźnik zatrudnienia nie będzie liczony według metodologii GUS, a według metodologii Eurostatu. Dodatkowo uniknąć można odrębnego ujęcia dynamiki dojazdów do pracy, poprzez uwzględnienie liczby pracujących z jednego tylko źródła (oznaczonych przez P).

W następnym rozdziale zostaną omówione kwestie związane ze spójnością dostępnych danych – co umożliwi opis dodatkowych możliwych modyfikacji powyższej metody w zależności od potrzeb i kryteriów oceny jakości metody przyjętych przez osoby, które zechcą wykorzystać metodę.

Następny podrozdział opisuje drugi rodzaj dekompozycji, zwanej dekompozycją różnic.

2.4 Dekompozycja różnic w poziomie WDB *per capita* względem średniej

Podobnie jak w poprzednim podrozdziale, tak i tutaj zachowano podział na dwie części. W pierwszej części zostanie omówiona ogólna charakterystyka metody wraz z dyskusją dotyczącą identyfikacji niewykorzystanych zasobów regionu. Następnie wprowadzony

¹¹ Wyrażenie $\frac{PP_i/PP}{PZ_i/PZ}$ uwzględnia dodatkowo błąd próby, który omówiony jest w podrozdziale 2.6.

zostanie szczegółowy opis formalny tych metod, tj. z wykorzystaniem wzorów. Dyskusja dotycząca implementacji, podobnie jak w przypadku dekompozycji wzrostu PKB *per capita*, została odroczone do rozdziału 2.6.

2.4.1 Charakterystyka ogólna

Dana jest jednostka większa (na przykład Polska) i jednostka mniejsza w niej zawarta (na przykład województwo mazowieckie). Głównym celem dekompozycji różnic regionalnych jest uchwycenie czynników, które determinują zróżnicowanie poziomu WDB *per capita* dla mniejszej jednostki w relacji do średniego poziomu dla jednostki większej. Czynnikiemami tymi są:

- różnice w średniej wydajności pracy;
- różnice w poziomie wskaźnika zatrudnienia;
- różnice w poziomie wskaźnika dojazdów do pracy;
- różnice w poziomie współczynnika aktywności zawodowej.

Każda z wymienionych składowych może być interpretowana jako miernik poszczególnych determinant sukcesu gospodarczego na poziomie regionalnym.

Średnia wydajność pracy jest wskaźnikiem wydajności regionalnej produkcji. Wskaźnik zatrudnienia mierzy efektywność lokalnego rynku pracy. Współczynnik aktywności zawodowej podsumowuje charakterystyki regionalnej siły roboczej, natomiast wskaźnik dojazdów do pracy może być traktowany jako miernik efektów lokalizacji geograficznej.

Te cztery ważne elementy wpływające na poziom rozwoju gospodarczego danej jednostki, a więc wydajność regionalnej produkcji, efektywność lokalnego rynku pracy, charakterystyka regionalnej siły roboczej oraz lokalizacja geograficzna mogą być przyporządkowane albo do naturalnego „wyposażenia” albo do niewykorzystanych zasobów.

Naturalne „wyposażenie” odnosi się do takich charakterystyk danej jednostki, które albo nie mogą być zmienione albo mogą być zmienione tylko w długim horyzoncie czasowym, na przykład lokalizacja geograficzna, zasoby naturalne, demografia, typ miejski lub wiejski.

Niewykorzystane zasoby odnoszą się natomiast do wszystkich tych charakterystyk danej jednostki, które mogłyby być bardziej efektywnie wykorzystywane i alokowane celem podniesienia poziomu WDB *per capita*, na przykład transport, technologia i infrastruktura, instytucje i regulacje rynku pracy, kapitał ludzki i społeczny.

Powyższy podział, który pozwala identyfikować źródła słabości lub siły danej jednostki i przez to rekomendować odpowiedni program naprawczy, jest możliwy w ramach prezentowanej metodologii dzięki dodatkowym pod-dekompozycjom składowych różnic powstałych w wyniku głównej dekompozycji:

- 1) Różnice w średniej wydajności pracy zostaną rozbite na następujące elementy:
 - a) specjalizacja sektorowa;
 - b) różnice w poziomie rozwoju infrastruktury i technologii;
- 2) Z kolei różnice w poziomie wskaźnika zatrudnienia zostaną zdekomponowane na:
 - a) profil wykształcenia;
 - b) różnice w efektywności rynku pracy;
- 3) Różnice w poziomie współczynnika aktywności zawodowej ulegną rozbiciu na:
 - a) profil struktury wiekowej;
 - b) różnice w poziomie uczestnictwa w rynku pracy.

Powyższe elementy można przyporządkować teraz do dwóch kategorii zasobów omówionych powyżej. Do naturalnego wyposażenia regionu zaliczyć można:

- specjalizację;
- strukturę demograficzną;
- dojazd do pracy do innego regionu/kraju niż miejsce zamieszkania.

Do niewykorzystanych zasobów zaliczyć można:

- technologię i infrastrukturę;
- wykształcenie/umiejętności;
- zatrudnienie/rynek pracy;
- uczestnictwo w rynku pracy.

Rysunek 2: Naturalne wyposażenie i niewykorzystane zasoby: podział czynników

Naturalne wyposażenie	Niewykorzystane zasoby
Specjalizacja	Technologia i Infrastruktura
Struktura demograficzna	Wykształcenie/umiejętności
Dojazdy do pracy	Zatrudnienie/rynek pracy
	Uczestnictwo w rynku pracy

Dekompozycja różnic regionalnych zasadniczo ma charakter statyczny, choć można nadać jej również charakter dynamiczny poprzez porównywanie różnic w czasie dla różnych okresów. Ujęcie „dynamiczne” pozwala na uchwycenie zmian w poziomie wykorzystania zasobów i zmian w strukturze wiekowej, profilu wykształcenia oraz specjalizacji sektorowej danego regionu.

2.4.2 Charakterystyka formalna dekompozycji podstawowej

Dekompozycja może zostać zapisana za pomocą poniższej relacji i przekształcenia, według ogólnej metody przedstawionej w rozdziale 2.1:

$$\frac{WDB_i}{N_i} = \frac{WDB_i}{PP_i} \cdot \frac{PP_i}{PZ_i} \cdot \frac{PZ_i}{AZ_i} \cdot \frac{AZ_i}{NB_i^{15+}} \cdot \frac{NB_i^{15+}}{N_i^{15+}} \cdot \frac{N_i^{15+}}{N_i}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{WDB_i}{N_i} - \frac{WDB}{N}}{\frac{WDB}{N}} \\ \frac{\Delta X}{X}: & \underbrace{WDB \text{ per capita}} \\ & = \underbrace{\frac{\frac{WDB_i}{PP_i} - \frac{WDB}{P}}{\frac{WDB}{P}}}_{\text{Produktywność}} + \underbrace{\frac{\frac{PP_i}{PZ_i} - \frac{P}{P}}{\frac{P}{P}}}_{\text{Wsp.dojazdów}} + \underbrace{\frac{\frac{PZ_i}{AZ_i} - \frac{P}{A}}{\frac{P}{A}}}_{\text{Wsk.zatrudnienia}} + \underbrace{\frac{\frac{AZ_i}{NB_i^{15+}} - \frac{A}{NB^{15+}}}{\frac{A}{NB^{15+}}}}_{\text{Wsp.aktywności}} + \underbrace{\frac{\frac{N_i^{15+}}{N_i} - \frac{N^{15+}}{N}}{\frac{N^{15+}}{N}}}_{\text{Wsk.demogr.}} \\ & + \underbrace{\frac{\frac{NB_i^{15+}}{N_i^{15+}} - \frac{NB^{15+}}{N^{15+}}}{\frac{NB^{15+}}{N^{15+}}}}_{\text{Wsk.zmiany metodologii}} + \text{Interakcje} \end{aligned}$$

W przypadku tej dekompozycji znajduje zastosowanie ta sama metoda, co w przypadku dekompozycji dynamicznej omówionej w podrozdziale 2.3.2 z tą różnicą, że tym razem rozkład dotyczy różnic w stosunku do średniej, a poprzednio rozkład dotyczył zmian w stosunku do roku poprzedniego. Matematycznie jest to jednak to samo przekształcenie. Należy jednak uwzględnić fakt, że różnice w stosunku do średniej dla wybranych wskaźników mogą być znacznie wyższe niż różnice w czasie w stosunku do roku poprzedniego, w szczególności w przypadku jednostek terytorialnych, które bardzo odstają od poziomu średniego (dla większego obszaru) pod względem poziomu danego wskaźnika. Wynika z tego,

iż problem błędu przybliżenia odgrywa w tym wypadku znaczącą rolę i dla niektórych jednostek terytorialnych nie powinno się go pomijać¹². Przykład algorytmu radzenia sobie z błędem przybliżenia znaleźć można w Rozdziale 4.4 niniejszego opracowania.

2.4.3 Charakterystyka formalna pod-dekompozycji wybranych składowych

Oprócz dekompozycji przedstawionej powyżej, dokonywanych jest szereg pod-dekompozycji wybranych różnic dotyczących:

- Średniej wydajności pracy,
- Udziału zatrudnionych w liczbie aktywnych zawodowo,
- Współczynnika aktywności zawodowej.

Celem tych pod-dekompozycji jest uchwycenie dodatkowych zależności i struktury pewnych zjawisk, o czym mowa poniżej.

2.4.3.1 Pod-dekompozycja różnic w wydajności pracy

Różnice w średniej wydajności pracy mogą wynikać z tego, iż w danym regionie dany sektor gospodarki ma większy udział niż średnio dla kraju, a w tym sektorze średnia krajowa wydajność pracy odbiega od średniej produktywności w całej gospodarce. Tę składową różnic w produktywności określa się mianem specjalizacji sektorowej. Pozostała składowa różnic w produktywności bierze się z tego, iż w poszczególnych sektorach średnia wydajność pracy w danym regionie jest wyższa (lub niższa) niż średnia krajowa wydajność pracy w tych sektorach. Jest to więc różnica w produktywności, która wynika z rzeczywistej przewagi danego regionu w intensywności wykorzystania zasobów zarówno ludzkich, jak i kapitału, infrastruktury, etc. Jeśli przez j oznaczymy dany sektor gospodarki, a przez i daną jednostkę, to powyższy podział uwzględnić możemy w dodatkowej dekompozycji różnic średniej wydajności pracy:

$$\left(\frac{WDB_i}{PP_i} - \frac{WDB}{P}\right) = \underbrace{\sum_j \frac{PP_{ij}}{PP_i} \left(\frac{WDB_{ij}}{PP_{ij}} - \frac{WDB_j}{P_j}\right)}_{\text{pozostałe różnice}} + \underbrace{\sum_j \frac{WDB_j}{P_j} \left(\frac{PP_{ij}}{PP_i} - \frac{P_j}{P}\right)}_{\text{specjalizacja sektorowa}}$$

Dodatnia specjalizacja sektorowa dla sektora j i regionu¹³ i oznacza, że udział pracujących w

¹² Patrz rozdział 4.4, gdzie znajduje się dyskusja formalna na temat błędu przybliżenia.

¹³ Słowo region ma w niniejszej pracy podwójne znaczenie. Po pierwsze oznacza jednostkę terytorialną NTS-1

tym sektorze w tym regionie jest większy niż udział pracujących w tym sektorze dla całego kraju. Ujemna specjalizacja sektorowa sektora j w regionie i oznacza natomiast mniejszy udział pracujących w tym sektorze w tym regionie niż średnio w całym kraju.

Rozróżnienie na specjalizacje sektorowe oraz pozostałe różnice średniej wydajności pracy jest kluczowe w identyfikacji niewykorzystanych zasobów. Jeśli na przykład średnia wydajność pracy w danym województwie jest niższa niż w kraju ze względu na fakt, iż to województwo jest wyspecjalizowane w rolnictwie, a w rolnictwie średnia wydajność pracy jest, przypuśćmy, niższa niż w innych sektorach, to nie oznacza to jeszcze, że zasoby tego województwa w zakresie rolnictwa są niewykorzystane. Jeśli natomiast średnia wydajność pracy w danym województwie w rolnictwie jest niższa niż średnio dla kraju w sektorze rolniczym, to wówczas oznacza to, że to województwo ma niewykorzystane zasoby w rolnictwie. Oczywiście te dwa zjawiska mogą się ze sobą łączyć, tj. dane województwo może wykazywać jednocześnie dodatnią specjalizację sektorową w rolnictwie oraz niższą niż dla kraju wydajność pracy rolnictwa. Wystąpienie takiego zjawiska może być nawet spotęgowane wówczas, gdy krańcowa produktywność pracy jest malejąca – jeśli w danym regionie w rolnictwie pracuje mało osób, to każda z nich ma wysoką wydajność, natomiast jeśli liczba osób pracujących wzrośnie, wydajność na osobę spada¹⁴. Niemniej występowanie tego zjawiska nie jest automatyczne. Ważne jest to, że w wyniku pod-dekompozycji średniej wydajności pracy, możliwe jest zidentyfikowanie niewykorzystanych zasobów gospodarki danego regionu poprzez oddzielenie specjalizacji sektorowej od różnic w wydajności pracy wynikających z różnego poziomu rozwoju technologii, infrastruktury oraz różnego poziomu jakości pracy.

według nomenklatury NUTS, a po drugie oznacza po prostu jednostkę terytorialną o niesprecyzowanej definicji. Jeśli nie jest wyraźnie podkreślone, że chodzi o pierwsze znaczenie tego słowa, region należy rozumieć według drugiej definicji.

¹⁴ Taki proces można rozumieć w dwojaki sposób:

- 1) Na początku w danym sektorze pracują tylko ci najbardziej wydajni, potem dopiero dochodzą ci mniej wydajni. Jeśli jest kryzys, to znowu pierwsi bankrutują ci mniej wydajni, a pozostają ci bardziej wydajni.
- 2) Malejące korzyści skali – im więcej osób tym większy problem organizacji pracy, nowi pracownicy zajmują się już mniej rentownymi zajęciami, ponieważ te bardziej rentowne są już obsadzone przez poprzednich pracowników, etc.

2.4.3.2 Pod-dekompozycja różnic w udziale pracujących w aktywnych zawodowo

To samo dotyczy udziału zatrudnionych w liczbie aktywnych zawodowo. Różnice w poziomie tego udziału w stosunku do średniej krajowej można z kolei rozbić na różnice w profilu wykształcenia pracujących w danym województwie w stosunku do średniego profilu wykształcenia pracujących w kraju oraz różnice w rzeczywistym udziale liczby osób pracujących do liczby osób aktywnych zawodowo, odzwierciedlające rzeczywistą sytuację na rynku pracy. Jeśli przez j oznaczymy odpowiednią grupę wykształcenia a przez i region, otrzymamy następującą dekompozycję różnic w udziale zatrudnionych w liczbie aktywnych zawodowo:

$$\left(\frac{PZ_i}{AZ_i} - \frac{P}{A}\right) = \underbrace{\sum_j \frac{AZ_{ij}}{AZ_i} \left(\frac{PZ_{ij}}{AZ_{ij}} - \frac{P_j}{A_j}\right)}_{\text{efektywność rynku pracy}} + \underbrace{\sum_j \frac{P_j}{A_j} \left(\frac{AZ_{ij}}{AZ_i} - \frac{A_j}{A}\right)}_{\text{profil wykształcenia}}$$

Podobnie jak w przypadku specjalizacji sektorowej, dodatni profil wykształcenia dla grupy wykształcenia j w regionie i oznacza, że w tym regionie jest relatywnie więcej osób z grupy wykształcenia j niż średnio w kraju. Składnik „efektywność rynku pracy” dla regionu i dla grupy wykształcenia j oznacza z kolei, że w tym regionie i dla tej grupy wykształcenia udział liczby osób pracujących do liczby osób aktywnych zawodowo różni się od tego udziału dla tej grupy wykształcenia dla całego kraju. Rozbicie różnic w poziomie udziału zatrudnionych w liczbie aktywnych zawodowo ma podobny cel do rozbicia różnic w średniej wydajności pracy. Na przykład, jeśli w danym województwie jest więcej osób z wyższym wykształceniem niż średnio w kraju, a udział zatrudnionych w liczbie aktywnych zawodowo dla osób z wyższym wykształceniem jest ogólnie wyższy niż dla osób należących do innych grup wykształcenia. Znajdzie to odbicie w dodatnim składniku profilu wykształcenia dla tej grupy wykształcenia, jednak nie świadczy to o tym, że rynek pracy w tym województwie funkcjonuje lepiej niż średnio dla kraju. Świadczy to tylko o większej liczbie osób z wyższym wykształceniem, dla których udział zatrudnionych w liczbie aktywnych zawodowo okazuje się być ogólnie wyższy. Aby zidentyfikować pole do poprawy rynku pracy należy raczej zwrócić uwagę na pozostały składnik różnic w udziale zatrudnionych w aktywnych zawodowo, tj. „efektywność rynku pracy”. Jeśli ten składnik przyjmuje wartość dodatnią dla danego województwa i dla danej grupy wykształcenia, oznacza to, że dla tej grupy, udział zatrudnionych w liczbie aktywnych zawodowo jest wyższy w danym województwie niż średnio w całym kraju. Ten składnik świadczy najprawdopodobniej o lepszym funkcjonowaniu rynku pracy w danym

województwie.

2.4.3.3 Pod-dekompozycja różnic we współczynniku aktywności zawodowej

Podobnie jak w przypadku różnic w średniej wydajności pracy, jak i różnic w udziale zatrudnionych w liczbie aktywnych zawodowo, można dokonać pod-dekompozycji różnic w poziomie współczynnika aktywności zawodowej. Tym razem jednak rozkład opiera się nie na sektorach gospodarki ani na grupach wykształcenia, ale na grupach wiekowych ludności. W ten sposób możliwe jest oddzielenie różnic w poziomie współczynnika aktywności zawodowej wynikających ze struktury wiekowej oraz tych wynikających z różnego poziomu udziału w rynku pracy. Jeśli przez j oznaczymy grupę wiekową, a przez i województwo, to otrzymamy następującą dekompozycję:

$$\left(\frac{AZ_i}{NB_i^{15+}} - \frac{A}{NB^{15+}} \right) = \underbrace{\sum_j \frac{NB_{ij}^{15+}}{NB_i^{15+}} \left(\frac{AZ_{ij}}{NB_{ij}^{15+}} - \frac{A_j}{NB_j^{15+}} \right)}_{\text{poziom uczestnictwa w rynku pracy}} + \underbrace{\sum_j \frac{A_j}{NB_j^{15+}} \left(\frac{NB_{ij}^{15+}}{NB_i^{15+}} - \frac{NB_j^{15+}}{NB^{15+}} \right)}_{\text{profil struktury wiekowej}}$$

Podobnie jak wcześniej, dodatni profil struktury wiekowej dla regionu i dla grupy wiekowej j oznacza, że w tym regionie jest relatywnie więcej osób z grupy wiekowej j niż średnio w kraju. Poziom uczestnictwa w rynku pracy wskazuje na różnice dla regionu i i grupy wiekowej j w udziale liczby osób aktywnych zawodowo w stosunku do liczby osób od 15 roku życia w stosunku do średniej dla kraju w tej grupie wiekowej.

Reasumując, idea tych trzech pod-dekompozycji polega na tym, aby porównywać regiony w podobnych warunkach – ich produktywność, efektywność rynku pracy oraz poziom uczestnictwa w rynku pracy nie zależy wyłącznie od ich bezpośrednich starań, ale również obiektywnych, trwalszych uwarunkowań tj. od specjalizacji sektorowej, profilu wykształcenia oraz profilu struktury wiekowej.

2.5 Dekompozycja według współczynnika Theila – podstawy metodologiczne

Współczynnik Theila należy do miar opartych na entropii i służy do mierzenia nierówności (zróżnicowania) poziomu dochodu, bądź innych mierzalnych zmiennych przekrojowych. Załóżmy, że interesuje nas pomiar zróżnicowania poziomu PKB *per capita* w 66 podregionach (jednostka terytorialna NTS3) Polski. Zdefiniujmy następujące wielkości: N_i populacja w podregionie i , N populacja Polski, PKB_i poziom PKB w podregionie i , PKB poziom PKB w Polsce. A zatem $\frac{PKB_i}{PKB}$, $\frac{N_i}{N}$ oznaczają kolejno udział PKB podregionu i w PKB ogółem dla Polski oraz udział populacji w podregionie i w populacji Polski ogółem. Współczynnik Theila

definiowany jest wówczas następująco:

$$T = \sum_{i=1}^{66} \frac{PKB_i}{PKB} \ln \frac{\frac{PKB_i}{PKB}}{\frac{N_i}{N}} \quad (****)$$

Współczynnik ten przyjmuje wartość 0 w hipotetycznej sytuacji, gdy poziom udział PKB każdego podregionu w PKB dla Polski byłby dokładnie równy udziałowi populacji tego podregionu w populacji Polski – oznaczałoby to brak zróżnicowania pod względem PKB *per capita* w podregionach Polski. Z kolei w innej hipotetycznej sytuacji, kiedy jeden podregion wytwarzałby prawie cały PKB Polski (maksymalne możliwe zróżnicowanie PKB *per capita*) a inne podregiony wytwarzałyby bardzo niewielkie ilości PKB, wartość współczynnika Theila dążyłaby do maksymalnej wartości $\ln 66$. A zatem współczynnik Theila przyjmuje wartości od najmniejszej (0) do największej ($\ln L_j$), gdzie L_j to liczba jednostek, których zróżnicowanie badamy (w naszym przykładzie są to podregiony). Najmniejsza wartość oznacza najmniejsze możliwe zróżnicowanie, a największa oznacza największe zróżnicowanie. Wartości współczynnika Theila można znormalizować do przedziału $[0,1]$, poprzez podzielenie wartości wyrażenia (****) powyżej przez wartość najwyższą, tj. $\ln 66$. W niniejszym opracowaniu zdecydowano się jednak na utrzymanie nieznormalizowanej wersji.

Zauważmy, że współczynnik Theila stanowi sumę ważoną logarytmu stosunku PKB *per capita* w danym podregionie do PKB *per capita* w Polsce z wagami równymi udziałom PKB w danym podregionie w PKB dla Polski. A zatem w podregionach biedniejszych niż średnia dla Polski wartość logarytmu stosunku PKB *per capita* danego w danym podregionie do PKB *per capita* dla Polski jest ujemna a w podregionach bogatszych niż Polska wartość ta jest dodatnia.

Podstawowa wersja współczynnika Theila, zwana również współczynnikiem Theila z udziałami PKB jest bardziej wrażliwa na zmiany w bogatych podregionach a mniej na zmiany w biednych podregionach. Istnieje wersja druga współczynnika Theila, zwana współczynnikiem Theila z udziałami populacji, która jest bardziej wrażliwa na zmiany w biedniejszych podregionach. Można ją zapisać następująco:

$$T' = - \sum_{i=1}^{66} \frac{N_i}{N} \ln \frac{\frac{PKB_i}{PKB}}{\frac{N_i}{N}} \quad (*****)$$

Zarówno współczynnik Theila z udziałami PKB T jak i druga wersja współczynnika Theila z udziałami populacji T' może być rozszerzona o dwa elementy:

- a) Dekompozycja współczynnika według podgrup;
- b) Dekompozycja współczynnika dla PKB *per capita* na składowe.

Zacznijmy od pierwszego elementu. Chcemy zbadać zróżnicowanie poziomu PKB *per capita* w podregionach Polski, ale to zróżnicowanie chcemy rozbić na dwie składowe:

- Zróżnicowanie podregionów względem makroregionów (nazywane zróżnicowaniem „wewnątrz”);
- Zróżnicowanie makroregionów względem Polski (nazywane zróżnicowaniem „pomiędzy”).

Aby zobrazować metodę dekompozycji współczynnika Theila według podgrup czyli w naszym przykładzie makroregionów, wprowadźmy dodatkowe oznaczenia: dana zmienna z subskrypcją k oznaczać będzie jeden z pięciu makroregionów Polski (Polska Wschodnia, Zachodnia, Południowa, Centralna oraz Polska Północna) natomiast n_k oznaczać będzie liczbę podregionów w makroregionie k . A zatem 66 podregionów (oznaczonych jako i) dzieli się na 5 makroregionów k , z których każdy ma n_k podregionów. Poniższe wyprowadzenie ilustruje metodę dekompozycji na podgrupy:

$$\begin{aligned}
 T &= \sum_{i=1}^{66} \frac{PKB_i}{PKB} \ln \frac{PKB_i}{\frac{N_i}{N}} \\
 &= \sum_{k=1}^5 \sum_{i=1}^{n_k} \frac{PKB_k}{PKB} \frac{PKB_i}{PKB_k} \ln \frac{PKB_k}{PKB} \frac{PKB_i}{PKB_k} \\
 &= \sum_{k=1}^5 \frac{PKB_k}{PKB} \left[\sum_{i=1}^{n_k} \frac{PKB_i}{PKB_k} \left(\ln \frac{PKB_i}{PKB_k} + \ln \frac{PKB_k}{PKB} \right) \right] \\
 &= \underbrace{\sum_{k=1}^5 \frac{PKB_k}{PKB} T_k}_{\text{zróżnicowanie wewnątrz}} + \underbrace{\sum_{k=1}^5 \frac{PKB_k}{PKB} \ln \frac{PKB_k}{PKB}}_{\text{zróżnicowanie pomiędzy}},
 \end{aligned}$$

gdzie T_k to współczynniki Theila dla podregionów względem makroregionów.

Współczynnik Theila czyli zróżnicowanie podregionów Polski względem PKB *per capita* rozdzielony został na dwie składowe:

- Zróżnicowanie podregionów względem makroregionów;

- Zróźnicowanie makroregionów względem Polski.

Dzięki takiej dekompozycji wiadomo jak bardzo makroregiony są homogeniczne względem siebie i (na poziomie podregionów) wewnątrz siebie.

Podobnie dokonuje się dekompozycji wersji współczynnika Theila z udziałami populacji:

$$\begin{aligned}
 T' &= - \sum_{i=1}^{66} \frac{N_i}{N} \ln \frac{\frac{PKB_i}{PKB}}{\frac{N_i}{N}} \\
 &= - \sum_{k=1}^5 \sum_{i=1}^{n_k} \frac{N_k}{N} \frac{N_i}{N_k} \ln \frac{\frac{PKB_k}{PKB} \frac{PKB_i}{PKB_k}}{\frac{N_k}{N} \frac{N_i}{N_k}} \\
 &= - \sum_{k=1}^5 \frac{N_k}{N} \left[\sum_{i=1}^{n_k} \frac{N_i}{N_k} \left(\ln \frac{\frac{PKB_i}{PKB_k}}{\frac{N_i}{N_k}} + \ln \frac{\frac{PKB_k}{PKB}}{\frac{N_k}{N}} \right) \right] \\
 &= \underbrace{\sum_{k=1}^5 \frac{N_k}{N} T'_k}_{\text{zróźnicowanie wewnątrz}} - \underbrace{\sum_{k=1}^5 \frac{N_k}{N} \ln \frac{\frac{PKB_k}{PKB}}{\frac{N_k}{N}}}_{\text{zróźnicowanie pomiędzy}},
 \end{aligned}$$

gdzie T'_k to współczynniki Theila drugiego rodzaju dla podregionów względem makroregionów.

Teraz przejdziemy do omówienia drugiego rozszerzenia współczynnika Theila, który polega na jego dekompozycji na poszczególne składowe ekonomiczne. Wiadomo, że PKB *per capita* dla podregionów rozbić możemy na składowe multiplikatywne według następującego wzoru:

$$\frac{PKB_i}{N_i} = \frac{PKB_i}{PP_i} \frac{PP_i}{N_i^{15+}} \frac{N_i^{15+}}{N_i}$$

Gdzie P_i to liczba pracujących w podregionie i , a

Możemy rozbić współczynnik Theila z udziałami PKB dla PKB *per capita* na trzy składowe:

$$\begin{aligned}
 T &= \sum_{i=1}^{66} \frac{PKB_i}{PKB} \ln \frac{\frac{PKB_i}{PKB}}{\frac{N_i}{N}} \\
 &= \sum_{i=1}^{66} \frac{PKB_i}{PKB} \left(\ln \frac{\frac{PKB_i}{PKB}}{\frac{PP_i}{PP}} + \ln \frac{\frac{PP_i}{PP}}{\frac{N_i^{15+}}{N^{15+}}} + \ln \frac{\frac{N_i^{15+}}{N^{15+}}}{\frac{N_i}{N}} \right)
 \end{aligned}$$

$$= \underbrace{\sum_{i=1}^{66} \frac{PKB_i}{PKB} \ln \frac{PKB_i}{PP_i}}_{\text{zróż. wydajności}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{66} \frac{PKB_i}{PKB} \ln \frac{PP_i}{N_i^{15+}}}_{\text{zróż. wsk. zatrudnienia}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{66} \frac{PKB_i}{PKB} \ln \frac{N_i^{15+}}{N}}_{\text{zróż. wsk. str. wiekowej}}$$

A zatem całkowite zróżnicowanie PKB *per capita* w podregionach względem Polski można rozbić na zróżnicowanie dotyczące wydajności pracy, zróżnicowanie dotyczące wskaźnika zatrudnienia oraz zróżnicowanie dotyczące wskaźnika struktury wiekowej.

Podobnie postępujemy ze współczynnikiem Theila z udziałami populacji:

$$\begin{aligned} T' &= - \sum_{i=1}^{66} \frac{N_i}{N} \ln \frac{PKB_i}{N_i} \\ &= - \sum_{i=1}^{66} \frac{N_i}{N} \left(\ln \frac{PKB_i}{PP_i} + \ln \frac{PP_i}{N_i^{15+}} + \ln \frac{N_i^{15+}}{N} \right) \\ &= \underbrace{- \sum_{i=1}^{66} \frac{N_i}{N} \ln \frac{PKB_i}{PP_i}}_{\text{zróż. wydajności}} - \underbrace{\sum_{i=1}^{66} \frac{N_i}{N} \ln \frac{PP_i}{N_i^{15+}}}_{\text{zróż. wsk. zatrudnienia}} - \underbrace{\sum_{i=1}^{66} \frac{N_i}{N} \ln \frac{N_i^{15+}}{N}}_{\text{zróż. wsk. str. wiekowej}} \end{aligned}$$

Można połączyć dekompozycję współczynnika Theila według podgrup oraz dekompozycję współczynnika Theila dla PKB *per capita* na składowe w jedno. Wówczas otrzymamy informację jak rozbić zróżnicowanie PKB *per capita* podregionów Polski na zróżnicowanie poszczególnych składowych (wydajności, wskaźnika zatrudnienia i wskaźnika struktury wiekowej) i jednocześnie dla każdego z tych składowych na zróżnicowanie wewnątrz makroregionów i zróżnicowanie pomiędzy makroregionami.

Metoda ma również tę zaletę, że dla każdego podregionu (makroregionu) i dla każdej składowej możemy sprawdzić, czy ten podregion przyczynia się do zmniejszenia czy też zwiększenia zróżnicowania pod względem tej składowej.

2.6 Wyzwania praktycznej implementacji dekompozycji

Niniejszy rozdział dotyczy praktycznej implementacji metod dekompozycji na podstawie dostępnych danych GUS. Związek między teorią a praktyką jest w tym wypadku bardzo istotny, ponieważ dane, które są dostępne nie zawsze w pełni przystają do teoretycznych definicji z uwagi na rozmaite problemy związane z ich pozyskiwaniem i przetwarzaniem.

Należy pamiętać o tych ograniczeniach, aby później nadać właściwą interpretację wynikom. Dokładne wyjaśnienia metodologiczne dostępne są w odpowiednich publikacjach, natomiast pewne ogólne definicje i pojęcia odnoszące się do definicji podanych poniżej prezentowane są w słowniku pojęć w aneksie do niniejszego opracowania. Problemy związane z zastosowaniem istniejących i dostępnych danych do metody dekompozycji można podzielić na trzy grupy:

- a) Problem łączenia danych pochodzących w różnych źródła i obliczanych według różnych metodologii (np. we współczynniku dojazdów do pracy wykorzystana jest zarówno liczba pracujących w miejscu pracy (formularze administracyjne) oraz liczba pracujących w miejscu zamieszkania (BAEL))
- b) Problem niedokładnej mierzalności pewnych wielkości (np. wskaźnik zatrudnienia powinien informować o udziale osób pracujących w ogóle populacji zdolnych do pracy, jednak ogólna liczba osób zdolnych do pracy jest wielkością niemierzalną, dlatego w zamian stosuje się liczbę osób w wieku produkcyjnym bądź liczbę osób od 15 roku życia)
- c) Problem niedokładności dostępnych danych.

Niniejszy rozdział ma na celu zidentyfikowanie problemów implementacji metod dekompozycji w praktyce na podstawie danych GUS oraz zarysowanie sposobów radzenia sobie z nimi. Poprzez odpowiednie modyfikacje bądź dodatkowe zabiegi metodologiczne, części spośród zidentyfikowanych problemów daje się zapobiec. Części problemów w pełni nie da się rozwiązać. Chodzi o to, aby wskazać minimalny zbiór niedoskonałości, które trzeba zaakceptować, jeśli chce się stosować metody dekompozycji.

2.6.1 Dane pochodzące z różnych metodologii

Zasadniczy problem dotyczący spójności metodologii danych w metodach dekompozycji jest następujący. W dekompozycji stosuje się zasadniczo dwa rodzaje danych, których metodologia znacznie się między sobą różni:

- Dane pozyskiwane z rachunków narodowych bądź regionalnych według formularzy sprawozdawczych oraz spójne z nimi dane dotyczące liczby ludności i dane pochodzące z badań przedsiębiorstw (*PKB, WDB, PP, N, N¹⁵⁺, N¹⁵⁻⁶⁴*)

- Dane pochodzące z Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności (BAEL), które są badaniami reprezentacyjnymi (na podstawie próby gospodarstw domowych, wyniki ekstrapoluje się na całość populacji) (PZ , AZ oraz NB^{15+} , NB^{15-64})

Specyfika metody dekompozycji polega na tym, że trzeba przejść z danych z jednej grupy na dane z drugiej grupy za pomocą wskaźnika/współczynnika ilorazowego. Moment przejścia w dekompozycjach przedstawionych w podrozdziałach 2.3.2 oraz 2.4.2 następuje w dwóch miejscach:

- Wskaźnik dojazdów do pracy $\frac{PP_i}{PZ_i}$, gdzie następuje „przejście” z metodologii zgodnej z Rachunkami Narodowymi (PP_i) – publikuje się WDB na 1 pracującego, czyli $\frac{WDB_i}{PP_i}$ – na metodologię BAEL (PZ_i);
- Wskaźnik $\frac{NB_i^{15+}}{N_i^{15+}}$, gdzie następuje „przejście” z metodologii BAEL na metodologię badań demograficznych (zgodną z Rachunkami Narodowymi) – publikuje się przecież WDB i PKB *per capita*, czyli $\frac{WDB_i}{N_i}$, $\frac{PKB_i}{N_i}$, a zmienna N_i jest zgodna z N_i^{15+} .

2.6.1.1 Błąd różnych prób we współczynniku dojazdów do pracy

We współczynniku dojazdów do pracy netto oprócz liczby pracujących w miejscu pracy (PP) wykorzystuje się liczbę pracujących w miejscu zamieszkania (PZ), która to liczba pozyskiwana jest na podstawie Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności (BAEL) prowadzonego przez GUS. Tym razem jest to średnioroczna liczba pracujących, jednakże z uwagi na odmienną metodologię, różnice w zakresie zliczanych osób i fakt, że BAEL jest badaniem reprezentatywnym, liczba pracujących w miejscu pracy i liczba pracujących w miejscu zamieszkania może się między sobą znacznie różnić i nie wszystkie z tych różnic wynikają li tylko z odmiennego zakresu i okresu zliczania. Występuje tutaj problem różnych prób (ang. *sampling error*), tj. różnych metodologii. Błąd ten dla pracujących w miejscu pracy oraz pracujących w miejscu zamieszkania jest obserwowany na przykład na poziomie krajowym – liczba pracujących w miejscu pracy i w miejscu zamieszkania powinna być teoretycznie dla całego kraju taka sama, jeśli założy się, że poziom dojazdów do pracy za granicą jest pomijalny, jednakże występują nieraz znaczne różnice wynikające z różnych metodologii – liczba pracujących w miejscu pracy dla całego kraju według rachunków regionalnych nie będzie równa liczbie pracujących w miejscu zamieszkania dla całego kraju na podstawie BAEL. Różnica między nimi stanowi błąd różnych próbek (ang. *sampling error*). Możliwym

rozwiązaniem tego problemu jest zastosowanie udziałów pracujących zamiast poziomów, tj. przy obliczaniu współczynnika dojazdów do pracy zamiast samej liczby pracujących w miejscu pracy w danym regionie, weźmiemy udział tychże w ogóle pracujących w kraju mierzonych według rachunków regionalnych, a zamiast samej liczby pracujących w miejscu zamieszkania w danym regionie weźmiemy udział tychże w ogólnej liczbie pracujących w kraju na podstawie BAEL, wówczas błąd próbki zostanie skorygowany. Można zilustrować to formalnie – jeśli oznaczymy przez $PP_i(\text{Rach. reg.})$, $PP(\text{Rach. reg.})$ liczbę pracujących w miejscu pracy (według Rachunków regionalnych) kolejno w jednostce i oraz w całym kraju a przez $PZ_i(\text{BAEL})$, $PZ(\text{BAEL})$ liczbę pracujących w miejscu zamieszkania (według BAEL) kolejno w jednostce i oraz dla całego kraju, to współczynnik dojazdów do pracy netto powinniśmy policzyć według następującego wzoru:

$$DN_i = \frac{\frac{PP_i(\text{Rach. reg.})}{PP(\text{Rach. reg.})}}{\frac{PZ_i(\text{BAEL})}{PZ(\text{BAEL})}}$$

2.6.1.2 Przeciętna liczba pracujących

Liczba pracujących według faktycznego miejsca pracy (PP) pozyskiwana jest przez GUS na podstawie sprawozdań dostarczanych przez jednostki zobowiązane do ich terminowego nadsyłania – liczba ta jest podawana według stanu na 31 XII każdego roku. Jednak PKB bądź WDB to produkt wytworzony w ciągu całego roku, należałoby zatem ten produkt podzielić przez średnioroczną liczbę pracujących. Możliwym rozwiązaniem tego problemu jest zastosowanie średniej arytmetycznej z dwóch kolejnych okresów. Ten sposób nie uwzględnia jednak efektu sezonowego – liczba pracujących na koniec grudnia może się różnić systematycznie i zgodnie z określonym wzorcem od liczby pracujących według stanu na inny miesiąc roku. Drugim rozwiązaniem, które można zastosować to wykorzystanie średniorocznej liczby pracujących pozyskanej w wyniku podzielenia wartości WDB (PKB) przez WDB (PKB) na jednego pracującego. Taka wartość musi być w ten prosty sposób wyliczona ponieważ nie jest publikowana osobno przez GUS. Jest to liczba pracujących policzona na podstawie przeciętnej liczby zatrudnionych w roku, do których dołączone są pozostałe grupy pracujących – patrz aneks do niniejszego podrozdziału. Na potrzeby pod-dekompozycji różnic w poziomie wydajności pracy potrzebne są również dane dotyczące pracujących w poszczególnych sektorach zgodne z danymi dotyczącymi sektorowego WDB:

- **W układzie NTS 2** liczba pracujących obliczona z WDB na jednego pracującego jest dostępna według 7 grup sekcji PKD, zatem przy nieznacznej utracie szczegółowości (7 grup sekcji zamiast 21 sekcji PKD) można wykorzystać przeciętną liczbę pracujących zamiast liczbę pracujących według stanu na 31 XII danego roku.
- **W układzie NTS 3** przeciętną liczbę pracujących z podziałem na 7 grup NACE zgodnym z podziałem WDB podaje EUROSTAT.

Jeśli nie jest możliwe, aby uzyskać dobrej jakości przeciętną liczbę pracujących w roku, bądź interesuje nas większa szczegółowość sektorowa (według sekcji PKD), wówczas zmuszeni jesteśmy do wykorzystania liczby pracujących według stanu na 31 XII. Oznacza to wówczas, że średnia wydajność pracy liczona jest z pewnym błędem, wynikającym z faktu, iż PKB w cenach bieżących tworzony jest w ciągu całego roku rozliczeniowego, natomiast liczba pracujących dotyczy stanu na ostatni dzień roku kalendarzowego. Dynamika (bądź różnice w poziomie) takiej zmiennej to w przybliżeniu suma dynamiki (różnicy w poziomie) zmiennej właściwej (tj. średniej wydajności pracy liczonej przy uwzględnieniu średniorocznej liczby pracujących) oraz dynamika (różnica w poziomie) ilorazu średniorocznej liczby pracujących oraz liczby pracujących z dnia 31 XII danego roku, który to wskaźnik informować może o zmianach w liczbie pracujących pod koniec roku w stosunku do średniej dla całego roku. Aby nadać właściwą interpretację średniej wydajności pracy liczonej na podstawie liczby pracujących według stanu z 31 XII danego roku, należy o tym pamiętać i uwzględnić to w proponowanych wnioskach.

Aneks: Przeciętna roczna liczba pracujących w miejscu pracy

Pracujący składają się z:

1. Zatrudnieni na podstawie stosunku pracy
2. Pracodawcy i pracujący na własny rachunek
3. Osoby wykonujące pracę nakładczą
4. Agenci

Ponieważ liczba pracujących w gospodarce narodowej wyraża stan na 31 XII każdego roku, w celu obliczenia średniorocznej wydajności pracy, potrzeba innego wskaźnika liczby pracujących, który oddawałby przeciętną liczbę pracujących w ciągu roku. Taka wielkość obliczana jest następująco. Startujemy z przeciętnego zatrudnienia w ciągu roku i oszacowujemy dodatkowo średnią ilość pracujących, którzy nie są zatrudnieni na podstawie

stosunku pracy. Następnie oblicza się średnią liczbę pracujących jako średnią ważoną średniego zatrudnienia i oszacowanych średnich dla pozostałych kategorii. Daje to pozycję, która widnieje w roczniku statystycznym pod nazwą „Pracujący (przeciętnie w roku) według statusu zatrudnienia”. Jednak pozycja ta nie uwzględnia jeszcze jednej pozycji pracujących – mianowicie osób pracujących w jednostkach budżetowych prowadzących działalność w zakresie obrony narodowej i bezpieczeństwa publicznego, tj. ok. 292 tysiące osób. Pozostaje dodać tę wielkość i w ten sposób otrzymujemy średnią liczbę pracujących, którą można użyć do obliczenia wartości dodanej brutto na jednego pracującego, czyli średniorocznej wydajności pracy.

2.6.2 Problemy niedokładnej mierzalności wybranych wielkości

Pomiar wielkości opisujących zjawiska społeczno-gospodarcze jest utrudniony ograniczonym dostępem do informacji oraz technicznymi uwarunkowaniami pozyskiwania informacji. Stąd w wielu przypadkach przyjmuje się konwencję, według której świadomie dokonywany jest pomiar przybliżony danej wielkości, bądź też mierzona jest wielkość, która jest ściśle skorelowana z wielkością, którą chcemy mierzyć. Przykładem pierwszego rodzaju postępowania jest umowne przyjęcie wieku produkcyjnego w przedziale 18-64 lata, przy założeniu, że większość osób w tym czasie może bądź powinna pracować. Przykładem drugiego rodzaju postępowania jest przyjęcie wyniku testu IQ za wielkość w przybliżeniu opisującą zdolności intelektualne danej osoby.

Problemy niedokładnej mierzalności pewnych wielkości, które są specyficzne dla metod dekompozycji prezentowanych w niniejszym opracowaniu są omówione poniżej.

2.6.2.1 Udział zatrudnionych w liczbie aktywnych zawodowo

Liczba aktywnych zawodowo pochodzi ze wspomnianego powyżej badania BAEL i obejmuje osoby pracujące zawodowo oraz zarejestrowanych bezrobotnych. Wskaźniki zatrudnienia używane przez GUS oraz Eurostat zdefiniowane są różnie, bowiem liczony jest udział pracujących w grupie wszystkich osób z przedziału wiekowego, odpowiednio od 15 lat w przypadku GUS i w wieku 15-64 lat według EU Labour Force Survey (publikowany przez Eurostat). W przypadku dekompozycji prezentowanych w niniejszym opracowaniu wykorzystano udział zatrudnionych w liczbie aktywnych zawodowo zamiast wskaźnika zatrudnienia zdefiniowanego przez GUS lub przez EU Labour Force Survey, gdyż pozwala to na oddzielenie dwóch odrębnych zjawisk na rynku pracy – dynamiki zatrudnienia wśród osób

aktywnych zawodowo¹⁵ oraz dynamiki osób aktywnych zawodowo wśród osób umownie zdolnych do pracy ze względu na wiek¹⁶. Jeśli taka definicja wskaźnika zatrudnienia jest nie do zaakceptowania, wówczas można te dwa wskaźniki scalić w jeden (wskaźnik zatrudnienia według metodologii GUS lub EUROSTAT):

$$\frac{PZ_i}{N_i^{15+}} = \frac{PZ_i}{AZ_i} \times \frac{AZ_i}{N_i^{15+}}, \quad \frac{PZ_i}{N_i^{15-64}} = \frac{PZ_i}{AZ_i} \times \frac{AZ_i}{N_i^{15-64}}$$

Liczba ludności w wieku produkcyjnym bądź ludności w wieku od 15 roku życia powinna być pozyskana z badania BAEL w celu zachowania spójności metodologicznej. Wówczas „przejście” z powrotem na metodologię rachunków narodowych następowałoby przy wskaźniku struktury wiekowej.

2.6.2.2 Współczynnik aktywności zawodowej

Współczynnik aktywności zawodowej liczyć można na dwa możliwe sposoby¹⁷ jako stosunek:

- Liczby aktywnych zawodowo do liczby populacji od 15 roku życia: $\frac{AZ_i}{N_i^{15+}}$
- Liczby aktywnych zawodowo do liczby populacji ludzi w wieku produkcyjnym:

$$\frac{AZ_i}{N_i^{15-64}}$$

Wiek produkcyjny zdefiniowany jest według Eurostatu jako 15-64 lat. Obie definicje umożliwiają w pewnym sensie oddzielenie wpływu zjawisk zachodzących na rynku pracy (współczynnik aktywności zawodowej informuje, aczkolwiek niebezpośrednio, o tym, jak dużo osób jest zniechęconych, tj. ani nie pracuje ani aktywnie nie poszukuje pracy – zarejestrowani bezrobotni) od zjawisk czysto demograficznych, które determinują popyt na pracę na rynku pracy – udział osób, które mogą pracować ze względu na wiek w ogólnej liczbie ludności. Jednak pierwsza definicja współczynnika aktywności zawodowej przedstawiona powyżej umożliwia uchwycenie tylko tych zjawisk demograficznych, które mają wpływ na proporcje liczby ludzi w wieku od 15 lat do tych poniżej tego wieku. Jednak

¹⁵ Symetrycznie, można mówić o dynamice stopy bezrobocia, bowiem stopa bezrobocia jest liczbą bezrobotnych zarejestrowanych w stosunku do liczby osób aktywnych zawodowo, natomiast ludność aktywna zawodowo to osoby pracujące zawodowo oraz bezrobotni zarejestrowani.

¹⁶ Patrz definicja współczynnika aktywności zawodowej poniżej.

¹⁷ Te dwa sposoby odpowiadają odpowiednio tradycyjnej metodologii GUS oraz metodologii EUROSTATu.

wiadomo, że nie tylko osoby zbyt młode nie są zdolne do pracy z racji wieku, ale również osoby w odpowiednio podeszłym wieku bądź nie są zdolne do pracy, bądź osiągnęły już wiek emerytalny i nie muszą ani nie chcą już pracować. Druga definicja współczynnika aktywności zawodowej uwzględnia wpływ czynników demograficznych zarówno w grupie osób, które nie osiągnęły jeszcze odpowiedniego wieku (umownie 15 lat), jak i w grupie osób, które przekroczyły już wiek 64 lat.

2.6.2.3 Wskaźnik struktury wiekowej

Uwzględniając podwójną definicję współczynnika aktywności zawodowej, również w dwojaki sposób zdefiniowany jest współczynnik struktury wiekowej, jako udział:

- Populacji od 15 roku życia w całkowitej populacji: $\frac{N_i^{15+}}{N_i}$
- Populacji w wieku produkcyjnym w całkowitej populacji: $\frac{N_i^{15-64}}{N_i}$

Współczynnik struktury wiekowej, o czym była mowa powyżej, pomyślany jest jako miara wpływu demograficznego na wysokość PKB (bądź WDB) *per capita*. Przykładowo, im więcej osób w wieku produkcyjnym w stosunku do całkowitej liczby ludności, tym więcej osób teoretycznie zdolnych do pracy i wytwarzania PKB lub WDB.

2.6.2.4 Efekt kalendarza

Średnią liczbę przepracowanych godzin w ciągu roku uzyskujemy jako iloczyn liczby pracujących i średniego tygodniowego czasu pracy pomnożony przez 52 tygodnie. Tak więc umownie przyjmujemy $52 \times 7 = 364$ dni w roku. Takie ujęcie nie uwzględnia efektu kalendarza. Zakłada się, że w każdym roku liczba dni przepracowanych jest taka sama. Możliwym sposobem na zaradzenie trudności, jest wykorzystanie średniej liczby faktycznie przepracowanych godzin w ciągu roku na jednego pracownika. Wówczas uwzględniony jest efekt kalendarza, jednak utracona zostaje informacja o dynamice średniego tygodniowego czasu pracy. Jeśli ta dynamika powinna być uwzględniona, wówczas można rozbić faktycznie przepracowane godziny w ciągu roku na jednego pracownika jako iloczyn średniego tygodniowego czasu pracy oraz liczbę tygodni w roku faktycznie przepracowaną przez przeciętnego pracownika (pozyskaną jako iloraz pozostałych dwóch wielkości). Dane dotyczące średniego tygodniowego czasu pracy dostępne są w EUROSTAT, który otrzymuje je od GUS.

2.6.2.5 Ceny bieżące a ceny stałe

W niniejszym Raporcie tam gdzie to było możliwe stosowano wartości PKB i WDB w cenach stałych. W sytuacjach, gdy jest to niemożliwe i trzeba zastosować wartości w cenach bieżących, wówczas należy pamiętać o właściwej interpretacji wyników. Na przykład, jeżeli wydajność pracy mierzymy jako osobogodzinę pracy osoby pracującej w cenach bieżących, to na wzrost tej wielkości może mieć wpływ zarówno rzeczywisty wzrost wartości PKB (lub WDB), jak i wzrost poziomu cen w gospodarce. W szczególności, dynamika średniej wydajności pracy przy użyciu PKB (WDB) w cenach bieżących jest w przybliżeniu¹⁸ równa sumie dynamiki średniej wydajności pracy przy użyciu PKB (WDB) w cenach stałych i inflacji. Powyższy problem dotyczy dekompozycji dynamicznej oraz porównywania wyników dekompozycji różnic regionalnych w czasie, nie dotyczy jednak statyczno-porównawczego ujęcia dekompozycji różnic regionalnych, ponieważ ujęcie owo nie zawiera porównań międzyokresowych.

2.6.3 Problem niedokładności pomiaru dostępnych zmiennych

Problem niedokładności dostępnych danych wynika z technicznych uwarunkowań procesu pozyskiwania informacji i jest zjawiskiem występującym we wszystkich badaniach statystycznych. Błędy tego rodzaju są charakterystyczne dla badań reprezentacyjnych i spisywane są w formie tabel precyzji poszczególnych badań. W odniesieniu do metod przedstawionych w niniejszym opracowaniu, poszczególne składowe dekompozycji oraz pod-dekompozycji powinny być zestawione z tabelami precyzji dla tych wielkości w celu stwierdzenia, czy błąd jest duży w stosunku do samej składowej dekompozycji. Na podstawie wstępnych obliczeń można stwierdzić, że błąd niedokładności danych jest poważnym problemem dla mniej licznych i „skrajnych” grup populacji: na przykład wskaźniki zatrudnienia lub współczynniki aktywności zawodowej dla osób w wieku 15-17, 18-19 oraz 20-24 wykazują dużo większe wartości oszacowania względnych błędów standardowych niż te same wskaźniki dla pozostałych grup wiekowych. Wynika z tego, że problem niedokładności dostępnych danych ma szczególne znaczenie w przypadku pod-dekompozycji

¹⁸ Przybliżenie, o którym mowa, wynika z dwóch faktów. Po pierwsze, wynika z przybliżenia liniowego dekompozycji dynamiki PKB w cenach bieżących na sumę dynamiki PKB w cenach stałych i dynamiki poziomu cen w gospodarce. Po drugie, wynika z tego, że inflacja może być liczona dla nieco odmiennego koszyka dóbr niż składowe PKB.

poszczególnych składowych głównych i występuje dla pewnych grup wieku, wykształcenia (w mniejszej skali) lub sektorów gospodarczych (również mniejsza skala zjawiska).

3 Opis techniczny

Pliki w formacie Excel zostały podzielone na trzy główne kategorie:

1. **Wyniki dekompozycji (tablice)** – te pliki są kluczowe - zawierają tablice z wynikami dekompozycji. Pomocniczo, umieszczono w nich także tablice ze wskaźnikami do obliczenia dekompozycji zmian bądź różnic, a także tablice z danymi (pochodzącymi z pliku bazy danych) do obliczenia wskaźników.
W plikach dotyczących dekompozycji różnic umieszczono także wyliczenia dla interakcji.
2. **Wyniki dekompozycji (wykresy)** - z makrami VBA – to pliki z ekranem wynikowym, gdzie można eksportować wyniki dekompozycji do wykresów. Pliki te są oparte na bazie pliku wynikowego (typ 2).
3. **Bazy danych** – te pliki zawierają źródłowe dane do obliczenia wskaźników dekompozycji.
4. **Plik wynikowy dekompozycji czynnikowej WDB na 1 zatrudnionego** – plik zawiera wyniki oraz wskaźniki obliczone dla celów drugiej dekompozycji (omówiono na s. 125).

Poniżej przedstawiamy strukturę wszystkich plików w formacie Excel:

Tablica 3 Struktura plików dekompozycji wzrostu PKB per capita oraz różnic WDB per capita

Bazy danych	Pliki wynikowe	
	Tablice	Wykresy - VBA
1. DANE makroregiony i województwa	1.1. DEKOMPOZYCJA WZROSTU makroregiony	1.1.a. DEKOMPOZYCJA WZROSTU makroregiony
	1.2. DEKOMPOZYCJA RÓŻNIC makroregiony	1.2.a. DEKOMPOZYCJA RÓŻNIC makroregiony
	2.1. DEKOMPOZYCJA WZROSTU województwa	2.1.a. DEKOMPOZYCJA WZROSTU województwa
	2.2. DEKOMPOZYCJA RÓŻNIC województwa	2.2.a. DEKOMPOZYCJA RÓŻNIC województwa
	2.3. POD-DEKOMPOZYCJA RÓŻNIC województwa	2.3.a. POD-DEKOMPOZYCJA RÓŻNIC województwa
3. DANE podregiony	3.1. DEKOMPOZYCJA WZROSTU podregiony	
	3.2. DEKOMPOZYCJA RÓŻNIC podregiony	3.2.a. DEKOMPOZYCJA RÓŻNIC podregiony
	3.3. DEKOMPOZYCJA WSPÓŁCZYNNIKA THEILA podregiony	
	4. DEKOMPOZYCJA CZYNNIKOWA WDB NA 1 ZATRUDNIONEGO województwa	

Źródło: opracowanie własne.

Na wstępie koniecznych jest kilka uwag o charakterze ogólnym:

- Dla 2013 r. brakuje danych dla WDB oraz liczby pracujących według miejsca zamieszkania ze względu na niedostępność tych danych w momencie oddawania publikacji. Dane dostępne (tj. dane z Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności oraz z obszaru demografii) umieszczono w tablicach.
- W plikach z makrami (tj. w plikach wynikowych z wykresami) ze względów bezpieczeństwa ukryto wszystkie arkusze z danymi. W każdym momencie można je odkryć, jednak nie jest to wskazane, w szczególności w przypadku braku znajomości funkcjonowania makr – jedna drobna zmiana w arkuszu jest w stanie zniszczyć całe makro.

3.1 Pliki wynikowe MS Excel – tablice i wykresy

Osobnego omówienia, ze względu na odmienną strukturę, wymagają pliki dotyczące:

- a. dekompozycji wzrostu dla makroregionów i województw,
- b. dekompozycji wzrostu dla podregionów,
- c. dekompozycji różnic dla makroregionów i województw,
- d. dekompozycji różnic dla podregionów,
- e. pod-dekompozycji różnic dla województw,
- f. dekompozycji współczynnika Theila dla podregionów.

3.1.1 Dekompozycja wzrostu dla makroregionów i województw.

Pliki dekompozycji wzrostu składają się z arkuszy dla makroregionów/województw. Układ tablic w każdym z arkuszy ma charakter hierarchiczno-logiczny: u góry znajdują się tablice wynikowe dla dekompozycji wzrostu (w kolorze błękitnym). Druga tablica, w kolorze szarym, zawiera wskaźniki, służące do wyliczenia dekompozycji wzrostu. Na samym dole znajduje się tablica, także szara, z danymi do obliczenia wskaźników - tablica ta zawiera te same informacje, które są w plikach z bazą danych (por. podrozdział 3.2.1). Tablica pierwsza i druga zawierają formuły, odwołujące się do komórek z tablic niższych hierarchicznie.

W zakresie wyników przedstawionych w formie wykresów (z makrami) przewidziano jeden plik dla dekompozycji wzrostu zarówno dla województw, jak i makroregionów. Obsługa arkusza wynikowego jest bardzo prosta: z obu list rozwijanych wybieramy dane województwo bądź makroregion.

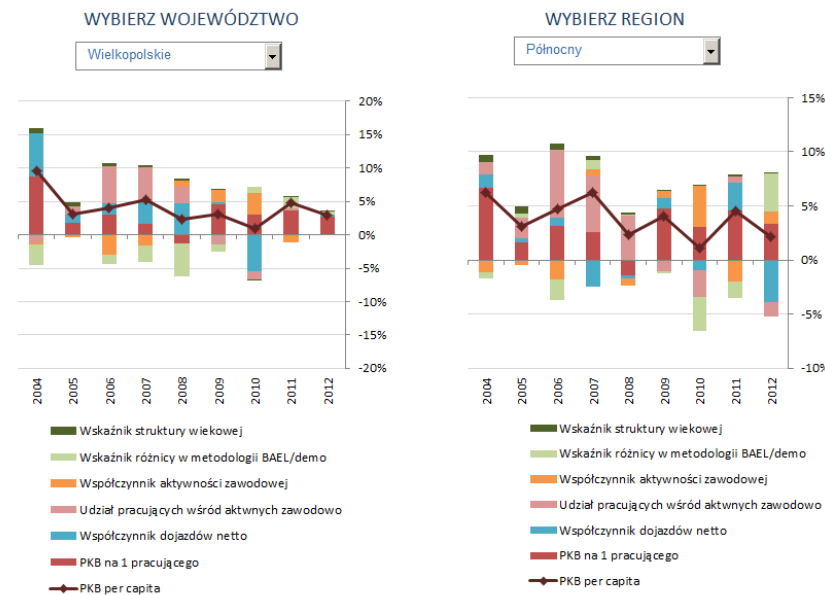
Rysunek 3. Układ tablic dla dekompozycji wzrostu dla danego makroregionu oraz plik wyników dla dekompozycji wzrostu

DEKOMPOZYCJA WZROSTU PKB PER CAPITA										
CENTRALNY										
Dekompozycja	PKB per capita	PKB na 1 pracującego	Współczynnik dojazdów netto	Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo	Współczynnik aktywności zawodowej	Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo	Wskaźnik struktury wiekowej	Wskaźnik różnicy metodologii PP i PZ		
	PKB _t /N _t	PKB _t /PP _t	PP _t /PZ _t /(PP/PP)	PZ _t /AZ _t	AZ _t /NB15+ _t	NB15+ _t /N15+ _t	N15+ _t /N _t	PP/PZ	N15+/NB15+	
2012	2,1%	2,0%	0,48%	-0,8%	0,6%	0,3%	-0,1%	-0,52%		
2011	4,4%	3,9%	-2,16%	-0,3%	2,1%	0,6%	0,0%	0,23%		
2010	4,1%	6,9%	2,89%	-1,7%	0,0%	-4,4%	-0,2%	0,89%		
2009	4,7%	4,5%	3,04%	-0,3%	-0,3%	-1,1%	0,0%	-1,20%		
2008	3,2%	0,5%	-4,43%	-2,2%	2,3%	2,0%	0,1%	0,22%		
2007	8,2%	4,4%	-3,02%	4,0%	0,5%	2,9%	0,2%	-0,94%		
2006	7,4%	6,1%	-2,16%	3,7%	0,3%	1,3%	0,4%	-2,14%		
2005	5,2%	4,4%	1,21%	0,5%	0,5%	-0,4%	0,4%	-1,41%		
2004	4,8%	4,8%	-1,82%	1,7%	-1,6%	2,9%	0,5%			

Wskaźniki	PKB per capita	PKB na 1 pracującego	Współczynnik dojazdów netto	Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo	Współczynnik aktywności zawodowej	Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo	Wskaźnik struktury wiekowej	Wskaźniki udziałów	
	PKB _t /N _t	PKB _t /PP _t	PP _t /PZ _t /(PP/PP)	PZ _t /AZ _t	AZ _t /NB15+ _t	NB15+ _t /N15+ _t	N15+ _t /N _t	PP/PZ	N15+/NB15+
2013			1,00	0,91	0,59	1,03	0,85		1,05
2012	45 072,17	108 174,24	1,00	0,92	0,59	1,02	0,85	0,89	1,05
2011	44 161,17	106 052,38	1,00	0,92	0,59	1,02	0,85	0,90	1,06
2010	42 303,48	102 062,05	1,02	0,92	0,57	1,01	0,85	0,89	1,06
2009	40 632,47	95 478,41	0,99	0,93	0,57	1,06	0,85	0,89	1,03
2008	38 818,68	91 397,54	0,96	0,94	0,58	1,07	0,85	0,90	1,03
2007	37 362,77	90 910,75	1,01	0,91	0,56	1,05	0,85	0,89	1,03
2006	34 597,65	87 040,82	1,04	0,87	0,56	1,02	0,85	0,90	1,02
2005	32 153,95	82 074,49	1,06	0,84	0,56	1,01	0,85	0,92	1,02
2004	30 553,32	78 587,23	1,05	0,84	0,56	1,01	0,84	0,94	1,02
2003	29 165,28	74 983,88	1,07	0,82	0,56	0,98	0,84	0,95	1,02

Dane	PKB	Populacja demo	Przeciętna liczba osób pracujących	Pracujący w miejscu zamieszkania (BAEL)	Aktywni zawodowo (BAEL)	Populacja 15+ (BAEL)	Populacja 15+ (demo)	Dla Polski ogółem
	PKB _t	N _t	PP _t	PZ _t	AZ _t	NB15+ _t	N15+ _t	PZ
2013			7829933	3656	4021	6825	6653588	15569
2012	352 753,34	7826411	3260974	3643	4004	6791	6653981	15591
2011	345 308,76	7819285	3256021	3636	3966	6767	6651340	15562
2010	330 369,38	7809508	3236946	3545	3856	6715	6642553	15473
2009	315 470,49	7763999	3304103	3756	4018	6998	6617443	15867
2008	300 975,04	7753356	3293032	3811	4064	7060	6605145	15801
2007	289 351,73	7744396	3182811	3532	3887	6906	6589316	15740
2006	267 248,85	7737900	3070385	3273	3745	6691	6567812	14593
2005	248 717,06	7735194	3030384	3093	3671	6580	6542571	14116
2004	236 290,14	7733699	3006724	3062	3651	6575	6512696	13796
2003	225 530,00	7732826	3007713	2957	3587	6356	6481283	13616

DEKOMPOZYCJA WZROSTU PKB PER CAPITA dla województw i makroregionów



Źródło: opracowanie własne.

3.1.2 Dekompozycja wzrostu dla podregionów.

Ze względu na dużą liczbę podregionów, w pliku wynikowym zastosowano inny układ niż w przypadku pliku dla makroregionów i województw. Ze względu na to, że podregiony uszeregowano według przynależności do makroregionów, w pliku znajdują się arkusze dla makroregionów – w każdym arkuszu umieszczono tablice z wynikami (niebieski) dla wszystkich podregionów z danego makroregionu.

Dodatkowo zamieszczono jeszcze jeden zbiorczy arkusz z podsumowaniem wszystkich wskaźników dla wszystkich podregionów oraz arkusz z interakcjami.

W arkuszu zbiorczym zastosowano układ hierarchiczny tablic: tablice w kolorze błękitnym, umieszczone po lewej stronie, są tablicami wynikowymi. Wyniki w tych tablicach są powtórzeniem wyników umieszczonych w arkuszach dla poszczególnych makroregionów (omówionych wyżej), tylko w innym układzie. Na prawo od niebieskich tablic znajdują się szare tablice ze wskaźnikami, służącymi do obliczenia dynamiki, a następnie tablice z danymi, służącymi do obliczenia tychże wskaźników - tablice te zawierają te same informacje, które są w plikach z bazą danych (por. podrozdział 3.2.2). Tablice wynikowe (błękitne) oraz tablice ze wskaźnikami zawierają formuły obliczeniowe.

Dla dekompozycji wzrostu dla podregionów nie przewidziano pliku z makrami.

Rysunek 4. Układ tablic dla dekompozycji wzrostu dla podregionów makroregionu Polska Centralna

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
Dekompozycja WZROSTU dla PODREGIONÓW														
Polska Centralna														
Podregion 15 - łódzki	PKB per capita	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012				
	PKB na 1 pracującego	4,92	2,58	4,69	1,51	-0,01	6,38	5,20	4,93	4,65				
	Wskaźnik zatrudnienia	-0,53	0,37	2,02	5,08	5,32	-4,52	-1,74	0,58	-1,64				
	Wskaźnik struktury wiekowej	0,66	0,51	-0,13	0,01	-0,01	-1,05	0,63	-0,73	-0,88				
	interakcje	0,00	0,02	0,09	0,08	0,00	-0,31	-0,07	-0,01	-0,10				
Podregion 16 - m. Łódź	PKB per capita	6,07	4,35	7,72	7,96	6,42	3,46	5,07	5,79	3,13				
	PKB na 1 pracującego	5,82	3,61	4,64	1,75	2,15	3,92	4,71	5,40	3,57				
	Wskaźnik zatrudnienia	-0,33	0,60	3,52	6,49	4,58	-0,87	2,39	1,69	0,93				
	Wskaźnik struktury wiekowej	0,57	0,10	-0,56	-0,36	-0,38	0,43	-1,99	-1,29	-1,34				
	interakcje	0,01	0,03	0,12	0,08	0,07	-0,02	-0,03	0,00	-0,02				
Podregion 17 - pofabryczny	PKB per capita	5,48	3,88	7,01	7,15	5,66	1,30	4,63	5,30	2,54				
	PKB na 1 pracującego	4,79	2,41	7,31	4,91	1,16	4,16	8,78	4,92	4,27				
	Wskaźnik zatrudnienia	-0,14	0,56	-0,64	1,71	4,22	-2,32	-4,36	0,66	-1,25				
	Wskaźnik struktury wiekowej	0,80	0,87	0,36	0,41	0,23	-0,44	0,57	-0,30	-0,42				
	interakcje	0,03	0,04	-0,02	0,11	0,06	-0,10	-0,36	0,02	-0,07				
Podregion 18 - sieradzki	PKB per capita	5,60	3,95	7,12	7,15	5,72	0,94	4,62	5,25	2,59				
	PKB na 1 pracującego	5,09	1,97	6,01	5,11	2,44	5,37	7,92	4,65	3,52				
	Wskaźnik zatrudnienia	-0,60	0,96	0,70	1,54	2,76	-3,59	-4,36	0,83	-0,80				
	Wskaźnik struktury wiekowej	1,10	0,97	0,35	0,40	0,44	-0,64	1,36	-0,25	-0,10				
	interakcje	0,02	0,05	0,07	0,11	0,09	-0,20	-0,30	0,02	-0,03				
Podregion 19 - skierniewicki	PKB per capita	5,79	4,18	7,36	7,31	5,95	1,11	4,84	5,42	2,70				
	PKB na 1 pracującego	5,23	1,37	6,12	4,70	2,56	4,49	7,76	4,36	3,45				
	Wskaźnik zatrudnienia	-0,32	1,81	0,76	2,23	2,90	-2,43	-3,76	1,37	-0,41				
	Wskaźnik struktury wiekowej	0,85	0,94	0,41	0,26	0,39	-0,82	1,10	-0,34	-0,41				
	interakcje	0,02	0,06	0,07	0,12	0,10	-0,13	-0,25	0,04	-0,02				
Podregion 25 - etcheński	PKB per capita	4,57	5,97	7,70	8,66	3,57	3,81	4,77	4,33	2,03				
	PKB na 1 pracującego	5,48	4,80	5,96	4,24	-0,88	7,92	4,99	3,93	3,06				
	Wskaźnik zatrudnienia	-1,73	0,14	1,19	3,90	4,09	-2,56	-2,38	0,57	-0,77				
	Wskaźnik struktury wiekowej	0,88	0,98	0,45	0,32	0,38	-1,28	2,22	-0,19	-0,23				
	interakcje	-0,06	0,05	0,10	0,19	-0,02	-0,27	-0,06	0,01	-0,03				
Podregion 26 - ostrebołowski	PKB per capita	4,69	5,89	7,76	8,69	3,47	3,69	4,74	4,25	1,94				
	PKB na 1 pracującego	6,07	5,46	6,66	5,61	-1,07	6,85	5,20	2,68	2,16				
	Wskaźnik zatrudnienia	-2,50	-0,56	0,10	2,09	3,92	-1,78	2,92	1,43	-0,16				
	Wskaźnik struktury wiekowej	1,23	0,97	0,93	0,80	0,65	-1,20	2,56	0,09	-0,02				
	interakcje	-0,11	0,02	0,07	0,18	-0,02	-0,18	-0,10	0,04	0,00				
Podregion 27 - miński	PKB per capita	4,83	6,00	7,70	8,78	3,52	4,35	4,80	4,42	2,04				
	PKB na 1 pracującego	5,90	5,62	7,37	6,62	-0,61	7,26	9,15	4,10	2,44				

Rysunek 5. Układ tablic dla arkusza zbiorczego dla podregionów

DEKOMPOZYCJA WZROSTU														WSKAZNIKI														DANE																		
Produkt krajowy brutto per capita, ceny stałe z 2003 roku, zł														PKB per capita														PKB																		
rok														rok														rok																		
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038	2039	2040	2041	2042	2043	2044	2045	2046	2047	2048	2049	2050
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038	2039	2040	2041	2042	2043	2044	2045	2046	2047	2048	2049	2050
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038	2039	2040	2041	2042	2043	2044	2045	2046	2047	2048	2049	2050

Źródło: opracowanie własne.

3.1.3 Dekompozycja różnic dla makroregionów i województw

Pliki dekompozycji różnic składają się z dwóch rodzajów arkuszy: dotyczących poszczególnych lat oraz dotyczących poszczególnych jednostek terytorialnych (makroregionów/województw). W arkuszach dla poszczególnych lat można porównać różnice pomiędzy jednostkami terytorialnymi w danym roku, zaś w arkuszach dla każdego poszczególnego województwa można prześledzić zmiany dekompozycji różnic w czasie. Dane w obu typach arkuszy są te same.

Układ tablic w każdym arkuszu dla danego roku ma charakter hierarchiczno-logiczny: u góry znajduje się tablica z dekompozycją różnic (błękitna), zaś pod nią tablica ze wskaźnikami, służącymi do wyliczenia dekompozycji różnic (szara). Na samym dole umieszczona jest tablica z danymi do wyliczenia wskaźników (także szara) – tablica ta zawiera te same informacje, które są w plikach z bazą danych (por. podrozdział 3.2.1).

W arkuszu dla danego województwa/makroregionu tablice mają podobny układ, choć nie ma już tu tablic z danymi. Zamiast nich, na samym dole, umieszczono oddzielną tablicę ze wskaźnikami dla Polski.

Dodatkowo zamieszczono oddzielnie plik dotyczący województw z analizą błędów, tj. interakcji dla 2012 r. (por. rozdział 2.1.1, s. 15).

W pliku wynikowym z wykresami umieszczono dwa wykresy: główny - po prawej stronie przedstawia dekompozycję różnic w poziomie WDB per capita, mniejszy – w lewym dolnym rogu prezentuje samą różnicę w poziomie WDB per capita. W menu, po lewej stronie na górze, mamy możliwość wyboru prezentacji danych w dwóch układach:

- statycznym – dla danego roku porównanie wszystkich województw/makroregionów,
- dynamicznym – dla danego województwa/makroregionu porównanie zmian różnic w czasie.

W przypadku wybrania układu dla danego roku, mamy możliwość wyboru, które województwa/makroregiony chcemy ze sobą porównywać.

Rysunek 6. Układ tablic dla dekompozycji różnic dla danego roku

DEKOMPOZYCJA RÓŻNIC W POZIOMIE WDB PER CAPITA								
2012								
Różnice względem średniej	WDB per capita	WDB na 1 pracującego	Współczynnik dojazdów netto	Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo	Współczynnik aktywności zawodowej	Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo	Wskaźnik struktury wiekowej	Interakcje
	WDB _{i/N_i}	WDB _{i/PP_i}	Pp _{i/PP_i}	Pz _{i/Az_i}	Az _{i/NB15+}	NB15+ / NB15+ _i	N15+ / N _i	
ŁÓDZKIE	-6.7%	-9.4%	-11.8%	-1.0%	1.2%	15.1%	1.3%	-2.1%
MAZOWIECKIE	88.9%	30.8%	6.4%	2.3%	7.8%	4.0%	-0.5%	8.1%
MAŁOPOLSKIE	-12.0%	-12.9%	5.7%	-0.4%	-1.0%	-2.0%	-1.0%	-0.3%
ŚLĄSKIE	5.9%	6.5%	-2.6%	0.8%	-4.4%	4.6%	1.3%	-0.3%
LUBELSKIE	-32.6%	-27.5%	-10.2%	-0.5%	1.2%	7.3%	0.0%	0.0%
PODKARPACKIE	-30.1%	-27.0%	1.3%	-3.6%	0.8%	-2.8%	-0.8%	1.1%
PODLASKIE	-28.3%	-21.5%	-3.4%	1.1%	-0.3%	-6.5%	0.4%	2.0%
ŚWIĘTOKRZYSKIE	-24.9%	-23.4%	-13.5%	-3.5%	2.4%	13.4%	1.0%	-1.4%
LUBUSKIE	-16.9%	-5.4%	-10.1%	1.0%	1.0%	1.0%	-0.3%	0.8%
WIELKOPOLSKIE	6.2%	-3.2%	13.0%	1.7%	2.5%	-4.9%	-1.2%	-0.7%
ZACHODNIOPOMORSKIE	-15.7%	0.6%	3.8%	-0.9%	-6.6%	-13.3%	0.5%	0.1%
DOLNOŚLĄSKIE	13.2%	16.3%	5.6%	-1.2%	-3.7%	-4.5%	1.3%	-0.7%
OPOLSKIE	-19.0%	-4.6%	-3.9%	0.6%	-2.7%	-11.5%	2.0%	1.1%
KUJAWSKO-POMORSKIE	-18.6%	-10.7%	-2.2%	-2.0%	0.8%	-5.2%	-0.3%	1.2%
POMORSKIE	-2.3%	6.7%	-1.2%	0.6%	-0.6%	-5.8%	-1.5%	-0.4%
WARMIŃSKO-MAZURSKIE	-28.2%	-11.8%	-5.4%	-1.3%	-7.8%	-4.7%	-0.8%	3.6%

Wartości								
WDB per capita	WDB na 1 pracującego	Współczynnik dojazdów netto	Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo	Współczynnik aktywności zawodowej	Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo	Wskaźnik struktury wiekowej	Weryfikacja	
WDB _{i/N_i}	WDB _{i/PP_i}	Pp _{i/PP_i}	Pz _{i/Az_i}	Az _{i/NB15+}	NB15+ / NB15+ _i	N15+ / N _i		
ŁÓDZKIE	34 684.00	93 385.62	0.79	1.09	0.89	0.57	1.09	0.86 prawidłowo
MAZOWIECKIE	59 057.37	134 768.51	0.95	0.92	0.60	0.99	0.85	prawidłowo
MAŁOPOLSKIE	32 715.11	89 708.08	0.94	0.90	0.55	0.93	0.84	prawidłowo
ŚLĄSKIE	39 358.99	109 698.30	0.87	0.91	0.53	0.99	0.86	prawidłowo
LUBELSKIE	28 157.49	74 709.04	0.90	0.90	0.57	1.02	0.85	prawidłowo
PODKARPACKIE	25 980.41	75 205.00	0.91	0.87	0.56	0.92	0.84	prawidłowo
PODLASKIE	26 655.77	80 843.13	0.86	0.91	0.56	0.89	0.85	prawidłowo
ŚWIĘTOKRZYSKIE	27 909.06	78 930.22	0.77	0.87	0.57	1.08	0.86	prawidłowo
LUBUSKIE	30 884.86	97 426.30	0.80	0.91	0.54	0.96	0.85	prawidłowo
WIELKOPOLSKIE	39 454.15	99 696.55	1.00	0.91	0.57	0.90	0.84	prawidłowo
ZACHODNIOPOMORSKIE	31 323.25	103 665.68	0.93	0.89	0.52	0.82	0.85	prawidłowo
DOLNOŚLĄSKIE	42 049.68	119 773.63	0.94	0.89	0.54	0.91	0.86	prawidłowo
OPOLSKIE	30 090.98	98 318.22	0.86	0.90	0.54	0.84	0.87	prawidłowo
KUJAWSKO-POMORSKIE	30 233.68	91 954.46	0.87	0.88	0.56	0.90	0.85	prawidłowo
POMORSKIE	36 317.67	109 930.80	0.88	0.90	0.56	0.89	0.84	prawidłowo
WARMIŃSKO-MAZURSKIE	26 663.73	90 841.15	0.84	0.89	0.51	0.90	0.84	prawidłowo
POLSKA	37 159.34	103 022.34	0.89	0.90	0.56	0.95	0.85	prawidłowo

Dane							
WDB _i	PP _i	PZ _i	AZ _i	NB15+ _i	N15+ _i	N _i	
ŁÓDZKIE	87565	937671.1763	1193	1540	2371	2171813	2524651
MAZOWIECKIE	313108	2323302.389	2450	2663	4420	4482168	5301760
MAŁOPOLSKIE	109729	1233178.498	1298	1449	2820	2820670	3354077
ŚLĄSKIE	181676	1656142.297	1907	2105	3940	3971922	4615870
LUBELSKIE	56648	758248.2794	947	1058	1871	1839507	2165651
PODKARPACKIE	53337	733815.4823	807	931	1654	1794597	2129951
PODLASKIE	31952	369234.6767	459	505	907	1022734	1169690
ŚWIĘTOKRZYSKIE	35556	460475.8507	584	673	1176	1093487	1273965
LUBUSKIE	31605	324399.0462	405	446	830	866999	1023317
WIELKOPOLSKIE	136598	1570137.656	1372	1500	2619	2960629	3462196
ZACHODNIOPOMORSKIE	53920	520133.5863	562	631	1209	1470003	1721405
DOLNOŚLĄSKIE	122548	1023169.453	1087	1214	2274	2507045	2914362
OPOLSKIE	30398	309179.7299	361	399	734	875084	1010203
KUJAWSKO-POMORSKIE	63382	689275.9945	791	898	1595	1775475	2096404
POMORSKIE	83170	785666.8257	859	950	1711	1916115	2290070
WARMIŃSKO-MAZURSKIE	38681	425809.2406	505	569	1105	1223039	1450697
POLSKA	1431872	13898654.86	15591	17340	31038	32736685	38533299

Źródło: opracowanie własne.

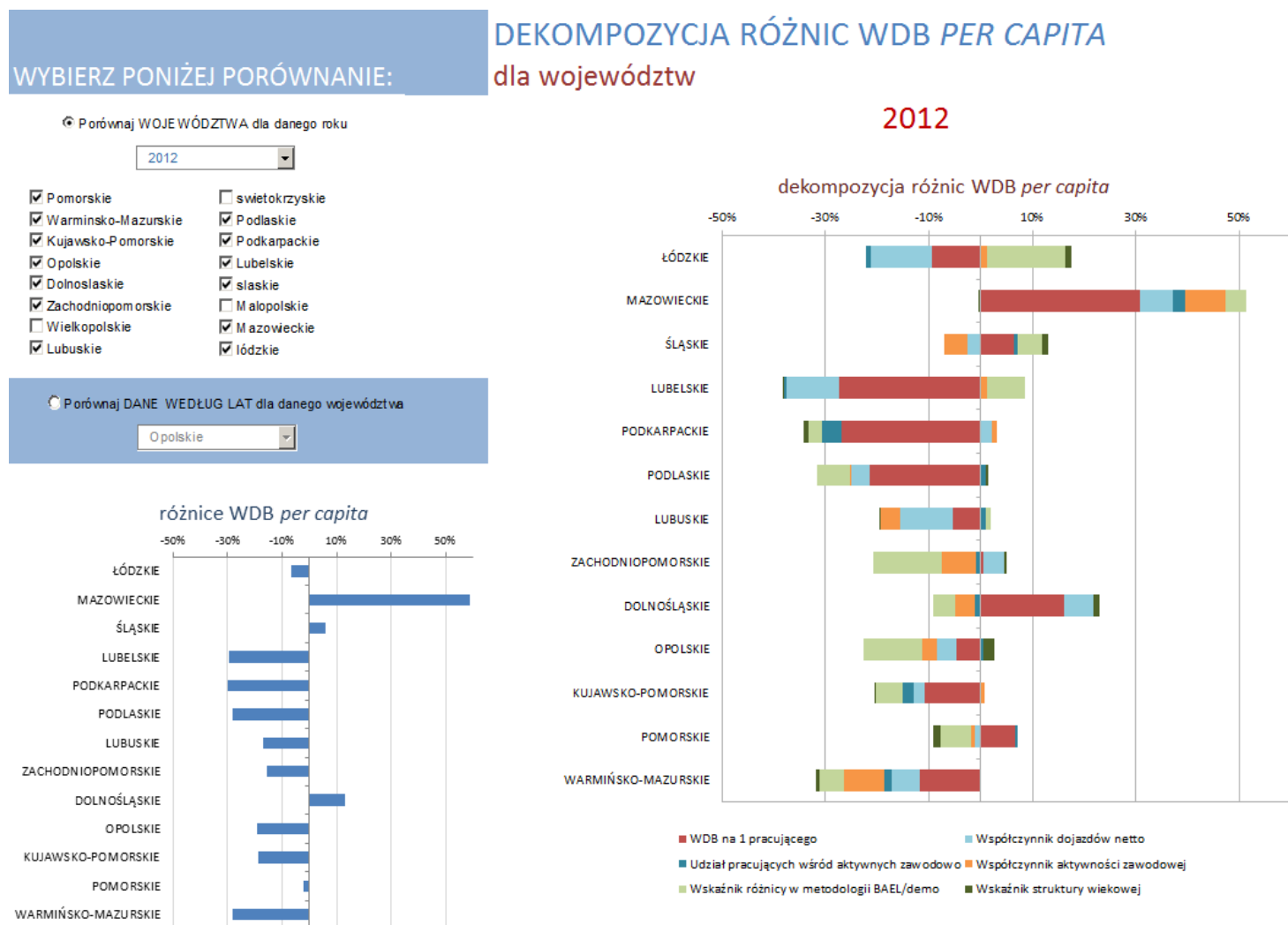
Rysunek 7. Układ tablic dla dekompozycji różnic dla danego województwa

DEKOMPOZYCJA RÓŻNIC W POZIOMIE WDB PER CAPITA								
ŁÓDZKIE								
Różnice względem średniej	WDB per capita	WDB na 1 pracującego	Współczynnik dojazdów netto	Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo	Współczynnik aktywności zawodowej	Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo	Wskaźnik struktury wiekowej	
	WDB _{i/N_i}	WDB _{i/PP_i}	Pp _{i/PP_i}	Pz _{i/Az_i}	Az _{i/NB15+}	NB15+ / NB15+ _i	N15+ / N _i	
2013	-6.7%	-9.4%	-11.8%	-1.0%	1.1%	15.2%	1.3%	
2012	-7.1%	-10.5%	-15.6%	0.4%	2.4%	15.4%	1.3%	
2011	-7.0%	-10.8%	-12.6%	0.4%	1.8%	15.2%	1.3%	
2010	-8.1%	-11.6%	-14.1%	0.7%	0.0%	18.5%	1.3%	
2009	-6.8%	-11.6%	-16.4%	0.6%	2.0%	21.4%	1.4%	
2008	-7.3%	-13.1%	-13.2%	0.3%	2.1%	16.9%	1.4%	
2007	-7.5%	-12.1%	-8.4%	0.4%	0.8%	11.8%	1.5%	
2006	-7.4%	-12.1%	-10.2%	0.3%	0.7%	13.6%	1.6%	
2005	-7.8%	-11.7%	-11.0%	0.2%	0.6%	14.5%	1.7%	
2004	-7.2%	-10.5%	-10.9%	0.0%	0.7%	13.5%	1.8%	
2003	-8.8%	-11.9%	-9.9%	-0.5%	1.2%	11.9%	2.0%	

Wskaźniki								
WDB per capita	WDB na 1 pracującego	Współczynnik dojazdów netto	Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo	Współczynnik aktywności zawodowej	Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo	Wskaźnik struktury wiekowej		
WDB _{i/N_i}	WDB _{i/PP_i}	Pp _{i/PP_i}	Pz _{i/Az_i}	Az _{i/NB15+}	NB15+ / NB15+ _i	N15+ / N _i		
2013	34 684.00	93 385.62	0.79	0.89	0.57	1.09	0.86	prawidłowo
2012	32 911.80	87 608.58	0.77	0.91	0.57	1.09	0.86	
2011	30 353.77	81 650.02	0.78	0.91	0.56	1.09	0.86	
2010	29 151.74	76 169.44	0.76	0.92	0.55	1.15	0.86	
2009	27 260.02	69 588.01	0.75	0.95	0.55	1.18	0.86	
2008	25 191.93	66 817.24	0.78	0.91	0.55	1.14	0.86	
2007	22 624.91	62 259.57	0.83	0.87	0.54	1.09	0.85	
2006	20 979.53	58 573.53	0.83	0.83	0.55	1.11	0.85	
2005	19 804.06	56 062.88	0.83	0.81	0.55	1.12	0.85	
2004	18 117.17	51 501.77	0.85	0.80	0.55	1.11	0.84	
2003	17 064.64	48 385.81	0.85	0.80	0.56	1.11	0.84	

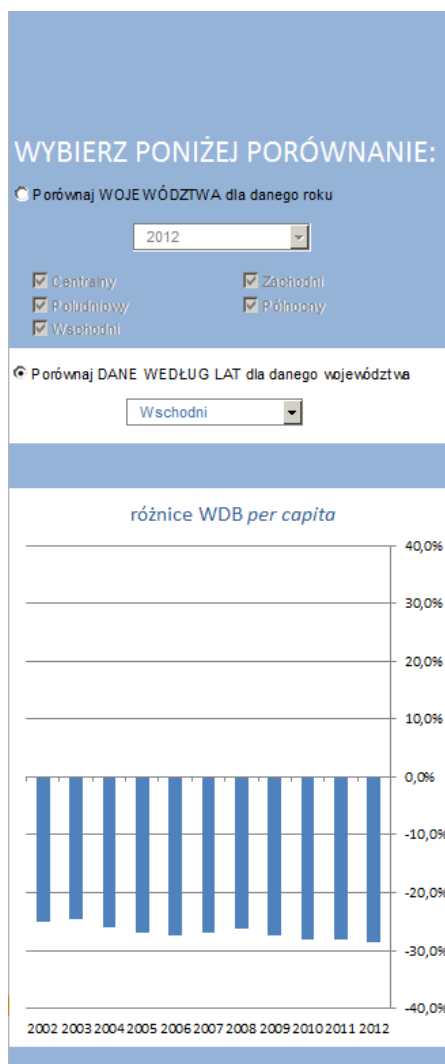
Wskaźniki dla Polski								
WDB per capita	WDB na 1 pracującego	Współczynnik dojazdów netto	Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo	Współczynnik aktywności zawodowej	Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo	Wskaźnik struktury wiekowej		
WDB _{i/N}	WDB _{i/PP}	Pp/PP	Pz/Az	Az/NB15+	NB15+ / NB15+	N15+ / N		
2013	37 159.37	103 021.84	0.89	0.90	0.56	0.95	0.85	
2012	35 435.31	97 927.91	0.90	0.90	0.56	0.95	0.85	
2011	32 855.16	91 511.90	0.89	0.90	0.55	0.95	0.85	
2010	31 695.72	86 036.76	0.89	0.92	0.55	0.97	0.85	
2009	29 239.45	78 678.78	0.90	0.93	0.54	0.97	0.85	
2008	27 171.57	76 005.04	0.89	0.90	0.54	0.97	0.85	
2007	24 472.19	70 835.16	0.90	0.86	0.54	0.98	0.84	
2006	22 664.20	66 423.05	0.92	0.82	0.53	0.98	0.84	
2005	21 469.94	63 501.40	0.94	0.81	0.55	0.98	0.83	
2004	19 513.04	57 522.26	0.95	0.80	0.55	0.98	0.83	
2003	18 707.36	54 906.64	0.94	0.80	0.55	0.99	0.82	

Rysunek 8. Plik z wykresami dla dekompozycji różnic dla województw (układ statyczny)



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 9. Plik z wykresami dla dekompozycji różnic dla makroregionów (układ dynamiczny)

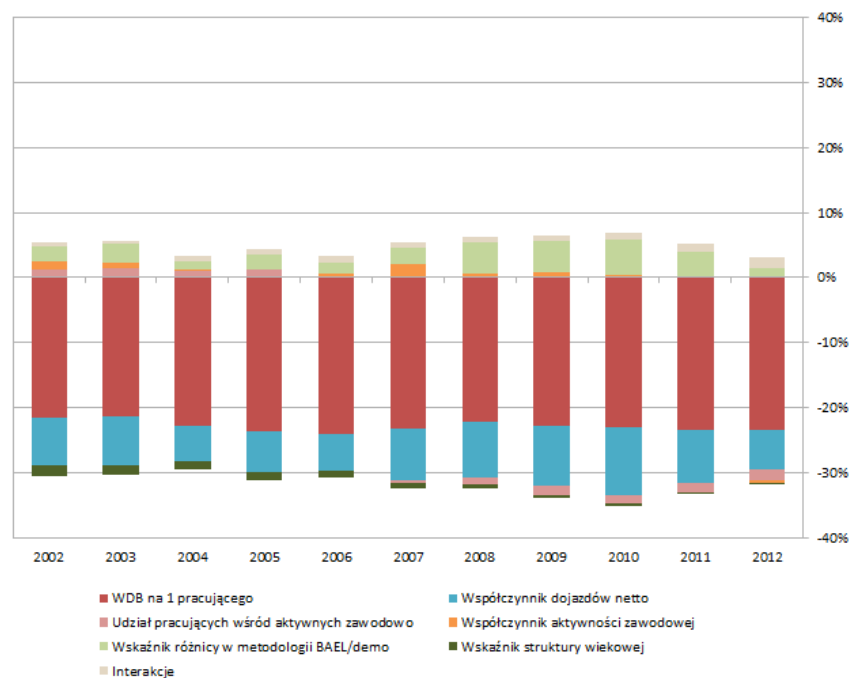


DEKOMPOZYCJA RÓŻNIC WDB *PER CAPITA*

dla makroregionów

Wschodni

dekompozycja różnic WDB *per capita*



Źródło: opracowanie własne.

3.1.4 Dekompozycja różnic PKB per capita dla podregionów.

Podobnie jak w przypadku dekompozycji wzrostu dla regionów, układ tablic dla dekompozycji różnic tych jednostek także wygląda nieco inaczej niż dla województw i makroregionów: arkusze podzielone są na arkusze według lat, jeden arkusz zbiorczy (z podsumowaniem wszystkich wskaźników) oraz arkusz z interakcjami.

W arkuszach oznaczonych latami zamieszczono dekompozycję różnic PKB *per capita* dla wszystkich podregionów w danym roku. Podobnie jak w przypadku dekompozycji wzrostu, podregiony uszeregowano w każdym arkuszu według przynależności do makroregionu. Arkusz zbiorczy (z podsumowaniem wszystkich wskaźników) ma strukturę tożsamą ze strukturą arkusza dla dekompozycji wzrostu: tablice z lewej (błękitne) to tablice dla różnic wartości wskaźników danego podregionu w stosunku do wartości wskaźnika danego makroregionu; kolejne tablice (szare), to tablice ze wskaźnikami, a następne (także szare) to tablice z danymi. Tablice dla dekompozycji różnic oraz dla wskaźników zawierają formuły odwołujące do tablic z prawej strony. Tablice z danymi zawierają te same informacje, co tablice w pliku z bazą danych dla podregionów (por. podrozdział 3.2.2).

Z tego też względu w pliku z wykresami (na bazie makr VBA) można wybierać poszczególne makroregiony oraz poszczególne lata – możemy wówczas obserwować porównanie różnic wszystkich podregionów w stosunku do makroregionów, do których przynależą.

W pliku z wykresami po lewej stronie umieszczono panel z różnicami dla podregionów, po prawej zaś panel z dekompozycją różnicy.

Rysunek 10. Układ tablicy w arkuszu dla danego roku oraz ekran wynikowy dla podregionów

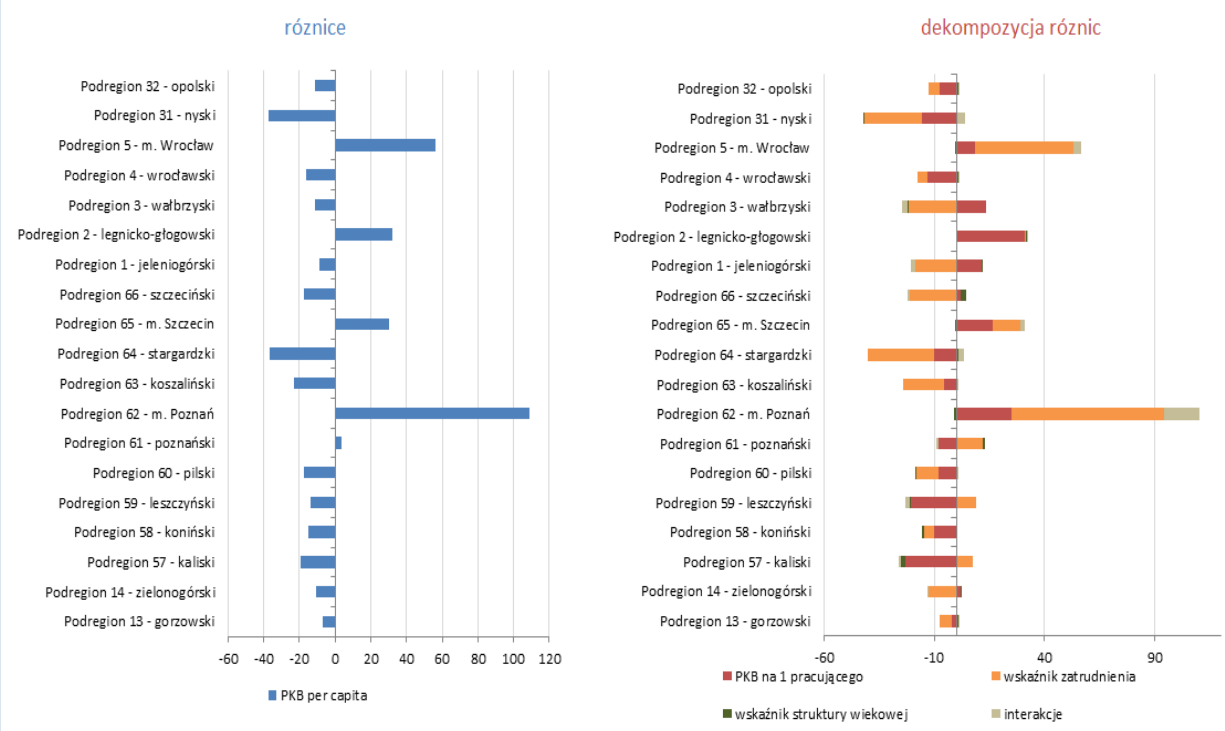
DEKOMPOZYCJA RÓŻNIC dla podregionów					
2003					
Kod	Jednostka terytorialna	produkt krajowy brutto na 1 mieszkańca w 2002 roku, zł	produkt krajowy brutto na 1 pracującego, ceny 2002 roku, zł	wskaźnik zatrudnienia	wskaźnik struktury wiekowej
0	Polska Zachodnia	9,00	9,00	9,00	9,00
1	Podregion 15 - łódzki	-19,85	-19,85	-19,85	1,45
2	Podregion 16 - m. Łódź	-9,14	-4,39	-6,71	4,50
3	Podregion 17 - piskowski	-39,89	-39,72	-6,34	-1,30
4	Podregion 18 - sieradzki	-43,99	-38,82	-5,84	-4,41
5	Podregion 19 - wloclawski	-45,47	-38,82	-6,70	-2,51
6	Podregion 20 - wloclawski-zielonogorski	-27,19	-31,91	-15,19	-1,30
7	Podregion 21 - wloclawski-wielkopolski	-46,24	-39,29	-12,86	-5,64
8	Podregion 22 - wloclawski-wielkopolski	-44,24	-39,89	-16,48	-5,52
9	Podregion 23 - m. Warszawa	112,22	39,40	49,08	4,09
10	Podregion 24 - warszawski-wielkopolski	-19,52	-19,52	-27,61	-4,43
11	Podregion 25 - warszawski-wielkopolski	-4,94	5,74	-11,14	1,39
12	Polska Zachodnia	9,00	9,00	9,00	9,00
13	Podregion 26 - wroclawski	-21,87	-21,87	-20,21	-4,10
14	Podregion 27 - wroclawski	20,85	12,26	16,49	4,44
15	Podregion 28 - wroclawski	-19,10	-21,80	-2,46	-6,59
16	Podregion 29 - wroclawski	-19,19	-7,78	-4,39	-2,39
17	Podregion 30 - wroclawski	-19,97	-20,56	-6,71	-6,21
18	Podregion 31 - wroclawski	5,09	3,39	4,66	-0,99
19	Podregion 32 - wroclawski	-16,39	-14,41	-16,09	1,20
20	Podregion 33 - wroclawski	-19,20	-6,11	-2,97	0,11
21	Podregion 34 - wroclawski	3,10	6,67	-7,86	7,76
22	Podregion 35 - wroclawski	49,92	16,66	20,61	2,09
23	Podregion 36 - wroclawski	12,25	1,29	15,20	1,47
24	Podregion 37 - wroclawski	-1,95	6,40	-12,76	4,43
25	Podregion 38 - wroclawski	30,26	32,61	10,27	2,84
26	Polska Zachodnia	9,00	9,00	9,00	9,00
27	Podregion 39 - wroclawski	-19,89	-12,46	0,15	-5,51
28	Podregion 40 - wroclawski	-17,27	-19,44	3,50	-7,76
29	Podregion 41 - wroclawski	20,11	12,43	2,47	5,89
30	Podregion 42 - wroclawski	-19,84	-17,59	1,70	-2,01
31	Podregion 43 - wroclawski	-19,84	-6,84	-1,39	-0,78
32	Podregion 44 - wroclawski	-19,22	-9,79	-0,76	-2,29
33	Podregion 45 - wroclawski	6,10	-2,61	10,86	-0,21
34	Podregion 46 - wroclawski	6,10	4,47	1,51	0,17
35	Podregion 47 - wroclawski	16,48	17,46	-2,18	3,10
36	Podregion 48 - wroclawski	-27,41	-18,24	6,89	-2,24
37	Podregion 49 - wroclawski	-1,09	-5,16	1,25	-2,24
38	Podregion 50 - wroclawski	19,77	19,46	-2,10	2,41
39	Podregion 51 - wroclawski	-4,80	-19,24	10,10	-1,86
40	Podregion 52 - wroclawski	-1,76	17,30	-19,50	1,92
41	Podregion 53 - wroclawski	-16,21	6,99	-29,21	0,34
42	Podregion 54 - wroclawski	16,29	19,27	12,21	4,86
43	Podregion 55 - wroclawski	9,00	9,00	9,00	9,00
44	Podregion 56 - wroclawski	-8,71	-2,11	-7,36	0,90
45	Podregion 57 - wroclawski	-19,26	2,33	-19,30	-0,27
46	Podregion 58 - wroclawski	-19,94	-22,46	7,72	-1,49
47	Podregion 59 - wroclawski	-19,19	-12,17	-1,05	-2,39
48	Podregion 60 - wroclawski	-19,22	-19,42	10,18	-3,36
49	Podregion 61 - wroclawski	-17,21	-11,89	-4,81	-1,71
50	Podregion 62 - wroclawski	3,09	5,10	10,43	0,89
51	Podregion 63 - wroclawski	36,39	21,63	34,90	4,21
52	Podregion 64 - wroclawski	-19,81	-6,79	-12,24	-0,71
53	Podregion 65 - wroclawski	-19,21	-7,86	-19,51	-2,11
54	Podregion 66 - wroclawski	36,44	19,62	16,19	3,44
55	Podregion 67 - wroclawski	-1,46	9,24	-16,61	2,20
56	Podregion 68 - wroclawski	-14,76	-5,12	-11,54	-0,58
57	Podregion 69 - wroclawski	26,19	19,97	2,61	2,27
58	Podregion 70 - wroclawski	-17,83	-4,07	-16,46	-0,29
59	Podregion 71 - wroclawski	-19,94	2,33	-16,44	-0,54
60	Podregion 72 - wroclawski	46,89	16,27	11,60	7,76
61	Podregion 73 - wroclawski	-14,24	-16,79	-19,26	-2,51
62	Podregion 74 - wroclawski	-6,16	-5,89	-6,10	-0,27
63	Polska Zachodnia	9,00	9,00	9,00	9,00
64	Podregion 75 - wroclawski	11,90	4,34	19,97	1,91
65	Podregion 76 - wroclawski	-19,45	-18,45	-6,26	-1,45
66	Podregion 77 - wroclawski	-19,96	-14,26	-4,09	-1,43
67	Podregion 78 - wroclawski	-19,94	-4,99	-19,21	-1,86
68	Podregion 79 - wroclawski	-19,20	-8,10	-7,67	-0,12
69	Podregion 80 - wroclawski	-9,99	6,17	-19,19	-1,70
70	Podregion 81 - wroclawski	47,76	16,71	20,89	5,59

Wybierz makroregion:

Wybierz rok:

DEKOMPOZYCJA RÓŻNIC PKB PER CAPITA dla podregionów

Makroregion: Polska Zachodnia
 Rok: 2012



Źródło: opracowanie własne.

3.1.5 Dekompozycja współczynnika Theila dla podregionów w 2012 r.

W arkuszu zastosowano układ tablic, tak jak w poprzednio opisanych przykładach, hierarchiczno-logiczny: po lewej stronie znajdują się tablice wynikowe (błękitne), po prawej zaś tablice ze wskaźnikami, a następnie z danymi (obie szare). Tablica z danymi zawiera te same informacje, co tablice w pliku z bazą danych dla podregionów (por. podrozdział 3.2.2). U dołu błękitnej tablicy zaznaczono na czerwono wartości współczynnika Theila i jego dekompozycji dla całej Polski.

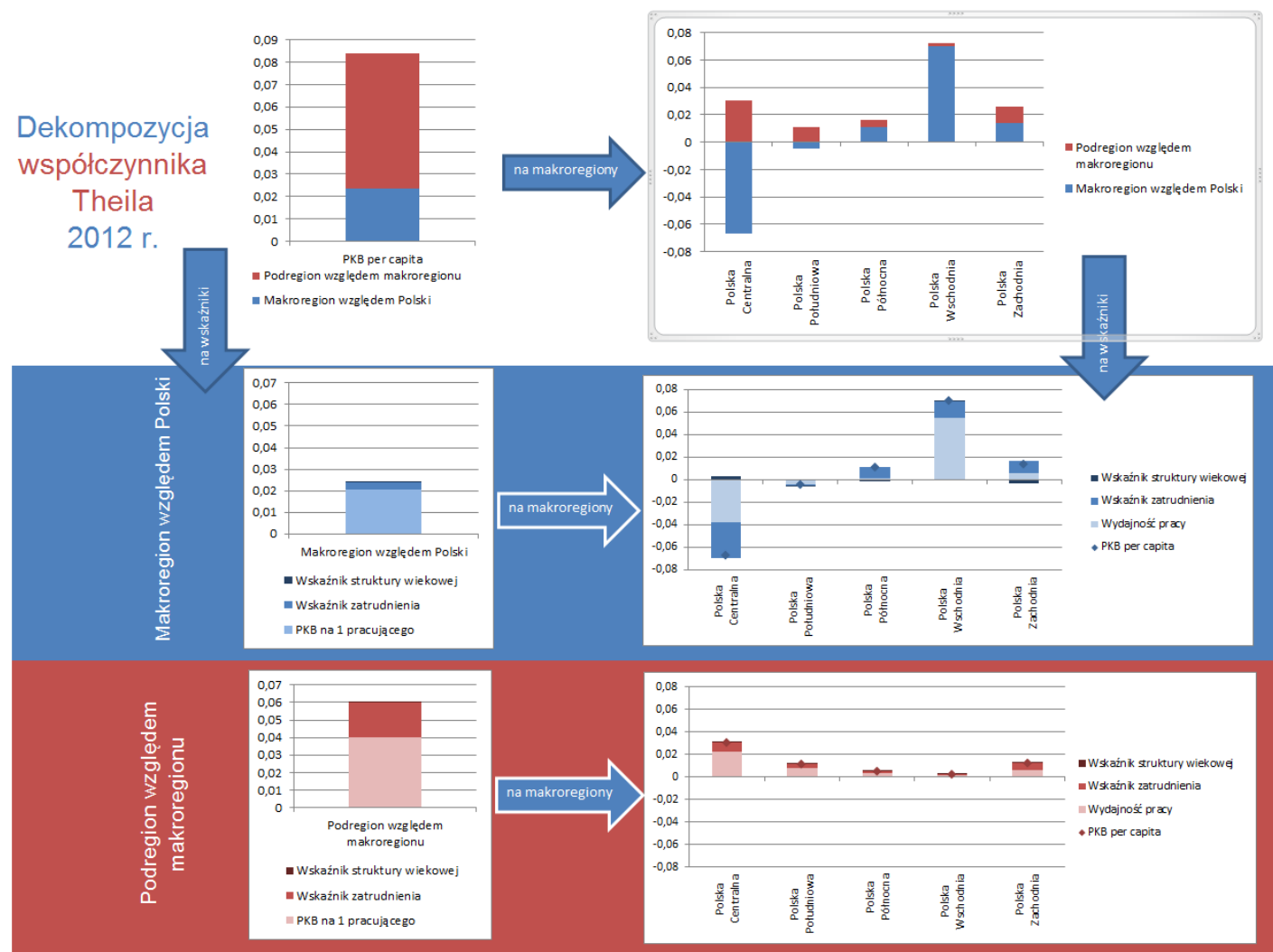
W pliku umieszczono także jeden arkusz z prezentacją graficzną dekompozycji.

Rysunek 11. Układ tablicy w arkuszu dla danego roku

DEKOMPOZYCJA WSPÓŁCZYNNIKA THEILA					WSKAŹNIKI					DANE					
Współczynnik Theila	Dekompozycja	PIB per capita	PIB na 1 pracownika	Wzrost zbiorczy	Wzrost w przeliczeniu	Wskaźniki	Udział produkcji	Udział PIB	Udział pracujących	Udział w przeliczeniu	Data	Proszka	Przezłód	Pracujący	Pracujący w przeliczeniu
Polska ogółem	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025		100,0%	100,0%	100,0%	100,0%					

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 12. Ekran wyników dla dekompozycji współczynnika Theila



Źródło: opracowanie własne.

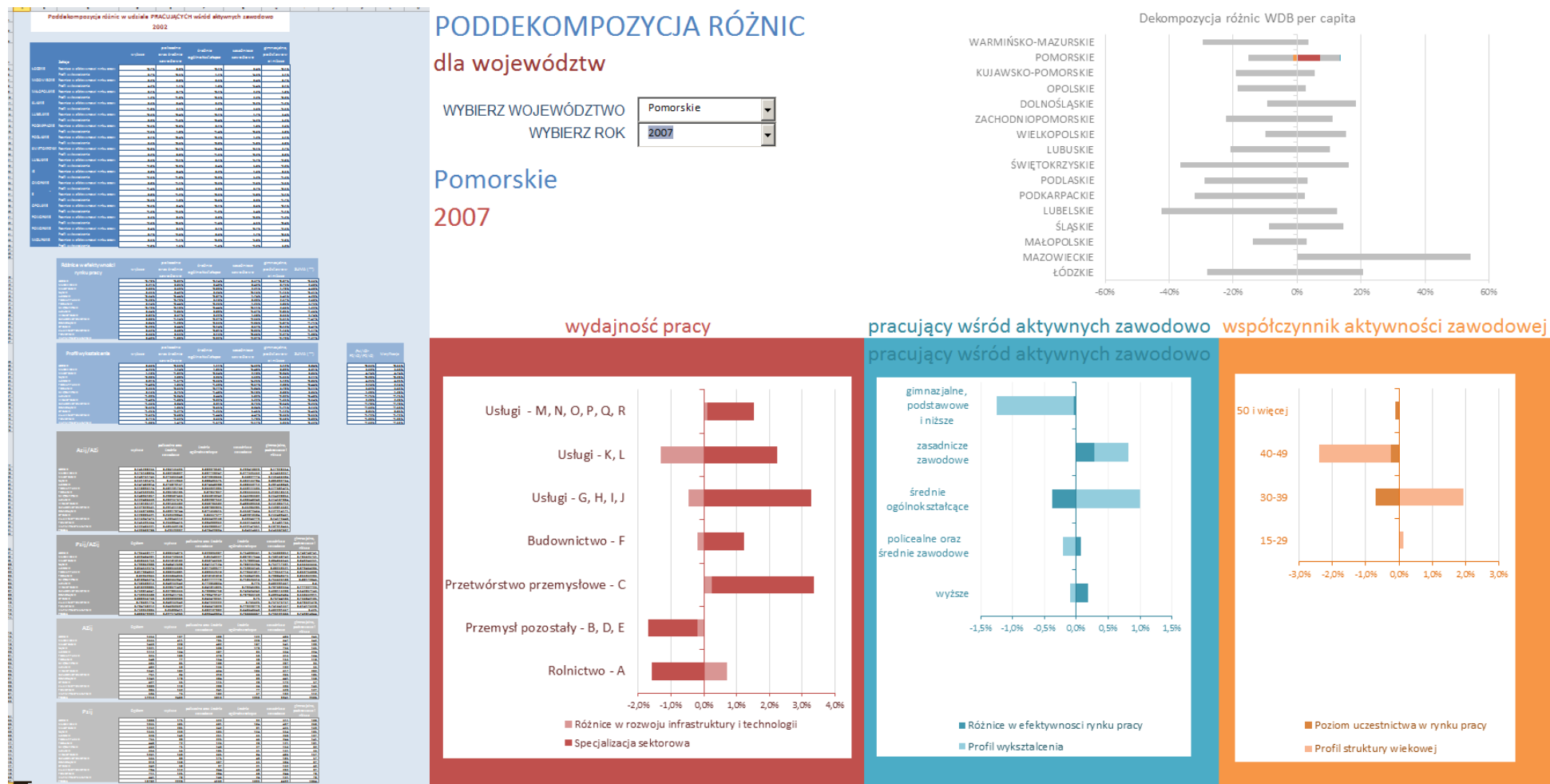
3.1.6 Pod-dekompozycje różnic dla województw

W pliku z pod-dekompozycją znajdują się po 3 arkusze według lat (2002, 2007, 2012) dla każdej pod-dekompozycji (wydajności pracy, udziału pracujących wśród aktywnych zawodowo, współczynnika aktywności zawodowej).

Układ dla danego arkusza ma charakter hierarchiczny: na samej górze znajduje się tablica wynikowa dla dekompozycji w układzie dla danego województwa. Pod spodem, także niebieskie dwie tablice, to tablice z wynikami ostatecznymi (tymi samymi, co w pierwszej tablicy), jednak w układzie według poszczególnych wskaźników. Kolejne dwie tablice, to tablice ze wskaźnikami, a dwie ostatnie to tablice z danymi.

W pliku z makrem rozmieszczono u dołu trzy wykresy dla każdej pod-dekompozycji (czerwony – wydajność pracy, niebieski – pracujący wśród aktywnych zawodowo, pomarańczowy – współczynnik aktywności zawodowej). W górnym prawym rogu znajduje się pomocniczy wykres z dekompozycją różnic, który daje ogólny obraz skali danego czynnika poddanego dalszej dekompozycji. W menu u góry można wybierać zarówno rok, jak i województwo.

Rysunek 13. Układ tablic oraz ekran wyników dla pod-dekompozycji województw



Źródło: opracowanie własne.

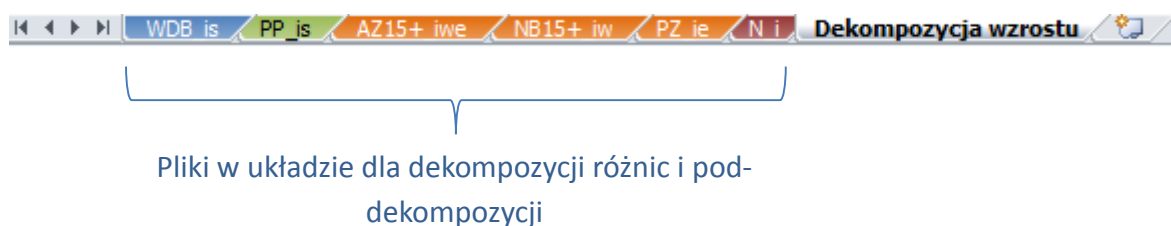
3.2 Baza danych i źródła danych

3.2.1 Baza danych dla województw i makroregionów

Przewidziano jeden plik dla bazy danych województw i makroregionów – dane dla makroregionów wyliczane są z danych dla województw.

W pliku znajdziemy arkusze dla poszczególnych danych w układzie dla dekompozycji różnic (WDB) i pod-dekompozycji, oraz oddzielną jedną zakładkę dla danych w układzie dekompozycji wzrostu.

Rysunek 14: Struktura skoroszytu bazy danych



Źródło: opracowanie własne.

Kolorami wyróżniono poszczególne obszary: niebieski (WDB *per capita* i PKB *per capita*), zielony (pracujący w miejscu pracy), pomarańczowy (BAEL), czerwony (populacja na podstawie badania demograficznego).

Dane dla dekompozycji różnic oraz pod-dekompozycji zostały ułożone według następującego schematu: oddzielna tablica dla każdego roku – w wierszach znajdują się dane jednostki terytorialne (województwa albo makroregiony), w kolumnach zaś podział według zakresu przedmiotowego (w zależności od rodzaju dekompozycji bądź pod-dekompozycji: w przypadku WDB i liczby pracujących według miejsca pracy będą to sekcje PKD, w przypadku aktywności zawodowej i liczby ludności – grupy wieku, w przypadku liczby pracujących w miejscu zamieszkania – poziomy wykształcenia).

Rysunek 15. Przykłady arkuszy z bazy danych dla województw (po lewej) i makroregionów (po prawej)

Pracujący w miejscu zamieszkania (BAEL)

według grup wykształcenia
województwa

Specyfikacja
Obszar: Badanie Aktywności
Ekonomicznej Ludności
Jednostki: Tys. osób, dane
średnioroczne
Źródło: BDL
Ostatnia aktualizacja: 2015-07-02

Kod	Jednostka terytorialna	grupy wykształcenia					
		ogółem	wyższe	policealne oraz średnie zawodowe	średnie ogólnokształcące	zasadnicze zawodowe	gimnazjalne, podstawowe i niższe
1100000000	ŁÓDZKIE	1 248	338	348	139	324	99
1140000000	MAZOWIECKIE	2 408	967	584	238	490	119
1120000000	MAŁOPOLSKIE	1 314	406	351	106	383	68
1240000000	ŚLĄSKIE	1 903	591	593	148	500	71
1080000000	LUBELSKIE	957	282	278	71	245	81
1180000000	PODKARPACKIE	801	220	230	58	231	62
1200000000	PODLASKIE	453	137	133	35	102	46
1260000000	ŚWIĘTOKRZYSKIE	554	172	149	38	152	43
1080000000	LUBUSKIE	404	105	119	37	118	28
1300000000	WIELKOPOLSKIE	1 366	381	384	104	426	71
1320000000	ZACHODNIOPOMORSKIE	572	169	153	54	153	43
1020000000	DOLNOŚLĄSKIE	1 056	343	292	101	264	56
1180000000	OPOLSKIE	347	89	96	28	114	20
1040000000	KUJAWSKO-POMORSKIE	765	201	207	69	231	55
1320000000	POMORSKIE	893	235	219	86	233	60
1280000000	WARMIŃSKO-MAZURSKIE	529	144	143	50	139	53
	POLSKA	15 569	4 840	4 278	1 364	4 103	984

Kod	Jednostka terytorialna	grupy wykształcenia					
		ogółem	wyższe	policealne oraz średnie zawodowe	średnie ogólnokształcące	zasadnicze zawodowe	gimnazjalne, podstawowe i niższe
1100000000	ŁÓDZKIE	1 193	321	344	117	311	100
1140000000	MAZOWIECKIE	2 450	941	627	237	506	139
1120000000	MAŁOPOLSKIE	1 298	390	347	99	381	81
1240000000	ŚLĄSKIE	1 907	565	591	152	523	76
1080000000	LUBELSKIE	947	261	277	68	252	89
1180000000	PODKARPACKIE	807	208	226	56	243	74
1200000000	PODLASKIE	459	131	131	35	115	47
1260000000	ŚWIĘTOKRZYSKIE	584	158	163	39	169	55
1080000000	LUBUSKIE	405	98	118	42	121	26
1300000000	WIELKOPOLSKIE	1 372	368	383	109	436	76
1320000000	ZACHODNIOPOMORSKIE	562	161	146	54	158	43
1020000000	DOLNOŚLĄSKIE	1 087	325	308	100	285	69
1180000000	OPOLSKIE	361	87	99	30	122	23
1040000000	KUJAWSKO-POMORSKIE	791	197	208	71	235	60
1320000000	POMORSKIE	859	274	207	88	227	63
1280000000	WARMIŃSKO-MAZURSKIE	505	126	142	48	138	51
	POLSKA	15 591	4 612	4 320	1 345	4 242	1 072

Kod	Jednostka terytorialna	grupy wykształcenia					
		ogółem	wyższe	policealne oraz średnie zawodowe	średnie ogólnokształcące	zasadnicze zawodowe	gimnazjalne, podstawowe i niższe
1100000000	ŁÓDZKIE	1 229	316	351	123	332	107
1140000000	MAZOWIECKIE	2 406	889	629	234	510	144
1120000000	MAŁOPOLSKIE	1 290	361	344	107	389	89
1240000000	ŚLĄSKIE	1 901	547	595	151	532	76
1080000000	LUBELSKIE	970	250	296	66	261	97
1180000000	PODKARPACKIE	825	198	230	57	239	81
1200000000	PODLASKIE	475	131	140	35	119	50
1260000000	ŚWIĘTOKRZYSKIE	601	150	166	39	186	60
1080000000	LUBUSKIE	419	102	119	43	126	29
1300000000	WIELKOPOLSKIE	1 365	347	379	106	445	86
1320000000	ZACHODNIOPOMORSKIE	547	153	147	49	153	45

Populacja ogółem (demo)

makroregiony

Specyfikacja
Obszar: Demografia
Jednostki: Tys. osób
Źródło: BDL, obliczenia własne
Ostatnia aktualizacja: 2015-07-02

Jednostka terytorialna	grupy wiekowe		
	Ogółem	15 i więcej	18-59/64
CENTRALNY	7 829 933	6 653 588	4 888 706
POŁUDNIOWY	7 960 028	6 785 509	5 054 938
WSCHODNI	8 195 563	6 966 940	5 201 292
ZACHODNI	10 121 760	8 621 951	6 489 097
PÓŁNOCNY	4 388 375	3 696 245	2 788 113
POLSKA	38 495 659	32 724 233	24 422 146

Jednostka terytorialna	grupy wiekowe		
	Ogółem	15 i więcej	18-59/64
CENTRALNY	7 826 411	6 653 981	4 922 079
POŁUDNIOWY	7 969 947	6 792 592	5 094 948
WSCHODNI	8 218 984	6 973 364	5 235 544
ZACHODNI	10 131 483	8 625 158	6 546 835
PÓŁNOCNY	4 386 474	3 691 590	2 806 152
POLSKA	38 533 299	32 736 685	24 605 558

Jednostka terytorialna	grupy wiekowe		
	Ogółem	15 i więcej	18-59/64
CENTRALNY	7 819 285	6 651 340	4 948 101
POŁUDNIOWY	7 973 153	6 793 609	5 124 337
WSCHODNI	8 232 238	6 970 057	5 256 068
ZACHODNI	10 131 901	8 620 146	6 591 345
PÓŁNOCNY	4 381 870	3 684 318	2 818 676
POLSKA	38 538 447	32 719 470	24 738 527

Jednostka terytorialna	grupy wiekowe		
	Ogółem	15 i więcej	18-59/64
CENTRALNY	7 809 508	6 642 553	4 967 841
POŁUDNIOWY	7 971 634	6 787 278	5 143 777
WSCHODNI	8 246 335	6 963 918	5 267 780
ZACHODNI	10 130 111	8 600 000	6 305 000

Źródło: opracowanie własne.

W zakładkach z liczbą pracujących według miejsca pracy (PP_is) oraz liczbą populacji ogółem (N_i), obok głównych tablic z danymi, znajdują się po prawej stronie szare tablice – są to pomocnicze tablice do wyliczenia liczby pracujących oraz liczby populacji ogółem.

Oddzielna zakładka zawiera dane w układzie dla dekompozycji wzrostu, tj. oddzielna tablica dla każdego wskaźnika – lata umieszczone w wierszach i województwa umieszczone w kolumnach.

Rysunek 16. Arkusz dla dekompozycji wzrostu dla województw

		Dane w układzie dla DEKOMPOZYCJI WZROSTU																
		Łódźskie	Mazowieckie	Mazowieckie	Śląskie	Wielkopolskie	Podkarpackie	Podlaskie	Świętokrzyskie	Lubelskie	Wielkopolskie	Sachodniopomorskie	Łódzkie	Opolskie	Kujawsko-Pomorskie	Pomorskie	Lubuskie	Polonia
PKB i	2003	79931	278223	92661	186493	41998	50593	23929	30741	28241	154917	48977	86122	29222	38922	75026	11783	113934
	2004	78129	282229	93122	185934	43247	50931	23973	29493	27929	153852	48231	84242	29236	39424	75026	12114	113934
	2005	77488	275929	92951	185734	44024	47443	23873	29244	26685	152993	48751	83078	29111	39242	75026	12114	113934
	2006	80928	295379	95840	190920	45228	48724	24243	29118	29324	152773	45420	84758	29272	42251	85026	12822	113780
	2007	85685	311312	97774	195920	45885	49207	25878	29511	30886	152928	41161	87217	31824	41683	92078	12822	113934
	2008	89321	323520	100528	199520	45922	49321	25321	29724	31811	152818	42818	88254	31822	42020	95026	12822	113934
	2009	91222	332228	102828	202828	45828	49228	25228	30828	32828	152828	42728	89228	32822	43020	95026	12822	113934
	2010	92828	340228	104228	204228	45828	49228	25228	30828	32828	152828	42728	89228	32822	43020	95026	12822	113934
	2011	94228	348228	105228	205228	45828	49228	25228	30828	32828	152828	42728	89228	32822	43020	95026	12822	113934
	2012	95228	352228	106228	206228	45828	49228	25228	30828	32828	152828	42728	89228	32822	43020	95026	12822	113934
2013	96228	356228	107228	207228	45828	49228	25228	30828	32828	152828	42728	89228	32822	43020	95026	12822	113934	
2014	97228	360228	108228	208228	45828	49228	25228	30828	32828	152828	42728	89228	32822	43020	95026	12822	113934	
2015	98228	364228	109228	209228	45828	49228	25228	30828	32828	152828	42728	89228	32822	43020	95026	12822	113934	
PP_i	2003	91228	295379	95840	190920	45228	48724	24243	29118	29324	152773	45420	84758	29272	42251	85026	12822	113780
	2004	89321	282229	93122	185934	43247	50931	23973	29493	27929	153852	48231	84242	29236	39424	75026	12114	113934
	2005	87488	275929	92951	185734	44024	47443	23873	29244	26685	152993	48751	83078	29111	39242	75026	12114	113934
	2006	90928	295379	95840	190920	45228	48724	24243	29118	29324	152773	45420	84758	29272	42251	85026	12822	113780
	2007	95685	311312	97774	195920	45885	49207	25878	29511	30886	152928	41161	87217	31824	41683	92078	12822	113934
	2008	99321	323520	100528	199520	45922	49321	25321	29724	31811	152818	42818	88254	31822	42020	95026	12822	113934
	2009	101222	332228	102828	202828	45828	49228	25228	30828	32828	152828	42728	89228	32822	43020	95026	12822	113934
	2010	102828	340228	104228	204228	45828	49228	25228	30828	32828	152828	42728	89228	32822	43020	95026	12822	113934
	2011	104228	348228	105228	205228	45828	49228	25228	30828	32828	152828	42728	89228	32822	43020	95026	12822	113934
	2012	105228	352228	106228	206228	45828	49228	25228	30828	32828	152828	42728	89228	32822	43020	95026	12822	113934
2013	106228	356228	107228	207228	45828	49228	25228	30828	32828	152828	42728	89228	32822	43020	95026	12822	113934	
PZ_i	2003	1348	2498	1018	1908	898	898	498	898	498	1098	898	898	898	898	898	898	898
	2004	1358	2508	1028	1918	908	908	508	908	508	1108	908	908	908	908	908	908	908
	2005	1368	2518	1038	1928	918	918	518	918	518	1118	918	918	918	918	918	918	918
	2006	1378	2528	1048	1938	928	928	528	928	528	1128	928	928	928	928	928	928	928
	2007	1388	2538	1058	1948	938	938	538	938	538	1138	938	938	938	938	938	938	938
	2008	1398	2548	1068	1958	948	948	548	948	548	1148	948	948	948	948	948	948	948
	2009	1408	2558	1078	1968	958	958	558	958	558	1158	958	958	958	958	958	958	958
	2010	1418	2568	1088	1978	968	968	568	968	568	1168	968	968	968	968	968	968	968
	2011	1428	2578	1098	1988	978	978	578	978	578	1178	978	978	978	978	978	978	978
	2012	1438	2588	1108	1998	988	988	588	988	588	1188	988	988	988	988	988	988	988
2013	1448	2598	1118	2008	998	998	598	998	598	1198	998	998	998	998	998	998	998	
AZ_i	2003	1024	2617	1078	2108	1088	994	897	897	498	1097	897	1098	897	897	897	897	17361
	2004	1034	2627	1088	2118	1098	1004	907	907	508	1107	907	1108	907	897	897	897	17461
	2005	1044	2637	1098	2128	1108	1014	917	917	518	1117	917	1118	917	897	897	897	17561
	2006	1054	2647	1108	2138	1118	1024	927	927	528	1127	927	1128	927	897	897	897	17661
	2007	1064	2657	1118	2148	1128	1034	937	937	538	1137	937	1138	937	897	897	897	17761
	2008	1074	2667	1128	2158	1138	1044	947	947	548	1147	947	1148	947	897	897	897	17861
	2009	1084	2677	1138	2168	1148	1054	957	957	558	1157	957	1158	957	897	897	897	17961
	2010	1094	2687	1148	2178	1158	1064	967	967	568	1167	967	1168	967	897	897	897	18061
	2011	1104	2697	1158	2188	1168	1074	977	977	578	1177	977	1178	977	897	897	897	18161
	2012	1114	2707	1168	2198	1178	1084	987	987	588	1187	987	1188	987	897	897	897	18261
2013	1124	2717	1178	2208	1188	1094	997	997	598	1197	997	1198	997	897	897	897	18361	
NB15+_i	2003	249	486	264	994	167	166	97	109	63	212	102	204	712	109	178	1547	3038
	2004	259	496	274	1004	177	176	107	119	73	222	112	214	119	119	119	159	3038
	2005	269	506	284	1014	187	186	117	129	83	232	122	224	129	129	129	169	3038
	2006	279	516	294	1024	197	196	127	139	93	242	132	234	139	139	139	179	3038
	2007	289	526	304	1034	207	206	137	149	103	252	142	244	149	149	149	189	3038
	2008	299	536	314	1044	217	216	147	159	113	262	152	254	159	159	159	199	3038
	2009	309	546	324	1054	227	226	157	169	123	272	162	264	169	169	169	209	3038
	2010	319	556	334	1064	237	236	167	179	133	282	172	274	179	179	179	219	3038
	2011	329	566	344	1074	247	246	177	189	143	292	182	284	189	189	189	229	3038
	2012	339	576	354	1084	257	256	187	199	153	302	192	294	199	199	199	239	3038
2013	349	586	364	1094	267	266	197	209	163	312	202	304	209	209	209	249	3038	

Źródło: opracowanie własne.

Problem precyzji agregatów danych

Dane podsumowujące stanowią sumy danych źródłowych. Ze względu na to, że dane źródłowe są danymi zaokrąglonymi (do milionów bądź tysięcy), dane dla tych samych agregatów, zagregowane z różnych podziałów, mogą się nieznacznie od siebie różnić. Przykład stanowi arkusz z liczbą aktywnych zawodowo dla osób w wieku 15 lat i więcej, która to kategoria została podzielona zarówno według grup wieku, jak i grup wykształcenia. ``

Podobnie ma się rzecz z danymi dla makroregionów, które zostały obliczone jako suma danych źródłowych dla poszczególnych województw. Z tego powodu niektóre podsumowania ogółem (dla Polski) mogą się różnić nieznacznie od siebie ze względu na to, że dane do obliczeń są danymi zaokrąglonymi (do milionów bądź tysięcy).

3.2.2 Baza danych dla podregionów

Baza danych dla podregionów posiada inną strukturę, ze względu na odmienną dekompozycję zastosowaną dla tych jednostek terytorialnych. Plik składa się z czterech arkuszy – każdy arkusz poświęcony jest innej zmiennej, która służy do wyliczenia wskaźników do dekompozycji, tj. PKB, liczba pracujących, populacja ogółem, populacja w wieku produkcyjnym.

W arkuszach dotyczących liczby pracujących oraz populacji ogółem zamieszczono także tablice pomocnicze (w kolorze szarym) służące do obliczenia obu zmiennych.

W tablicach podregiony ułożone są w układzie według makroregionów, w skład których wchodzi.

4 Wyniki i ich interpretacja

W toku prac przeprowadzono następujące dekompozycje, których postać została omówiona w podrozdziale 2.3 i 2.4:

1. Dla 5 makroregionów:
 - a. Dekompozycja wzrostu realnego PKB *per capita* w latach 2004-2012
 - b. Dekompozycja różnic w poziomie WDB *per capita* względem średniej dla Polski w latach 2002-2012
2. Dla 16 województw:
 - a. Dekompozycja wzrostu realnego PKB *per capita* w latach 2004-2012
 - b. Dekompozycja różnic w poziomie WDB *per capita* względem średniej dla Polski w latach 2002-2012
 - i. Pod-dekompozycja różnic w wydajności pracy w latach 2002, 2007 i 2012
 - ii. Pod-dekompozycja różnic w udziale pracujących w aktywnych zawodowo w latach 2002, 2007 i 2012
 - iii. Pod-dekompozycja różnic we współczynniku aktywności zawodowej w latach 2002, 2007 i 2012
 - c. Algorytm redukcji błędu opisany w podrozdziale 2.1.1 dla dekompozycji różnic w poziomie WDB *per capita* w 2012 r.
3. Dla 66 podregionów:
 - a. Dekompozycja okrojona 3-czynnikowa¹⁹ wzrostu realnego PKB *per capita* w latach 2004-2012
 - b. Dekompozycja okrojona 3-czynnikowa²⁰ różnic realnego PKB *per capita* w latach 2003-2012

¹⁹ Z uwagi na dostępność danych dla jednostek NTS3 dokonano dekompozycji PKB *per capita* na trzy składowe: PKB na 1 pracującego, wskaźnik zatrudnienia i wskaźnik struktury wiekowej, przy czym inaczej niż w pozostałych dekompozycjach zdecydowano się na uwzględnienie ludności w wieku produkcyjnym zamiast ludności 15+ zarówno we wskaźniku zatrudnienia, jak i we wskaźniku struktury wiekowej.

²⁰ Z uwagi na dostępność danych dla jednostek NTS 3 dokonano dekompozycji PKB *per capita* na trzy składowe: PKB na 1 pracującego, wskaźnik zatrudnienia i wskaźnik struktury wiekowej, przy czym inaczej niż w pozostałych dekompozycjach zdecydowano się na uwzględnienie ludności w wieku produkcyjnym zamiast

- c. Dekompozycja według współczynnika Theila (druga wersja z udziałami populacji omówiona w podrozdziale 2.5) zróżnicowania w poziomie realnego PKB *per capita* w 2012 r. według podgrup (podregiony względem makroregionów i makroregiony względem Polski) oraz według składowych zróżnicowania w poziomie WDB na 1 pracującego, wskaźnika zatrudnienia i wskaźnika struktury wiekowej

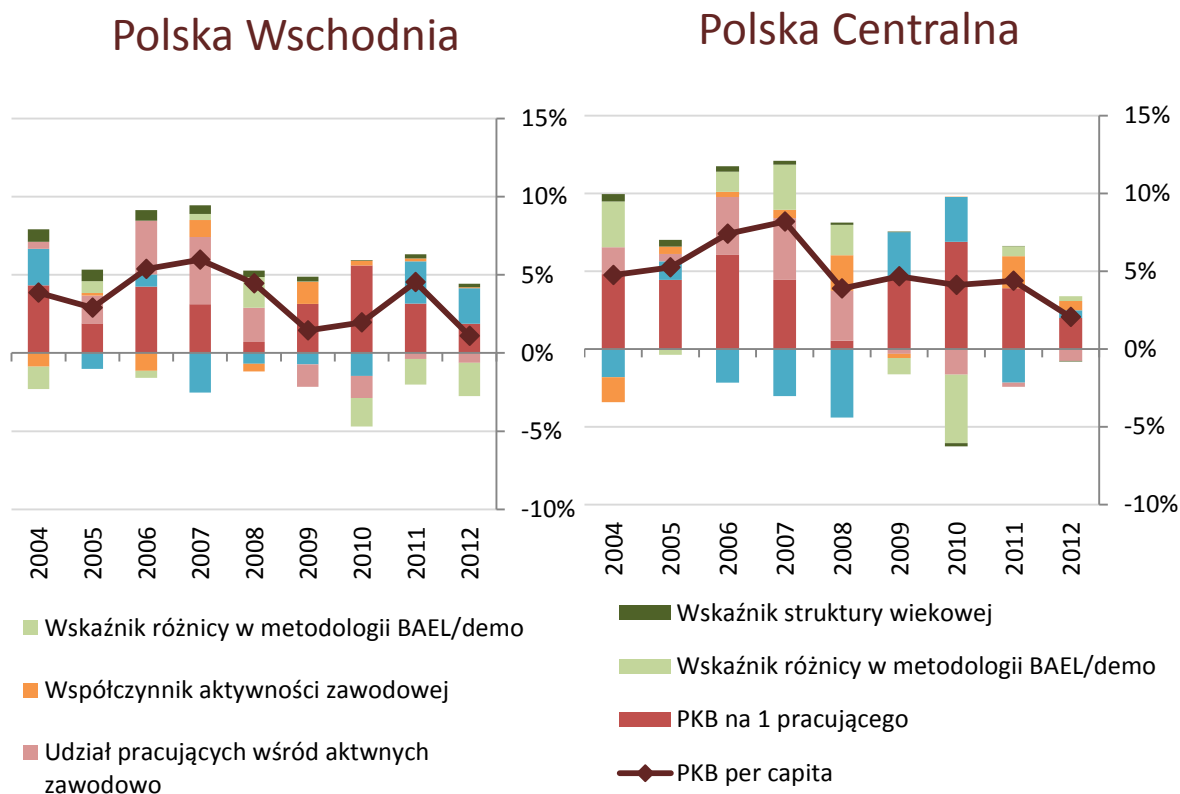
Liczba dekompozycji jest duża, stąd zdecydowano się na przedstawienie przykładowych interpretacji poszczególnych rodzajów dekompozycji bez całościowej analizy zróżnicowania poszczególnych jednostek terytorialnych. Taka całościowa analiza musiałaby być przedmiotem serii oddzielnych opracowań.

4.1 Dekompozycja wzrostu PKB *per capita*

Dekompozycja wzrostu została omówiona w Rozdziale 2.3. Poniższy wykres przedstawia przykładową dekompozycję wzrostu PKB *per capita* dla makroregionów Polski Wschodniej i Centralnej w latach 2004-2012. Wzrost PKB *per capita* w Polsce Centralnej był systematycznie wyższy niż w Polsce Wschodniej głównie za sprawą wyższego wzrostu wydajności pracy (PKB na jednego pracującego). Ważnymi determinantami tego wzrostu były również wskaźnik dojazdów do pracy netto oraz wskaźnik różnicy metodologii BAEL/demo. Zmiany tego pierwszego oznaczają, że zmienia się stosunek udziału osób pracujących w miejscu pracy (pracujący według badania przedsiębiorstw) do osób pracujących w miejscu zamieszkania (pracujący według BAEL): dodatnia wartość oznacza wzrost tego udziału a ujemna wartość - spadek. Z kolei dodatnia bądź ujemna wartość wskaźnika różnicy metodologii BAEL/demo oznacza, że stosunek populacji w wieku 15+ liczony według BAEL i ten liczony według badań demograficznych wzrósł bądź spadł.

ludności 15+ zarówno we wskaźniku zatrudnienia, jak i we wskaźniku struktury wiekowej.

Wykres 3: Dekompozycja wzrostu PKB per capita dla Polski Wschodniej i Polski Centralnej w latach 2004 - 2012

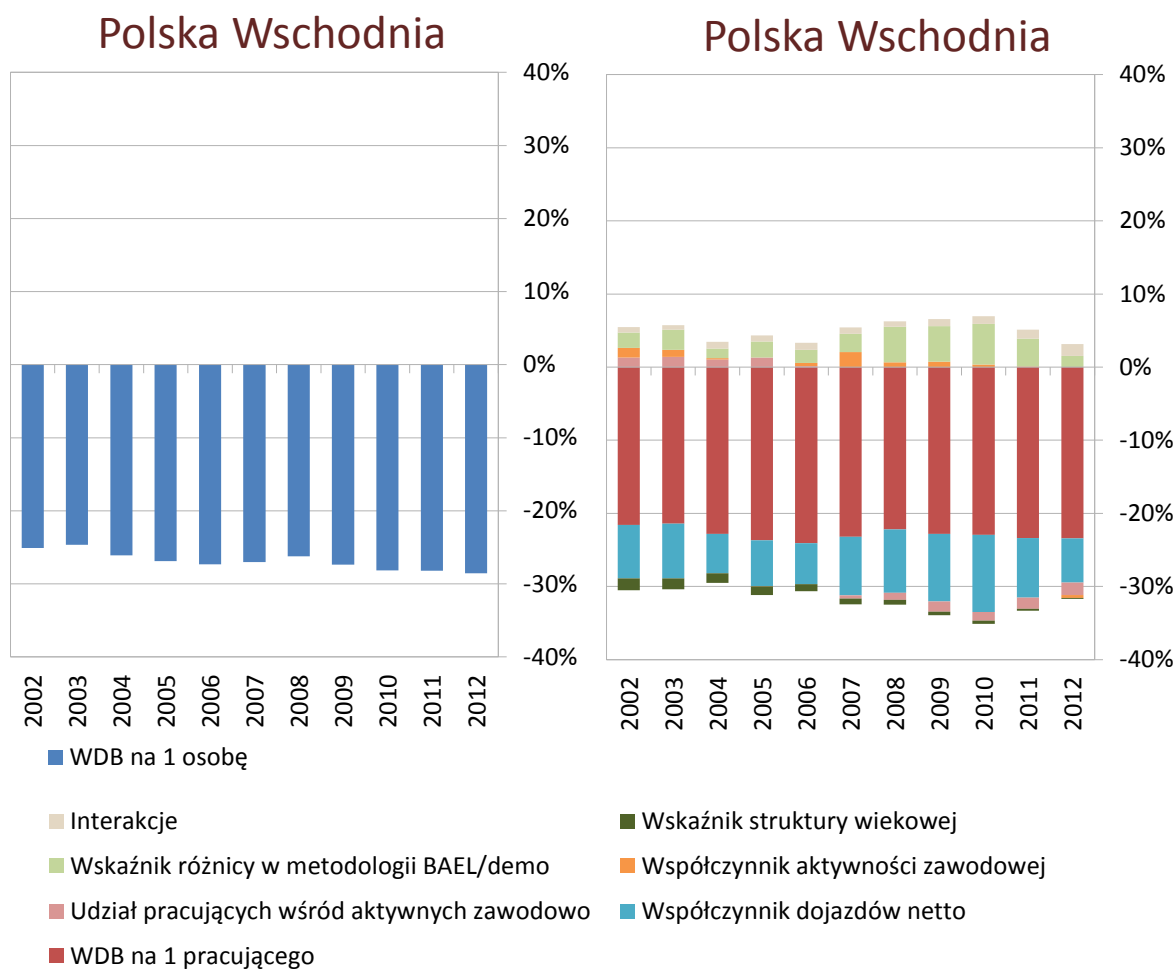


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

4.2 Dekompozycja różnic w poziomie WDB per capita

Dekompozycja różnic została omówiona w Rozdziale 2.4. Poniżej przedstawiono przykładowy wykres dekompozycji różnic w poziomie WDB per capita dla Polski Wschodniej względem średniej dla Polski w latach 2002-2012. Różnice te stopniowo się powiększają, głównie za sprawą różnic w średniej wydajności pracy mierzonych jako WDB na jednego pracującego. Poważnym problemem Polski Wschodniej był również odpływ pracowników do innych makroregionów w szczególności w latach 2008-2010, co znalazło odzwierciedlenie w dużej negatywnej różnicy w poziomie wskaźnika dojazdów do pracy netto w tym okresie. Rok 2011 i 2012 przyniosły pod tym względem znaczącą poprawę, która była jednak częściowo równoważona poprzez spadek różnic we wskaźniku zmiany metodologii BAEL/demo. Zauważmy, że elementy interakcyjne stanowią w tym przypadku bardzo mały element, co oznacza brak konieczności radzenia sobie z błędem przybliżenia.

Wykres 4: Różnice w poziomie WDB per capita Polski Wschodniej względem średniej dla Polski w latach 2002-2012 (lewy panel) oraz dekompozycja tych różnic (prawy panel)



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

4.3 Pod-dekompozycje różnic

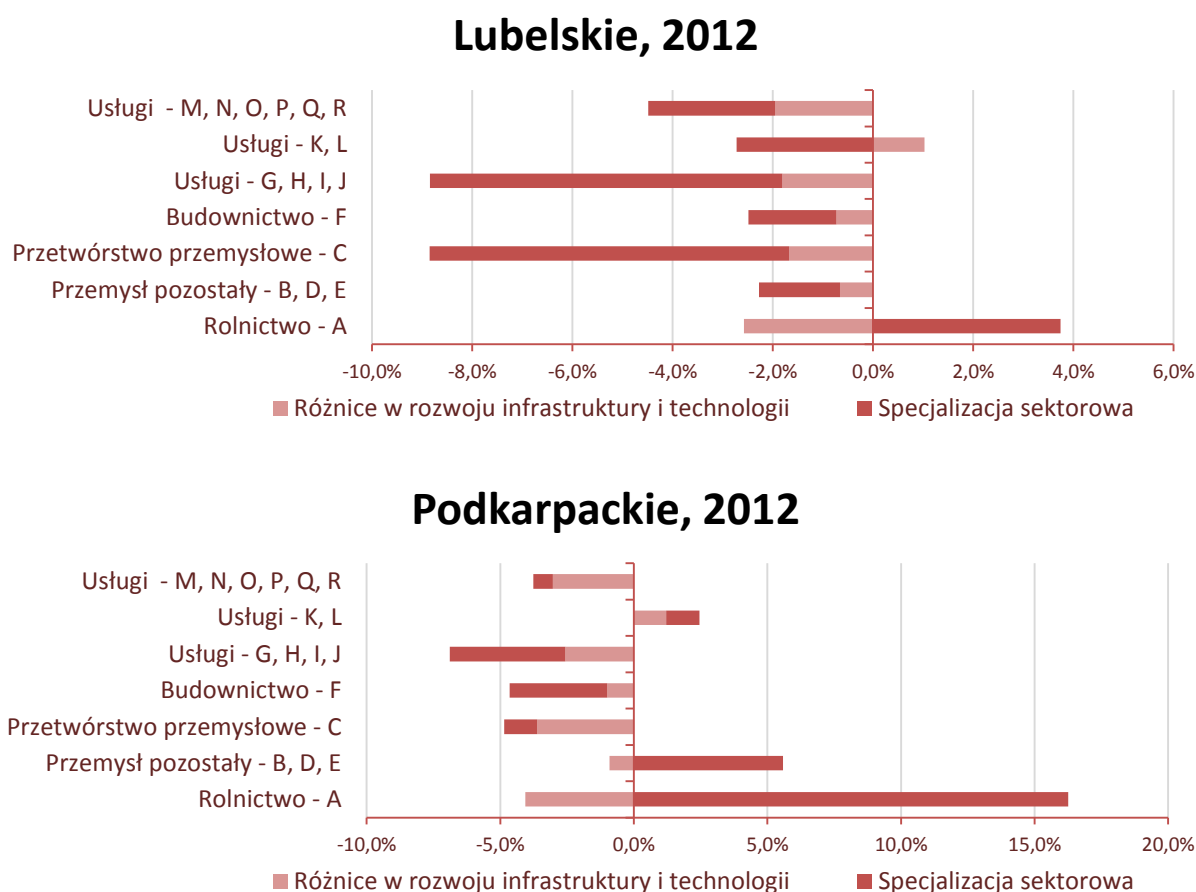
Pod-dekompozycje różnic zostały omówione w podrozdziale 2.4.3. Tutaj pokrótce przedstawiono przykłady tych pod-dekompozycji.

4.3.1 Pod-dekompozycja różnic w wydajności pracy

Poniższy wykres przedstawia pod-dekompozycję różnic w średniej wydajności pracy dla województwa lubelskiego oraz dla województwa podkarpackiego w 2012 r. Województwo lubelskie charakteryzuje się dodatnią specjalizacją sektorową w rolnictwie, co oznacza, że w tym województwie jest względnie więcej osób zatrudnionych w rolnictwie niż średnio w kraju. Jednak pozostałe różnice (interpretowane jako różnice w rozwoju infrastruktury i technologii) w rolnictwie są ujemne, co oznacza, że wydajność pracy w rolnictwie w

lubelskiem jest niższa niż wydajność pracy w rolnictwie dla Polski ogółem. Ogólna zasada jest taka, że zrozumiałe jest jeżeli specjalizacja sektorowa jest przeciwnego znaku niż różnice w rozwoju infrastruktury i technologii (jedne ujemne a drugie dodatnie) ze względu na malejącą krańcową stopę produktywności. Sytuacja jednoznacznie negatywna występuje wtedy, gdy obie składowe są negatywne. Taka sytuacja ma miejsce w lubelskiem w grupach sekcji: BDE, C, F, GHIJ oraz MNOPQR. Sytuacja jednoznacznie pozytywna występuje wówczas gdy obie składowe są dodatnie. Tak jest w województwie podkarpackim w grupie sekcji KL, choć dodatnie elementy nie są w tym przypadku zbyt wysokie. Sytuacja względnie dobra jest wtedy, gdy w ramach jednej grupy sekcji, jeden element jest dodatni a drugi ujemny, ale ten dodatni przewyższa co do wartości element ujemny. Tak jest w województwie lubelskim w rolnictwie oraz w województwie podkarpackim w rolnictwie i w przemyśle bez przetwórstwa przemysłowego.

Wykres 5: Pod-dekompozycja różnic w średniej wydajności pracy dla województwa lubelskiego oraz dla województwa podkarpackiego w 2012 r.

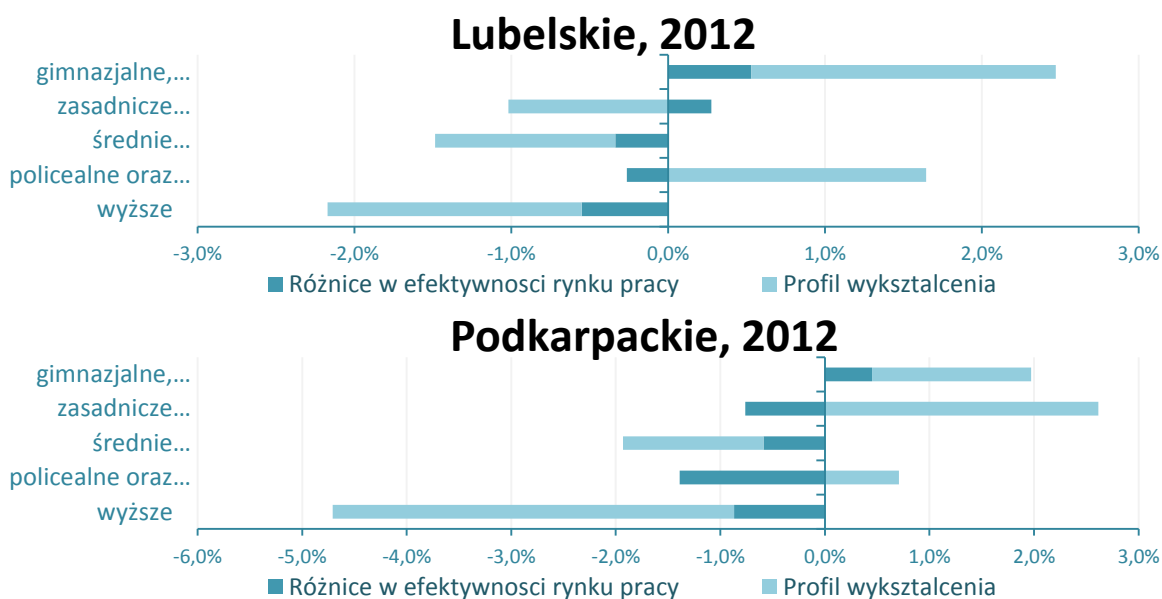


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

4.3.2 Pod-dekompozycja różnic w udziale pracujących w liczbie aktywnych zawodowo

Poniższy wykres przedstawia przykładową pod-dekompozycję różnic w udziale pracujących w aktywnych zawodowo dla województwa lubelskiego oraz dla województwa podkarpackiego w 2012 r. W województwie lubelskim występuje dodatni profil wykształcenia (jest względnie więcej osób z tym wykształceniem niż średnio w Polsce) w grupach wykształcenia gimnazjalne, podstawowe i niższe oraz policealne i średnie zawodowe, natomiast w województwie podkarpackim dodatkowo w grupie wykształcenia zasadniczego zawodowego. Ogólnie efektywność rynku pracy (tj. pozostałe różnice) jest lepsza w województwie lubelskim niż w województwie podkarpackim.

Wykres 6: Pod-dekompozycja różnic w udziale pracujących w aktywnych zawodowo dla województwa lubelskiego oraz dla województwa podkarpackiego w 2012 r.



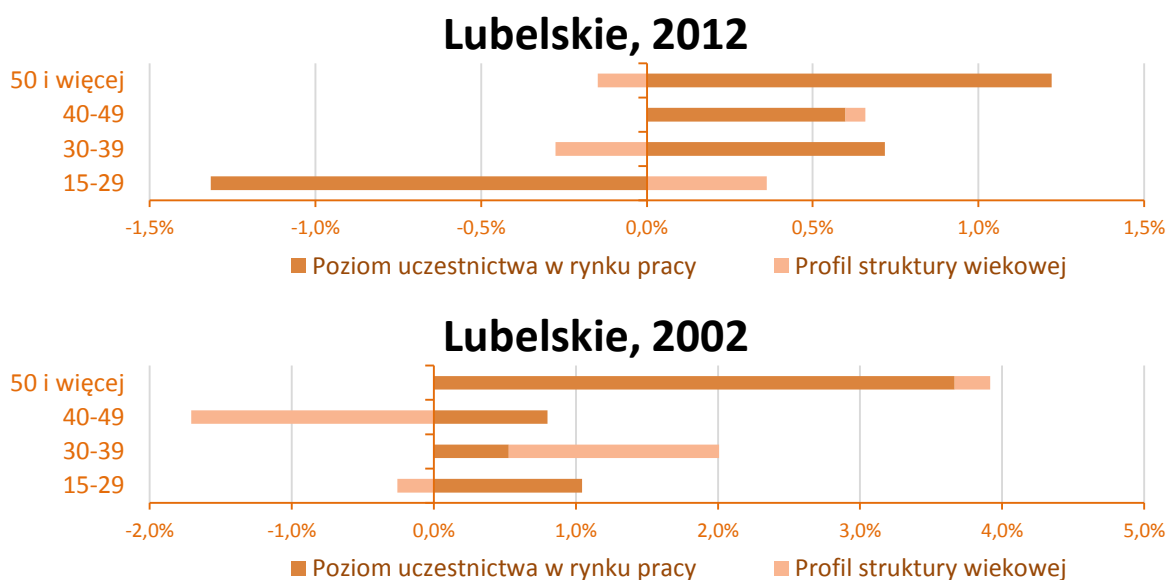
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

4.3.3 Pod-dekompozycja różnic we współczynniku aktywności zawodowej

Poniższy wykres przedstawia przykładową pod-dekompozycję różnic we współczynniku aktywności zawodowej w województwie lubelskim w 2002 i 2012 r. Takie ujęcie umożliwia porównanie sytuacji w czasie. Widoczne są zmiany demograficzne. Na przykład podczas gdy w 2002 r. profil struktury wiekowej w grupie 30-39 lat był dodatni (więcej osób w tej grupie w województwie niż średnio w Polsce), to w 2012 r. profil struktury wiekowej dla tej grupy

wieku był już ujemny. Zwraca uwagę niepokojące zjawisko bardzo słabego poziomu uczestnictwa w rynku pracy osób w najmłodszej grupie wiekowej 15-29 lat. Zmiana jaka nastąpiła tutaj przez ostatnie dziesięć lat była dramatyczna.

Wykres 7: Pod-dekompozycja różnic we współczynniku aktywności zawodowej w województwie lubelskim w 2002 i 2012 r.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

4.4 Rozszerzenia dekompozycji różnic w poziomie WDB *per capita*

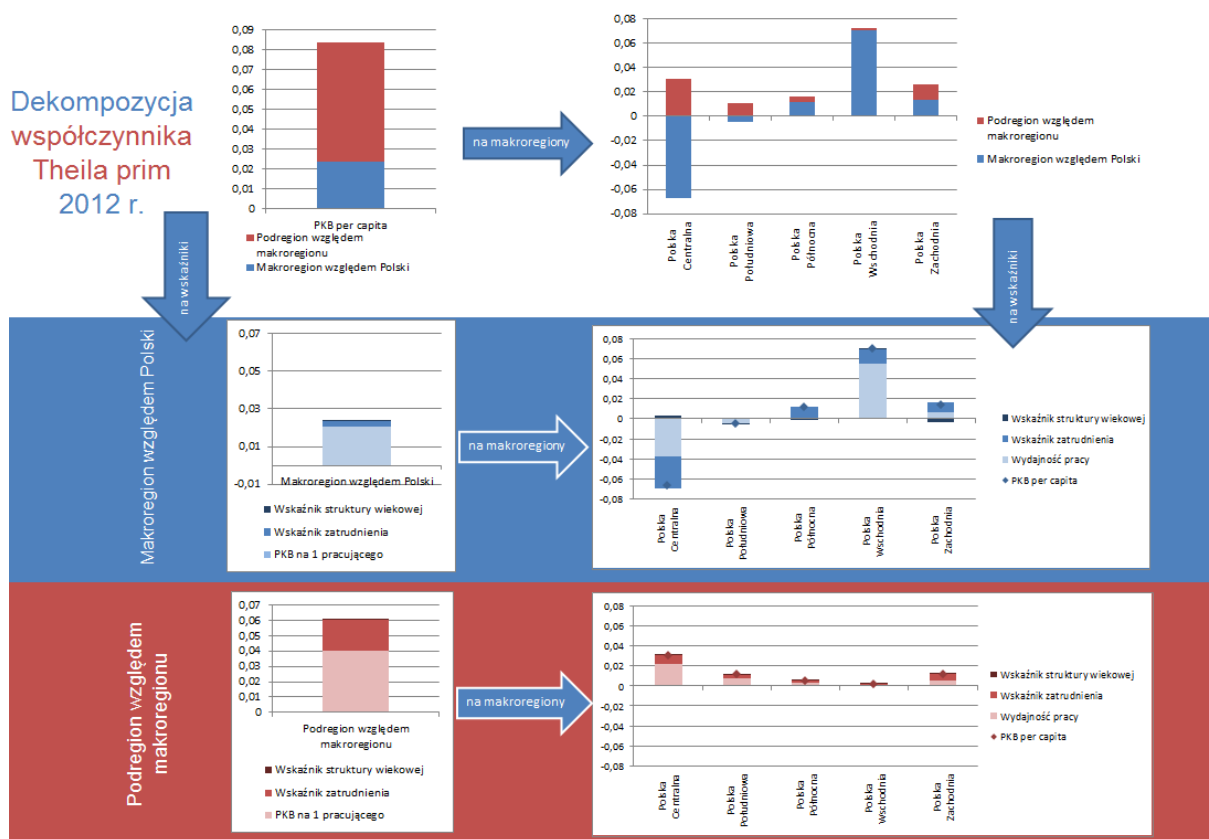
Poniżej przedstawiono dwa rozszerzenia dekompozycji różnic: dekompozycję według współczynnika Theil'a oraz algorytm redukcji błędów przybliżenia.

4.4.1 Dekompozycja według współczynnika Theil'a

Poniższy wykres przedstawia dekompozycję zróżnicowania według współczynnika Theil'a poziomu PKB *per capita* z udziałami populacyjnymi (jest to współczynnik T' omówiony w rozdziale 2.5) według podgrup (zróżnicowanie podregionów względem makroregionów i makroregionów względem Polski ogółem) oraz według składowych zróżnicowania: wydajności pracy, wskaźnika zatrudnienia i wskaźnika struktury wiekowej. Na wykresie zaobserwować można, że większość zróżnicowania ogółem występuje na poziomie podregionu względem makroregionu, a zróżnicowanie makroregionu względem Polski ogółem jest mniejsze. Wynika to jednak z faktu, że zróżnicowanie na poziomie podregionu

względem makroregionu w poszczególnych makroregionach się wzmacnia (elementy czerwone na prawym górnym wykresie poniżej są wszystkie dodatnie) podczas gdy na poziomie makroregionu względem Polski ogółem się znosi (duża wartość ujemna elementu niebieskiego w prawym górnym wykresie dla Makroregionu Polska Centralna jest "niwelowana" poprzez dużą dodatnią wartość elementu niebieskiego dla Makroregionu Polska Wschodnia). Schodząc na niższy poziom makroregionu jesteśmy w stanie wychwycić tego typu ciekawe zjawiska dot. zróżnicowania dochodowego podregionów.

Rysunek 17: Współczynnik Theil'a dla PKB per capita podregionów Polski względem Polski ogółem z udziałami populacji (T') w 2012 r.: wersja podstawowa, dekompozycja według podgrup na zróżnicowanie podregionów względem makroregionów i zróżnicowanie makroregionów względem Polski ogółem oraz dekompozycja zróżnicowania według podgrup na czynniki: wydajność pracy, wskaźnik zatrudnienia i wskaźnik struktury wiekowej



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

4.4.2 Algorytm redukcji błędu przybliżenia dla dekompozycji różnic w WDB per capita dla województw

Algorytm redukcji błędu polega na rozpisaniu pełnej dekompozycji, która nie wykazuje żadnego błędu (dekompozycja podstawowa plus elementy interakcyjne wyższych rzędów niż

pierwszego rzędu). Można by po prostu uwzględnić pełną dekompozycję. Jednak wówczas rozkład różnic na składowe staje się mało czytelny, mało przejrzysty, a dodatkowo większość elementów interakcyjnych nie posiada rozsądnej interpretacji praktycznej. Aby zaradzić temu problemowi, tj. jednocześnie utrzymać prostotę metody i interpretacji oraz przejrzystość graficznej prezentacji, a jednocześnie zredukować błąd przybliżenia, który czasem jest wyraźnie niemożliwy do akceptacji – zaproponowano następującą metodę. Spośród wszystkich elementów pełnej dekompozycji wybieramy te, których wartość bezwzględna jest większa niż pewna ustalona wartość (w poniższym przykładzie jest to 0,5%). Uznajemy te elementy za znaczące i włączamy je do dekompozycji, pozostałe elementy uznajemy za nieznaczące i eliminujemy je z dekompozycji. Oznacza to, że dla różnych jednostek terytorialnych będziemy uwzględniać różne elementy składowe. Jeśli z jakichkolwiek powodów, chcielibyśmy uwzględniać te same elementy dla różnych jednostek terytorialnych, musielibyśmy wziąć sumę wszystkich elementów uwzględnionych i te elementy włączyć do dekompozycji dla wszystkich jednostek.

Zaletą przedstawionego algorytmu jest to, że redukuje błąd przybliżenia dla wszystkich jednostek terytorialnych (dla tych, dla których błąd jest mały już w przypadku dekompozycji podstawowej – redukuje w mniejszym stopniu, a dla tych, dla których błąd w dekompozycji podstawowej jest duży – redukuje w dużym stopniu).

W poniższej tabelicy zaprezentowano na przykładzie dekompozycji różnic regionalnych w układzie NTS 2 dla roku 2014 autorski algorytm redukcji błędów. Algorytm uwzględnia te elementy pełnej dekompozycji, przedstawionej w rozdziale 2.1.1, których wartość bezwzględna przekracza 0,5% - elementy ujemne zaznaczono na czerwono, a elementy dodatnie na zielono. W tabelicy poniżej zdecydowano się na zaprezentowanie tylko interakcji drugiego rzędu (tj. elementów, które są iloczynem dwóch składników podstawowej dekompozycji), z uwagi na oszczędność miejsca, ale również dlatego, że spośród elementów interakcyjnych wyższych rzędów nie było żadnego, którego wartość spełniała zadany powyżej warunek (wartość bezwzględna większa od 0,5%). W zależności od województwa uwzględniane są różne elementy. Na przykład w województwie podkarpackim najwyższą wartość spośród interakcji (+0,97%) przyjął element 1*3, który odpowiada za wspólne oddziaływanie dwóch składników jednocześnie (WDB na pracującego oraz udziału pracujących w aktywnych zawodowo), którego nie da się przyporządkować żadnemu z tych składników z osobna.

Warto wspomnieć, że wartość graniczna $\pm 0,5\%$ została przyjęta arbitralnie: im mniejsza przyjęta wartość tym dokładność uwzględnionych elementów większa, ale tym samym więcej elementów do uwzględnienia i mniejsza czytelność i prostota dekompozycji. Przy zadanym poziomie granicznym $\pm 0,5\%$ średni błąd dekompozycji z uwzględnieniem wybranych elementów interakcyjnych wynosi $0,33\%$, podczas gdy dekompozycja bez uwzględnienia interakcji charakteryzuje się średnim błędem wynoszącym $1,49\%$. Zatem redukcja błędu jest znaczna już przy uwzględnieniu nielicznych elementów interakcyjnych.

Tablica 4: Algorytm uwzględnienia błędu przybliżenia dla dekompozycji różnic w poziomie WDB per capita dla województw Polski w stosunku pośredniej dla Polski w roku 2014. Wiersze oznaczone przez 1-5 to elementy dekompozycji bez uwzględnienia błędu przybliżenia. Następne wiersze oznaczają zmienne interakcyjne drugiego rzędu (wyższe rzędy pominięte). Elementy uwzględnione to takie elementy, których wartość bezwzględna przekracza 0,5%: czerwone są ujemne a zielone dodatnie.

	ŁÓDZKIE	MAZOWIEC KIE	MAŁOPOLSKIE	ŚLĄSKIE	LUBELSKIE	PODKARPA CKIE	PODLASKIE	ŚWIĘTOKRZ YSKIE	LUBUSKIE	WIELKOPOL SKIE	ZACHODNI OPOMORSK	DOLNOŚLĄS KIE	OPOLSKIE	KUJAWSKO- POMORSKIE	POMORSKIE	WARMIŃSK O-MAZUR.
WDB_i/N_i	-6,66%	58,93%	-11,96%	5,92%	-29,61%	-30,08%	-28,27%	-24,89%	-16,89%	6,18%	-15,71%	13,16%	-19,02%	-18,64%	-2,27%	-28,24%
1 WDB_i/Pp_i	-9,35%	30,81%	-12,92%	6,48%	-27,48%	-27,00%	-21,53%	-23,39%	-5,43%	-3,23%	0,62%	16,26%	-4,57%	-10,74%	6,71%	-11,82%
2 Pp_i/Pz_i	-11,83%	6,38%	5,71%	-2,58%	-10,18%	2,28%	-3,41%	-13,47%	-10,15%	12,02%	3,82%	5,59%	-3,93%	-2,25%	-1,20%	-5,41%
3 Pz_i/Az_i	-0,98%	2,32%	-0,37%	0,76%	-0,45%	-3,60%	1,09%	-3,49%	0,99%	1,73%	-0,94%	-1,23%	0,63%	-2,03%	0,56%	-1,29%
4 Az_i/NB15+_i	1,16%	7,84%	-1,01%	-4,37%	1,22%	0,75%	-0,34%	2,44%	-3,82%	2,52%	-6,58%	-3,65%	-2,70%	0,78%	-0,62%	-7,83%
5 NB15+_i/N15+_i	15,15%	4,01%	-2,03%	4,63%	7,28%	-2,79%	-6,46%	13,43%	0,97%	-4,94%	-13,25%	-4,33%	-11,53%	-5,25%	-5,82%	-4,71%
6 N15+_i/N_i	1,26%	-0,49%	-1,01%	1,29%	-0,02%	-0,83%	0,43%	1,03%	-0,27%	-1,20%	0,52%	1,26%	1,96%	-0,31%	-1,51%	-0,76%
1*2	1,11%	1,96%	-0,74%	-0,17%	2,80%	-0,62%	0,73%	3,15%	0,55%	-0,39%	0,02%	0,91%	0,18%	0,24%	-0,08%	0,64%
1*3	0,09%	0,72%	0,05%	0,05%	0,12%	0,97%	-0,23%	0,82%	-0,05%	-0,06%	-0,01%	-0,20%	-0,03%	0,22%	0,04%	0,15%
1*4	-0,11%	2,42%	0,13%	-0,28%	-0,33%	-0,20%	0,07%	-0,57%	0,21%	-0,08%	-0,04%	-0,59%	0,12%	-0,08%	-0,04%	0,93%
1*5	-1,42%	1,24%	0,26%	0,30%	-2,00%	0,75%	1,39%	-3,14%	-0,05%	0,16%	-0,08%	-0,70%	0,53%	0,56%	-0,39%	0,56%
1*6	-0,12%	-0,15%	0,13%	0,08%	0,01%	0,22%	-0,09%	-0,24%	0,01%	0,04%	0,00%	0,20%	-0,09%	0,03%	-0,10%	0,09%
2*3	0,12%	0,15%	-0,02%	-0,02%	0,05%	-0,08%	-0,04%	0,47%	-0,10%	0,21%	-0,04%	-0,07%	-0,02%	0,05%	-0,01%	0,07%
2*4	-0,14%	0,50%	-0,06%	0,11%	-0,12%	0,02%	0,01%	-0,33%	0,39%	0,30%	-0,25%	-0,20%	0,11%	-0,02%	0,01%	0,42%
2*5	-1,79%	0,26%	-0,12%	-0,12%	-0,74%	-0,06%	0,22%	-1,81%	-0,10%	-0,59%	-0,51%	-0,24%	0,45%	0,12%	0,07%	0,25%
2*6	-0,15%	-0,03%	-0,06%	-0,03%	0,00%	-0,02%	-0,01%	-0,14%	0,03%	-0,14%	0,02%	0,07%	-0,08%	0,01%	0,02%	0,04%
3*4	-0,01%	0,18%	0,00%	-0,03%	-0,01%	-0,03%	0,00%	-0,09%	-0,04%	0,04%	0,06%	0,04%	-0,02%	-0,02%	0,00%	0,10%
3*5	-0,15%	0,09%	0,01%	0,03%	-0,03%	0,10%	-0,07%	-0,47%	0,01%	-0,09%	0,13%	0,05%	-0,07%	0,11%	-0,03%	0,06%
3*6	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,01%	0,00%	0,03%	0,00%	-0,04%	0,00%	-0,02%	0,00%	-0,02%	0,01%	0,01%	-0,01%	0,01%
4*5	0,18%	0,31%	0,02%	-0,20%	0,09%	-0,02%	0,02%	0,33%	-0,04%	-0,12%	0,87%	0,16%	0,31%	-0,04%	0,04%	0,37%
4*6	0,01%	-0,04%	0,01%	-0,06%	0,00%	-0,01%	0,00%	0,03%	0,01%	-0,03%	-0,03%	-0,05%	-0,05%	0,00%	0,01%	0,06%

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

5 Aneks

Niniejszy Aneks zawiera źródła danych wykorzystanych w dekompozycjach w części A Raportu oraz wybrane wykresy wynikowe obu rodzajów omawianych dekompozycji.

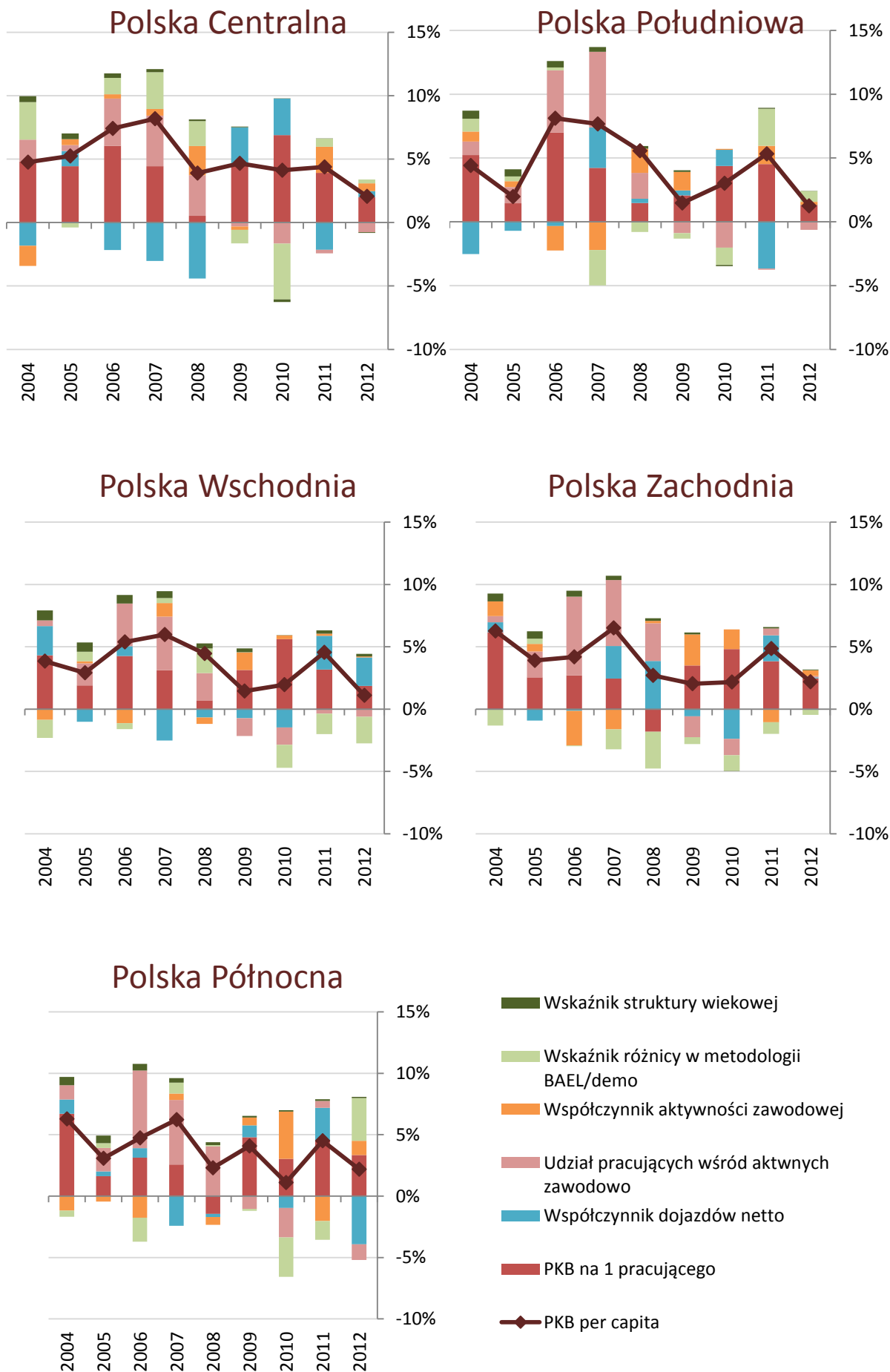
Tablica 5: Źródła danych użytych w dekompozycji

Oznaczenie	Zmienna	Źródła
PKB_i	PKB ogółem w cenach stałych	Rachunki kwartalne produktu krajowego brutto w latach 2009-2014, Wprowadzenie, GUS 2015, s.17. Rachunki narodowe według sektorów i podsektorów instytucjonalnych w latach 2010-2013, GUS 2015, s. 267. Rocznik Statystyczny Rzeczypospolitej Polskiej 2014, GUS 2014, s. 692.
WDB_i	WDB ogółem w cenach bieżących	Rachunki kwartalne produktu krajowego brutto w latach 2009-2014, Wprowadzenie, GUS 2015, s.17. Rachunki narodowe według sektorów i podsektorów instytucjonalnych w latach 2010-2013, GUS 2015, s. 267. Rocznik Statystyczny Rzeczypospolitej Polskiej 2014, GUS 2014, s. 692.
WDB_is	WDB ogółem w cenach bieżących według grup sekcji s	
PP_i	Przeciętna liczba pracujących w miejscu pracy	Rocznik Statystyczny Rzeczypospolitej Polskiej 2014, GUS 2014, s. 228, 229, 698. Aktywność ekonomiczna ludności Polski I kwartał 2015 r., GUS 2015, s. 16.
PP_is	Przeciętnie liczba pracujący w miejscu pracy według grup sekcji s	Rocznik Statystyczny Rzeczypospolitej Polskiej 2014, GUS 2014, s. 228, 229, 698. Aktywność ekonomiczna ludności Polski I kwartał 2015 r., GUS 2015, s. 16.
N_i	Populacja ogółem	Ludność. Stan i struktura ludności oraz ruch naturalny w przekroju terytorialnym. Stan w dniu 31 XII 2014 r., GUS 2015, s. 7 Rocznik Statystyczny Rzeczypospolitej Polskiej 2014, GUS 2014, s. 198.
N15+_i	Populacja 15+	
NB15+_i	Populacja 15+	
NB15+_iw	Populacja 15+ według grup wiekowych w	

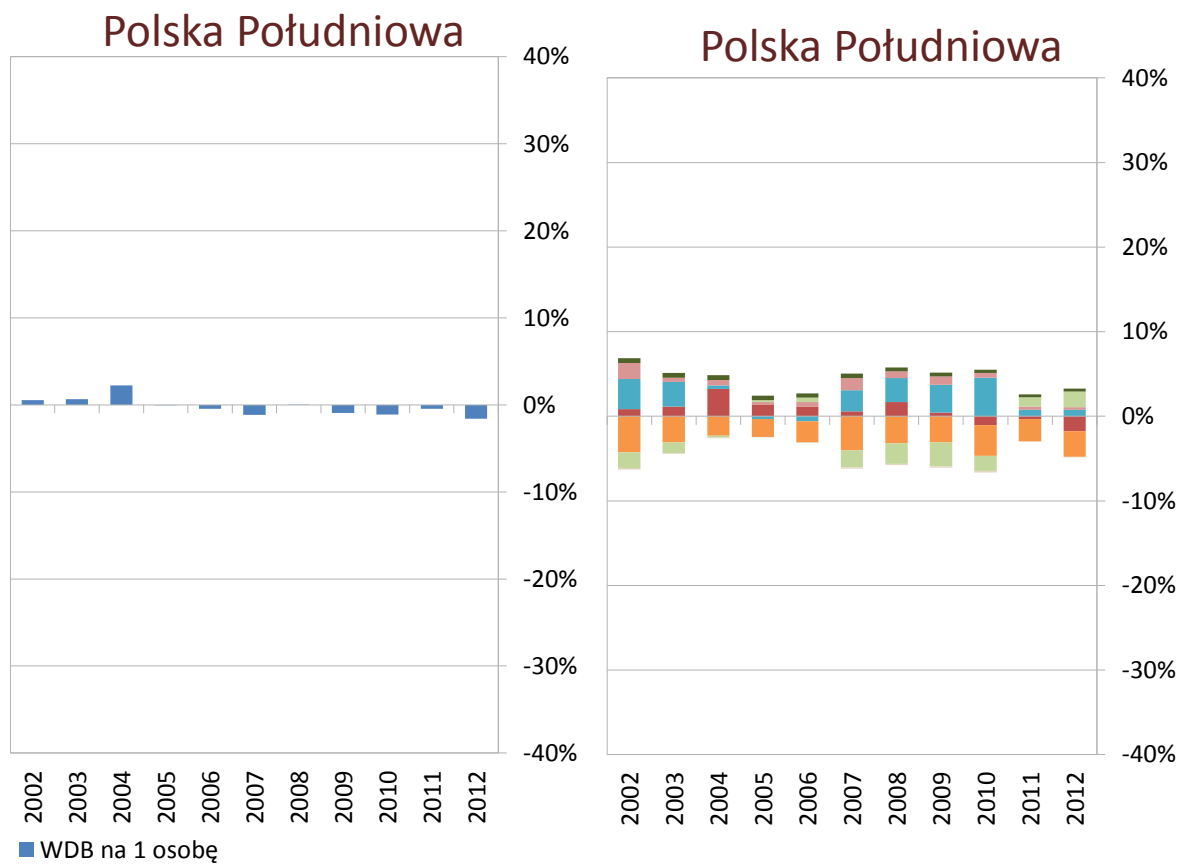
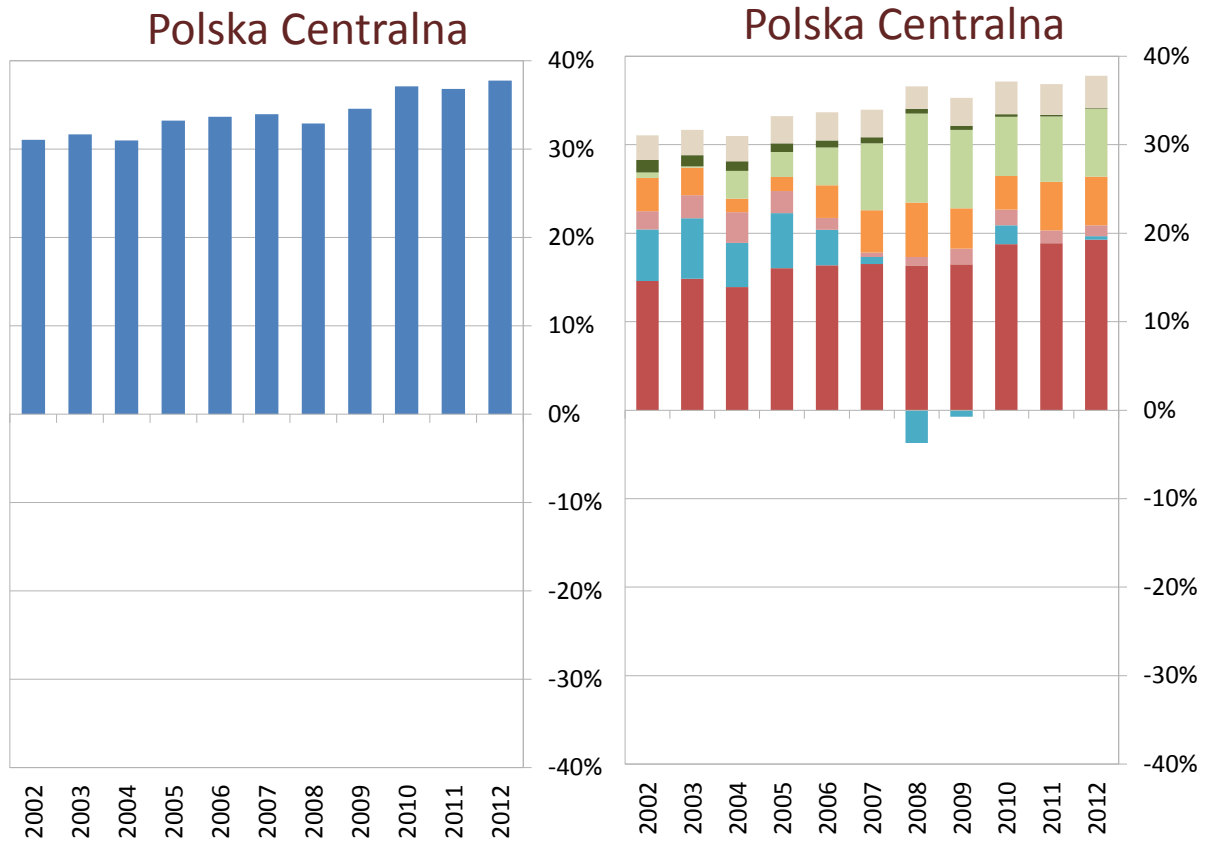
Oznaczenie	Zmienna	Źródła
AZ_i	Aktywni zawodowo 15+	Rocznik Statystyczny Rzeczypospolitej Polskiej 2014, GUS 2014, s. 228. Wybrane aspekty aktywności ekonomicznej ludności – Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań 2011, GUS 2014, s. 28.
AZ_iw	Aktywni zawodowo 15+ według grup wiekowych	
AZ_ie	Aktywni zawodowo 15+ według grup wykształcenia (edukacji)	
PZ_i	Pracujący w miejscu zamieszkania 15+	Rocznik Statystyczny Rzeczypospolitej Polskiej 2014, GUS 2014, s. 228, 229, 698. Aktywność ekonomiczna ludności Polski I kwartał 2015 r., GUS 2015, s. 16.
PZ_ie	Pracujący w miejscu zamieszkania 15+ według grup wykształcenia (edukacji)	Rocznik Statystyczny Rzeczypospolitej Polskiej 2014, GUS 2014, s. 228, 229, 698. Wybrane aspekty aktywności ekonomicznej ludności – Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań 2011, GUS 2014, s. 28.

Źródło: opracowanie własne.

Wykres 8: Dekompozycja wzrostu PKB per capita dla pięciu makroregionów Polski w latach 2004-2012



Wykres 9: Różnice oraz dekompozycja różnic WDB per capita dla pięciu makroregionów Polski względem Polski w latach 2002-2012

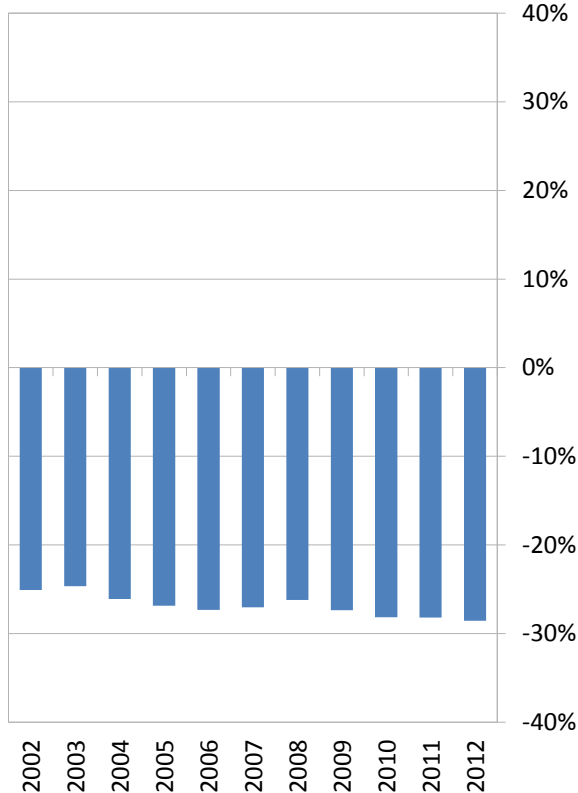


■ WDB na 1 osobę

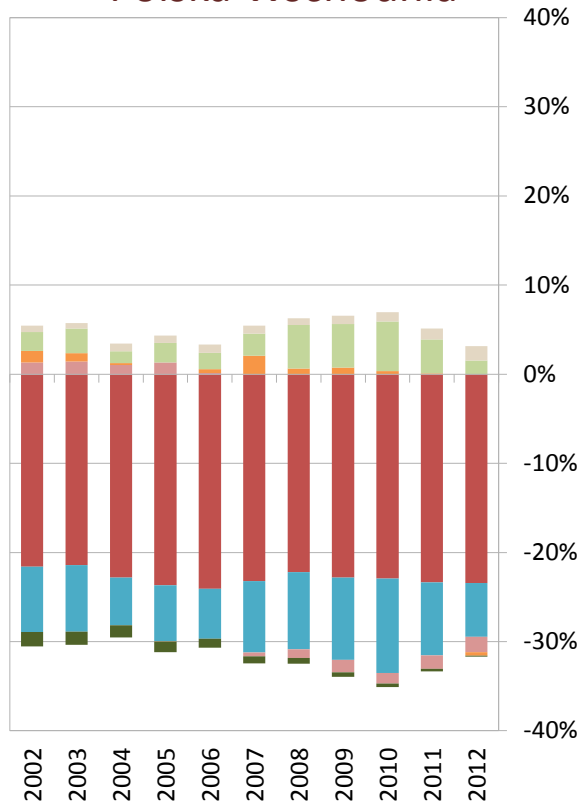
- Wskaźnik struktury wiekowej
- Współczynnik aktywności zawodowej
- Współczynnik dojazdów netto

- Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo
- Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo
- WDB na 1 pracującego

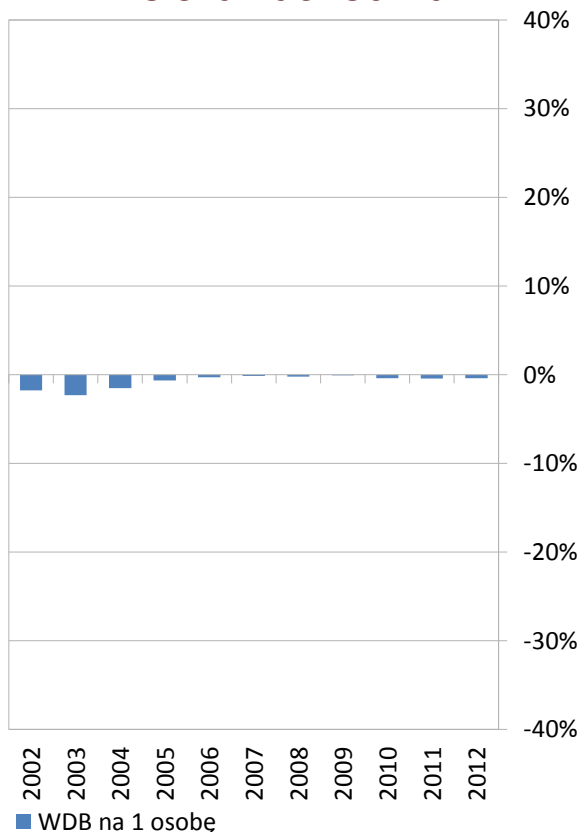
Polska Wschodnia



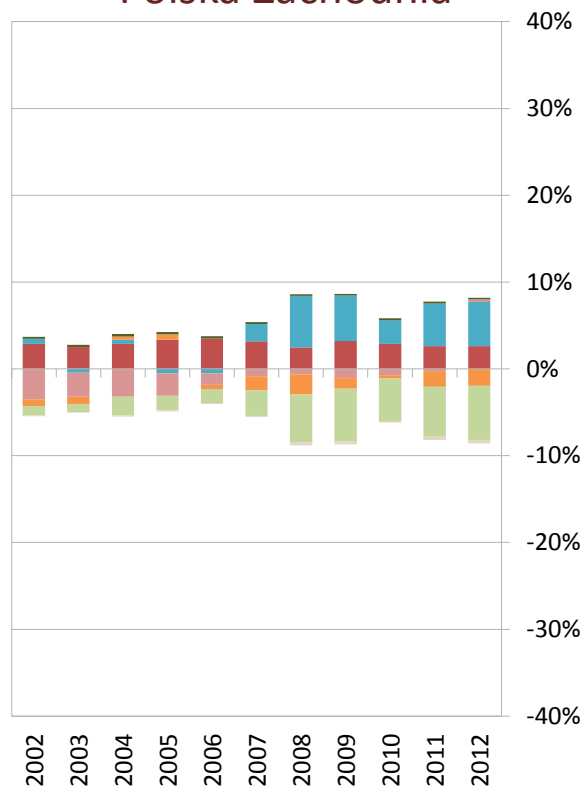
Polska Wschodnia



Polska Zachodnia



Polska Zachodnia



■ WDB na 1 osobę

■ Wskaźnik struktury wiekowej

■ Współczynnik aktywności zawodowej

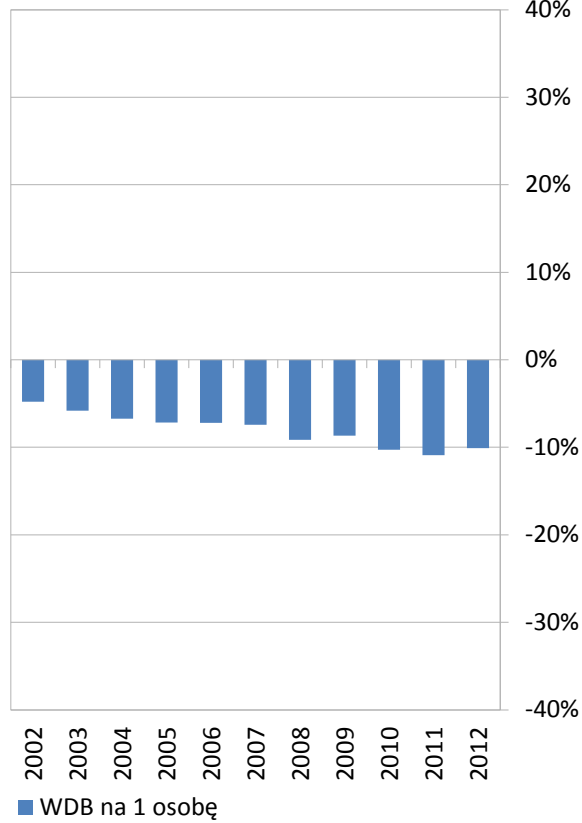
■ Współczynnik dojazdów netto

■ Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo

■ Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo

■ WDB na 1 pracującego

Polska Północna



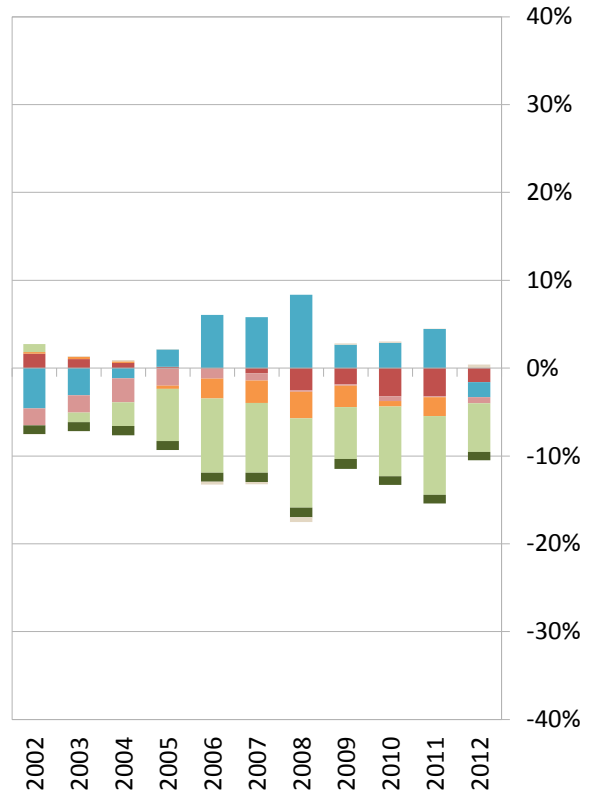
■ WDB na 1 osobę

■ Wskaźnik struktury wiekowej

■ Współczynnik aktywności zawodowej

■ Współczynnik dojazdów netto

Polska Północna



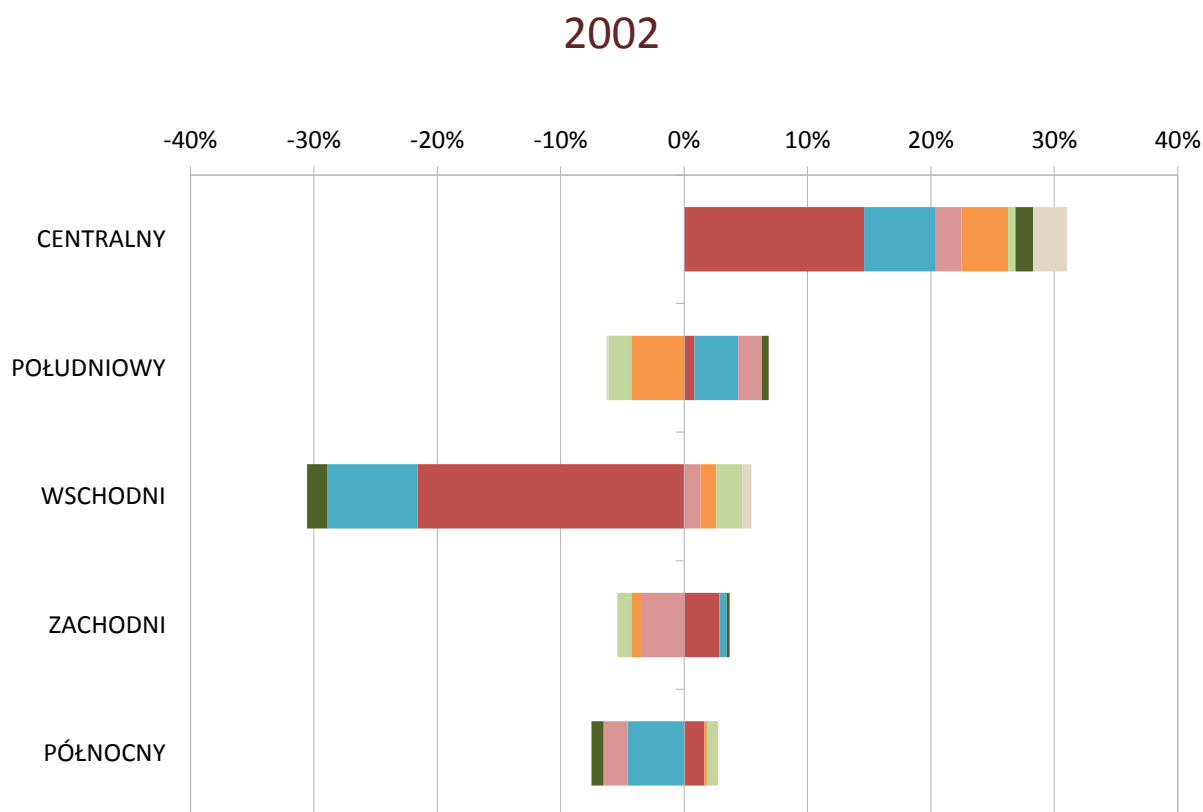
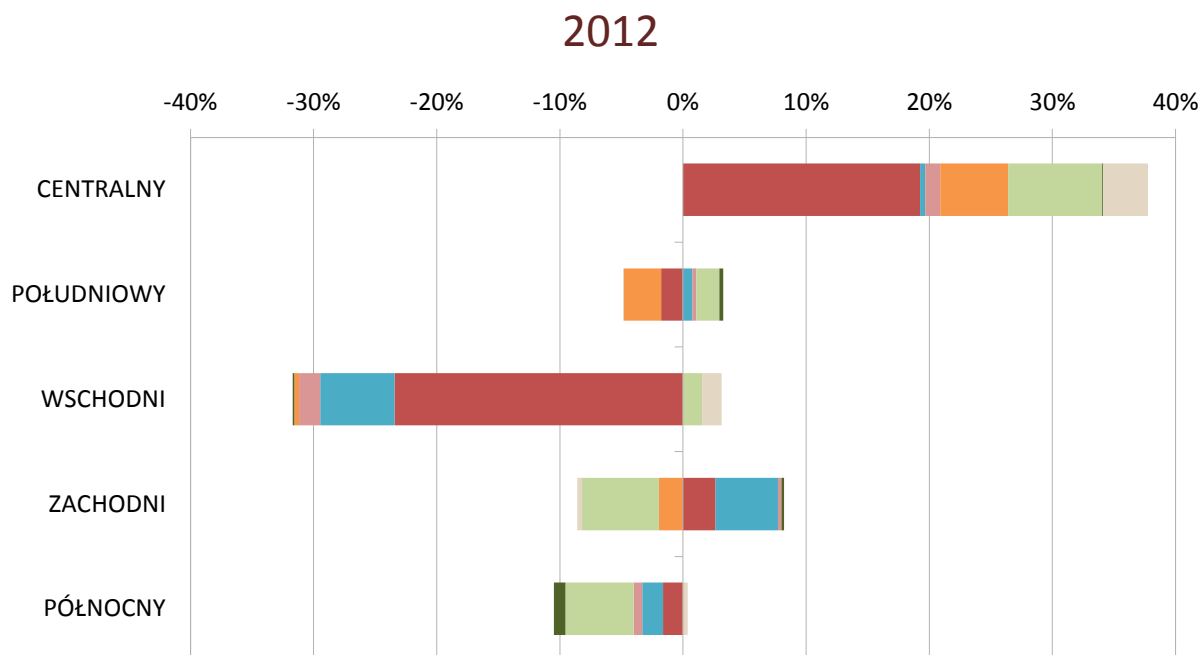
■ Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo

■ Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo

■ WDB na 1 pracującego

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

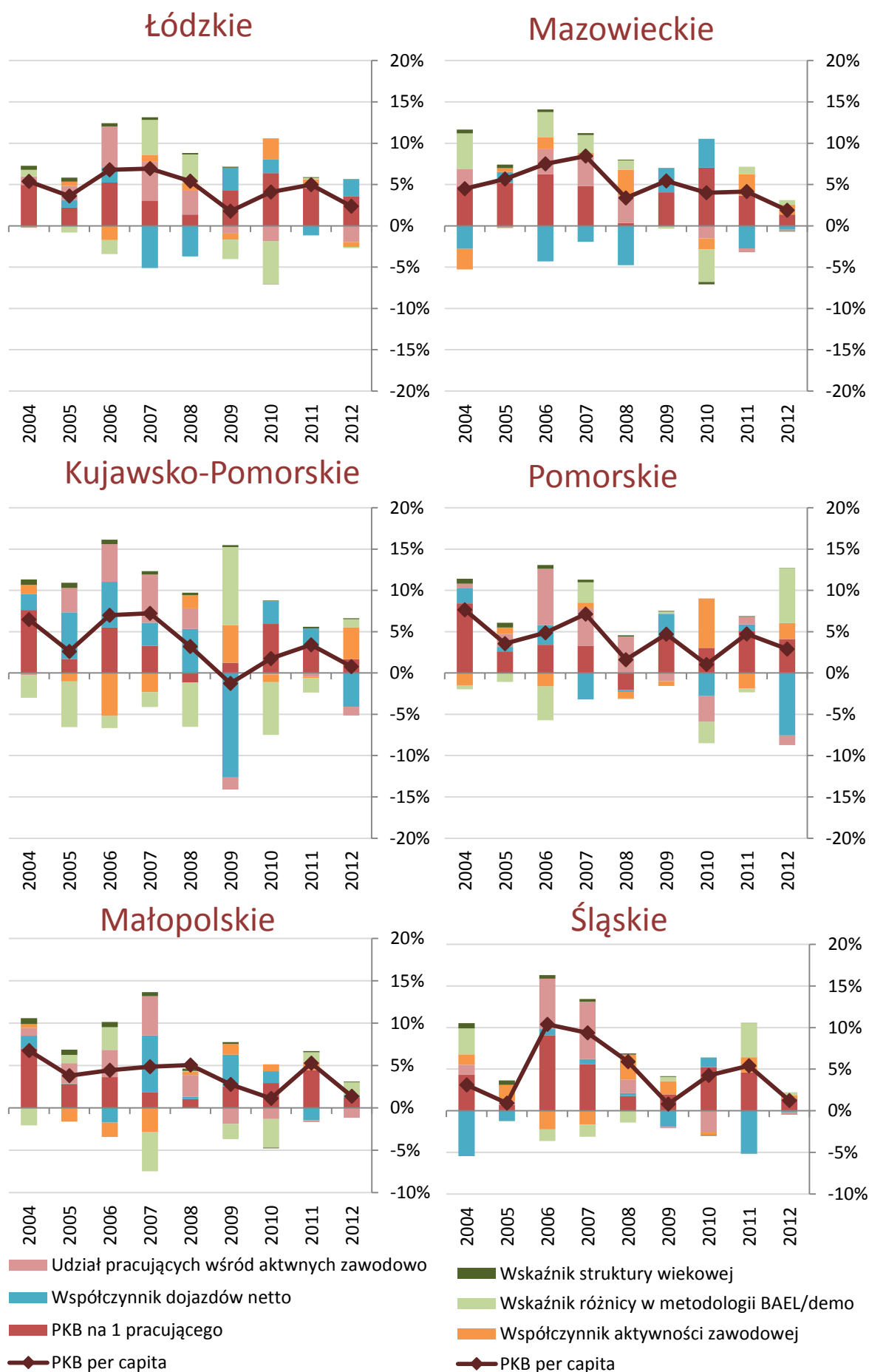
Wykres 10: Dekompozycja różnic WDB per capita w pięciu makroregionach Polski względem Polski: porównanie 2002 i 2012 r.



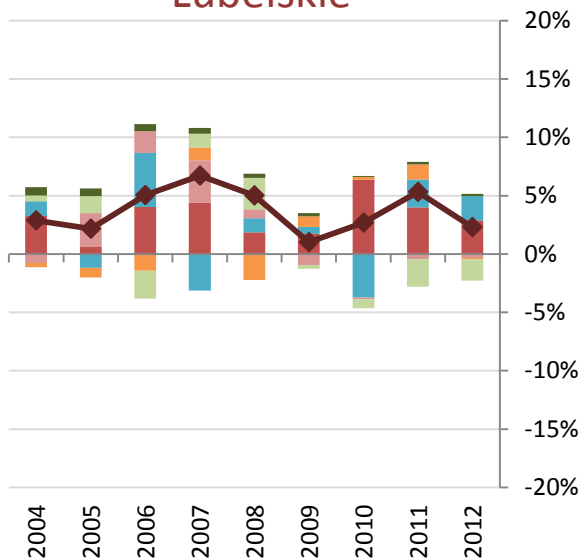
- Wskaźnik struktury wiekowej
- Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo
- Współczynnik aktywności zawodowej
- Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo
- Współczynnik dojazdów netto
- WDB na 1 pracującego

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

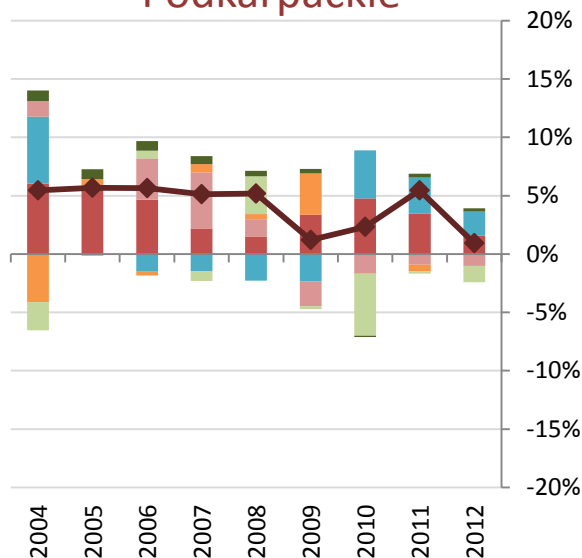
Wykres 11: Dekompozycja wzrostu PKB capita w 16 województwach Polski w latach 2004-2012



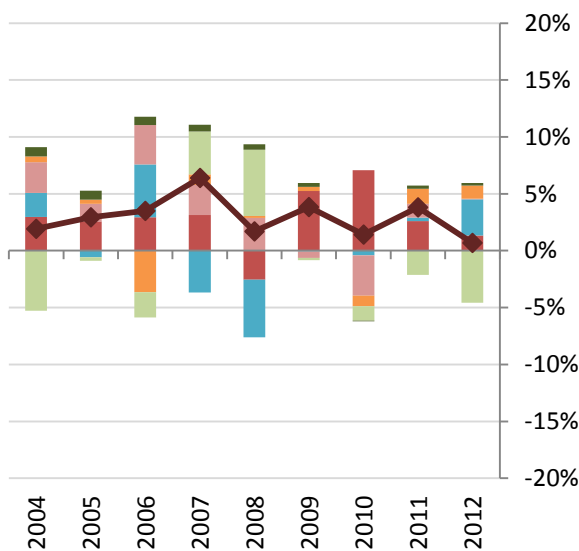
Lubelskie



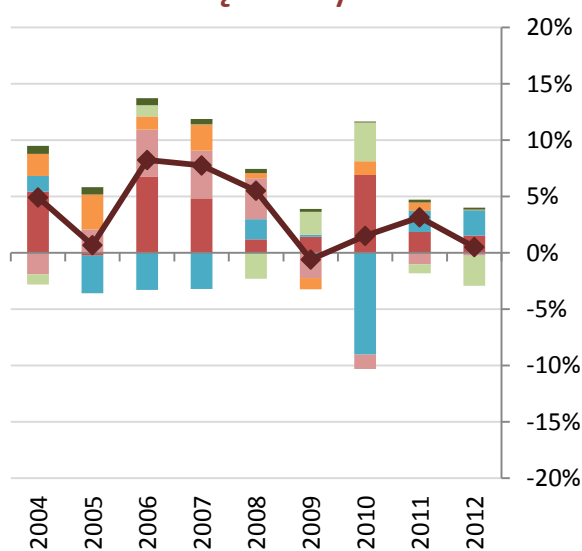
Podkarpackie



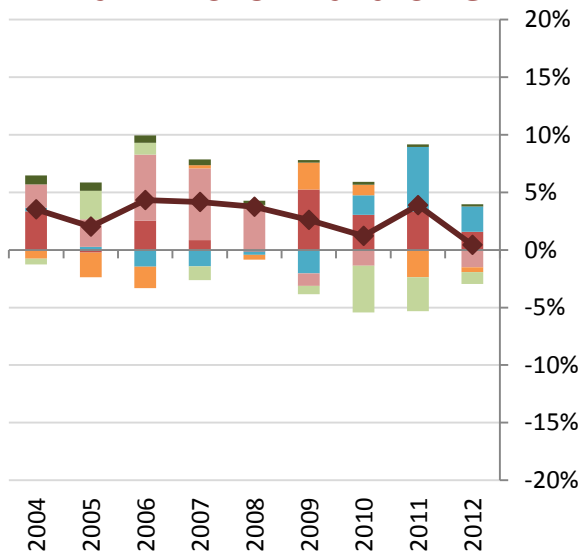
Podlaskie



Świętokrzyskie

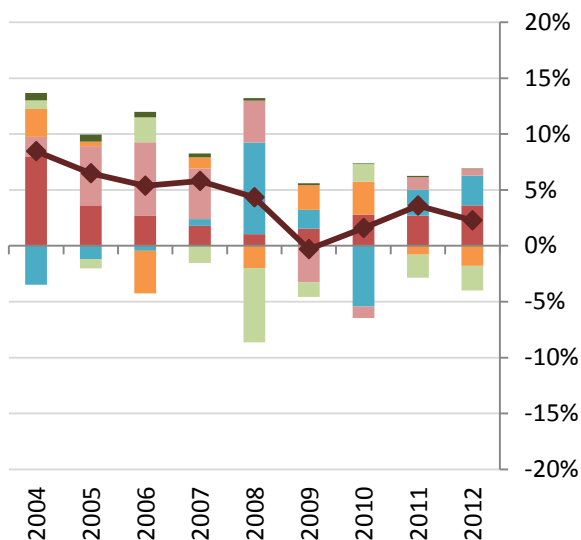


Warmińsko-Mazurskie

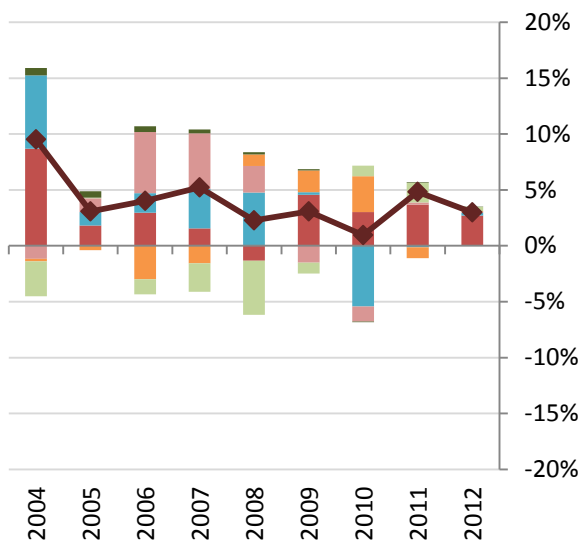


- Wskaźnik struktury wiekowej
- Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo
- Współczynnik aktywności zawodowej
- Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo
- Współczynnik dojazdów netto
- PKB na 1 pracującego
- ◆ PKB per capita

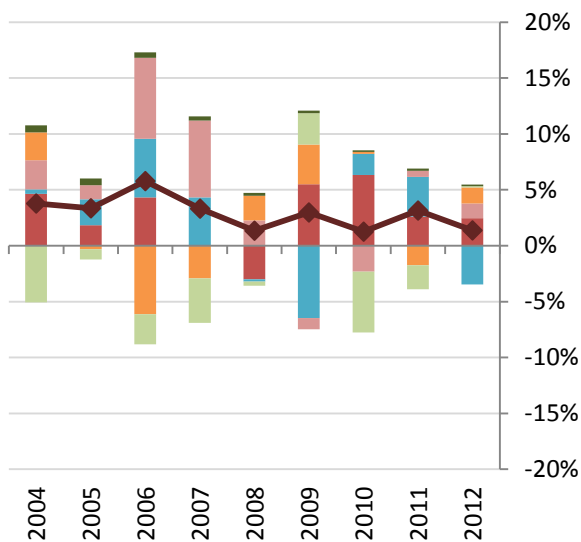
Lubuskie



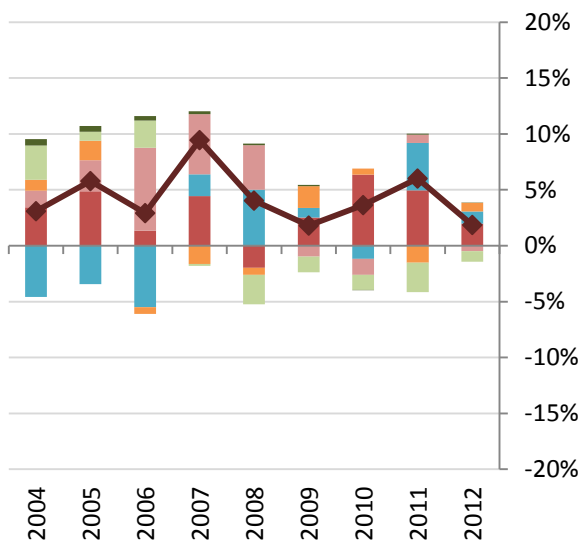
Wielkopolskie



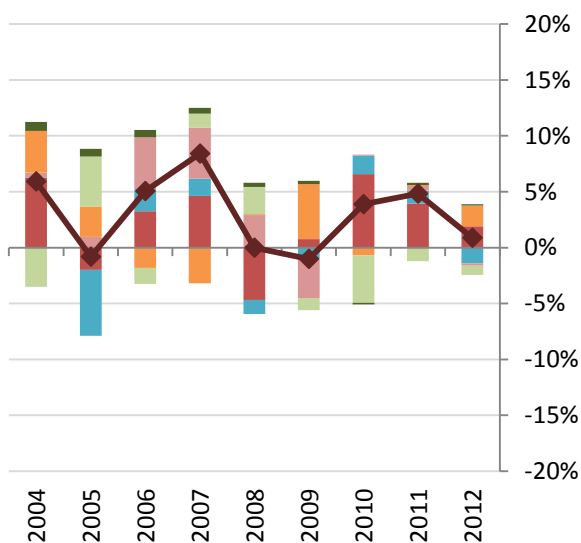
Zachodniopomorskie



Dolnośląskie



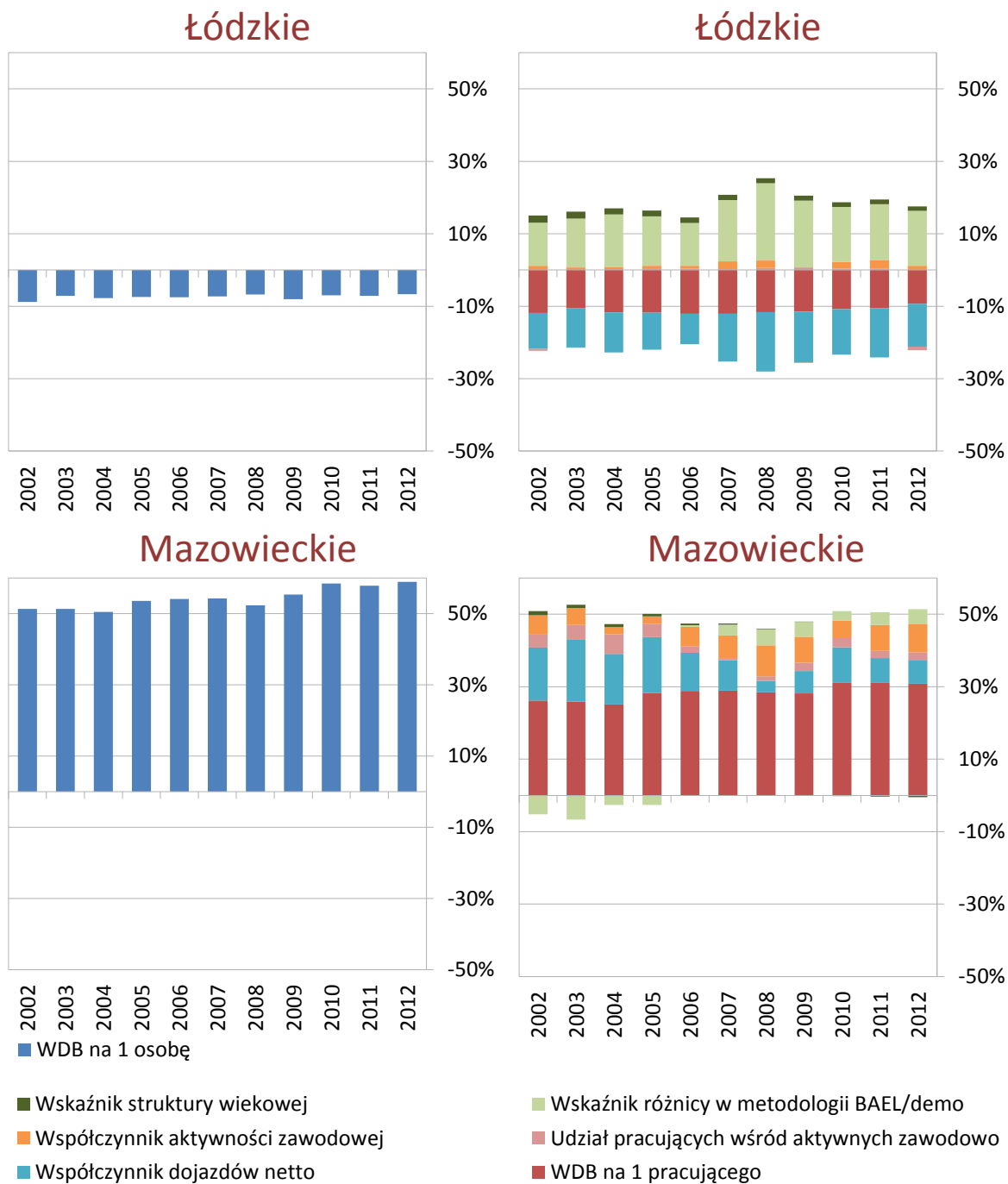
Opolskie



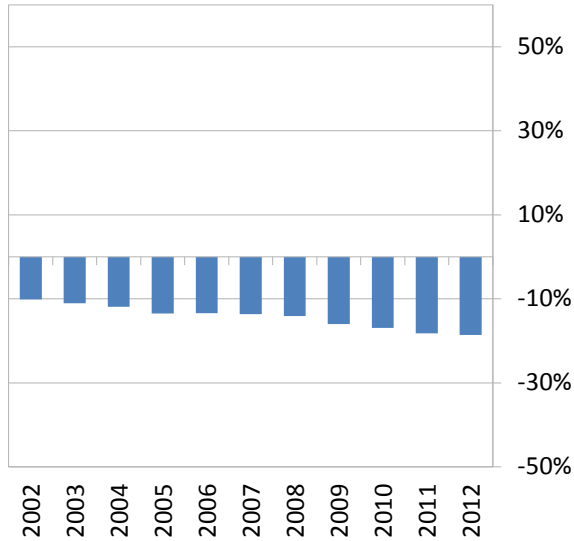
- Wskaźnik struktury wiekowej
- Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo
- Współczynnik aktywności zawodowej
- Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo
- Współczynnik dojazdów netto
- PKB na 1 pracującego
- ◆ PKB per capita

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

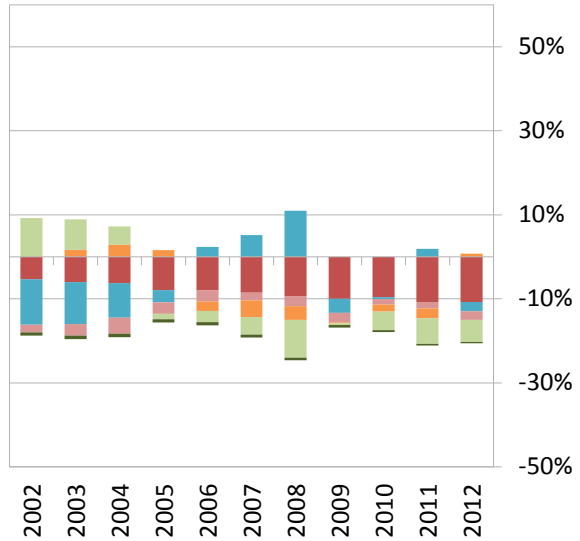
Wykres 12: Różnice i dekompozycja różnic WDB per capita w 16 województwach Polski względem Polski w latach 2002-2012



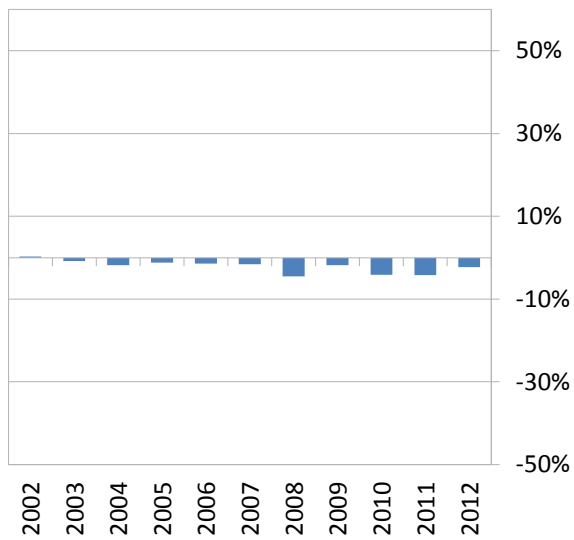
Kujawsko-Pomorskie



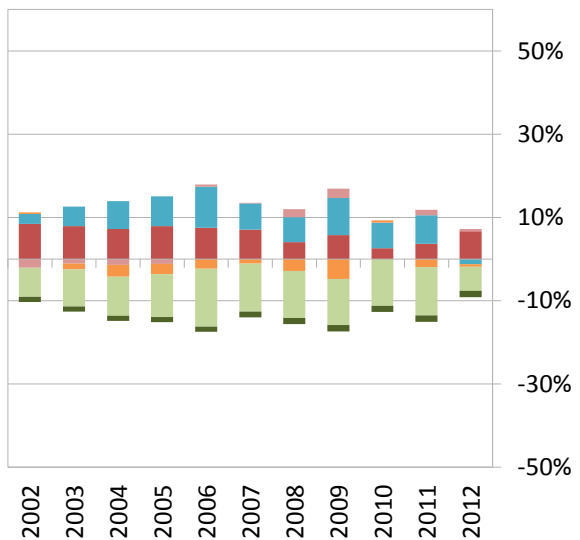
Kujawsko-Pomorskie



Pomorskie



Pomorskie

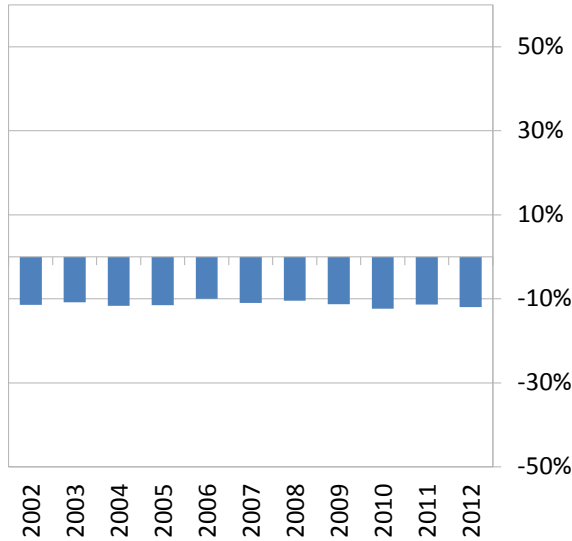


■ WDB na 1 osobę

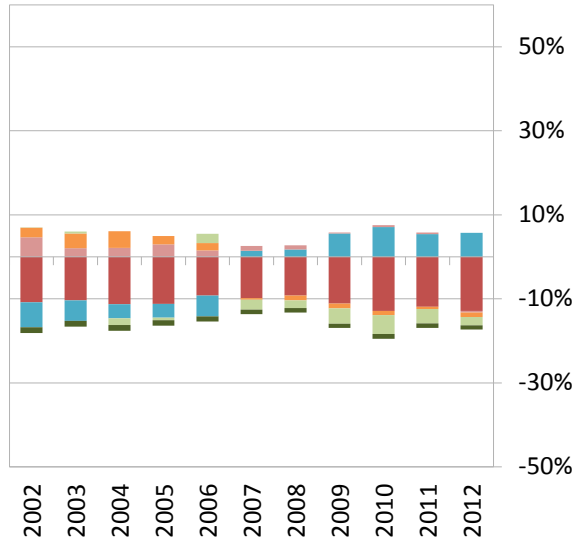
- Wskaźnik struktury wiekowej
- Współczynnik aktywności zawodowej
- Współczynnik dojazdów netto

- Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo
- Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo
- WDB na 1 pracującego

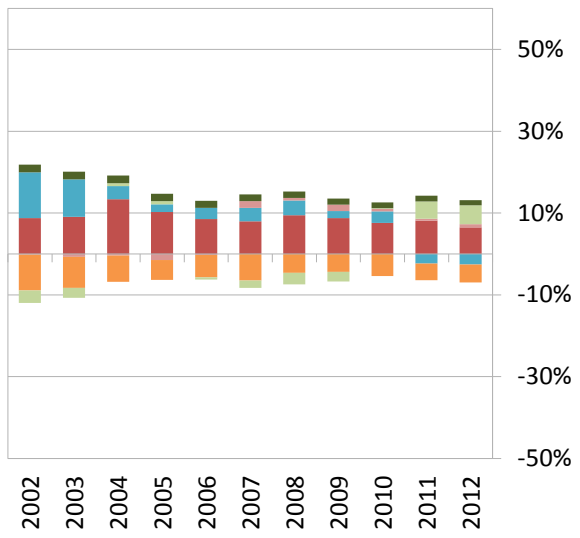
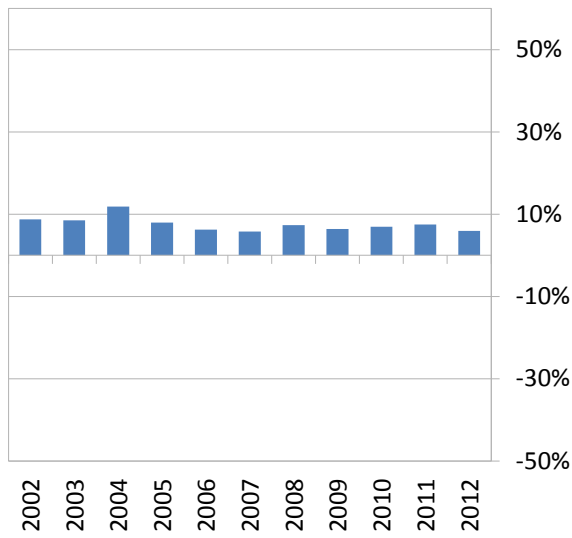
Małopolskie



Małopolskie



Śląskie

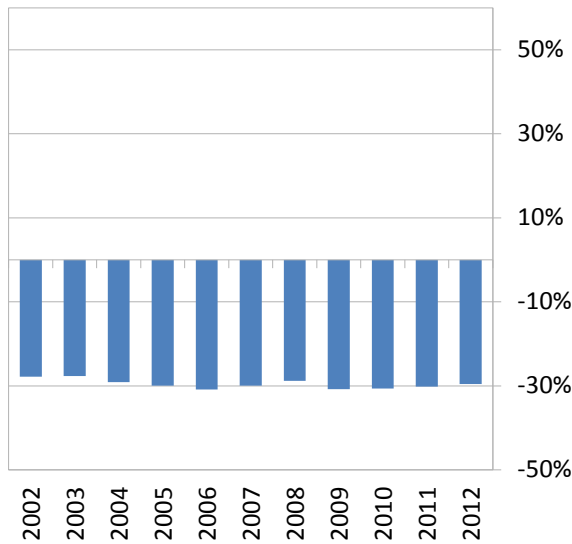


■ WDB na 1 osobę

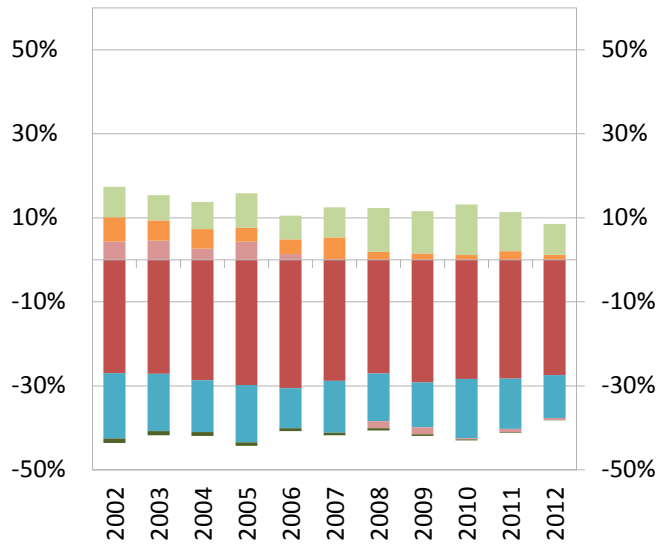
- Wskaźnik struktury wiekowej
- Współczynnik aktywności zawodowej
- Współczynnik dojazdów netto

- Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo
- Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo
- WDB na 1 pracującego

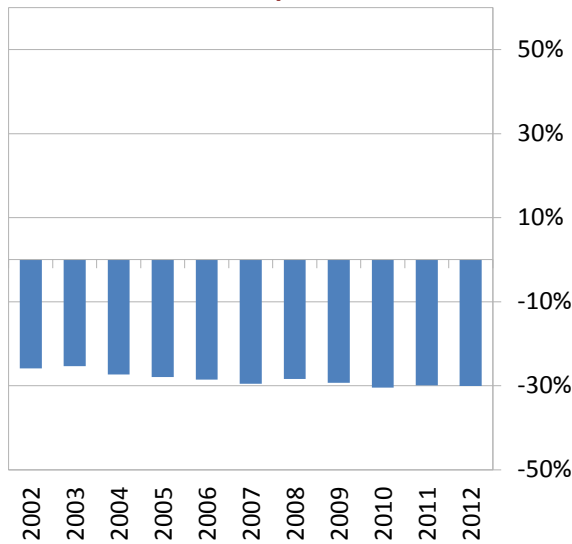
Lubelskie



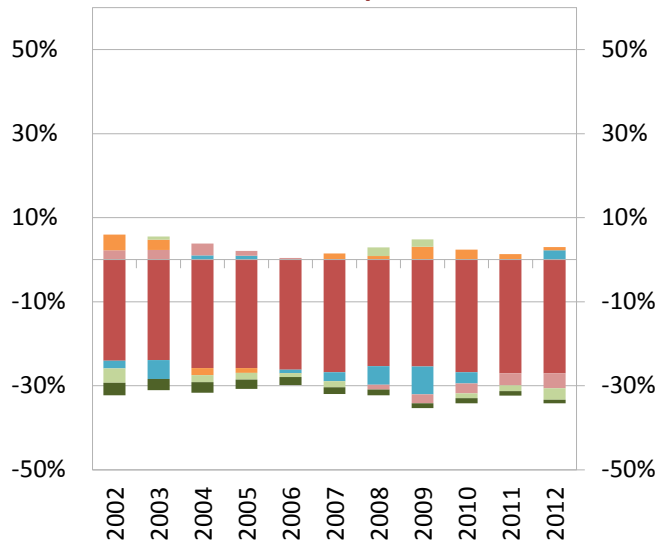
Lubelskie



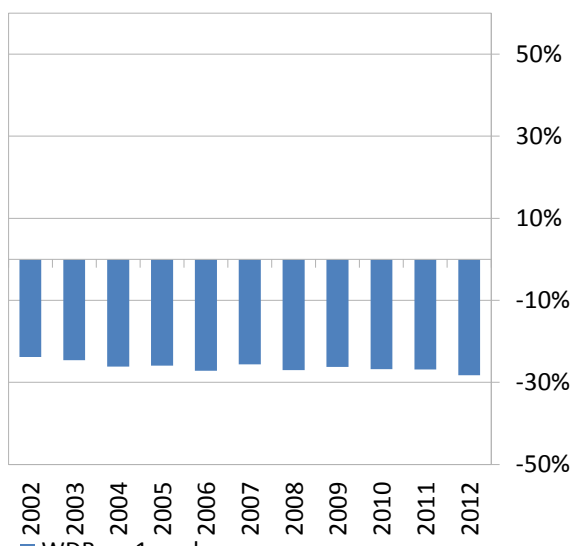
Podkarpackie



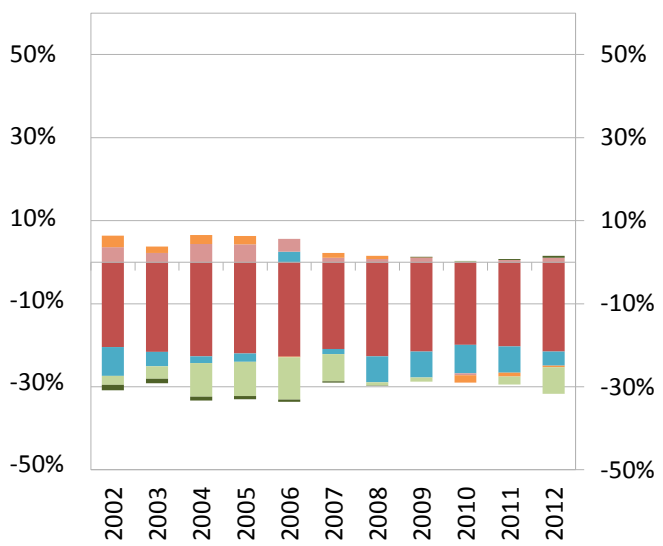
Podkarpackie



Podlaskie



Podlaskie

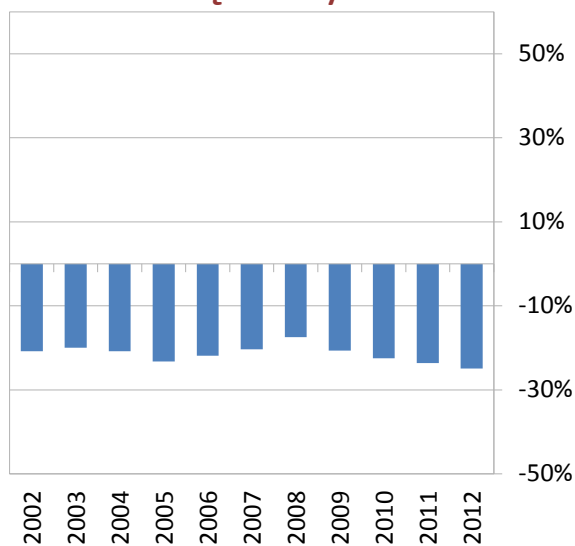


■ WDB na 1 osobę

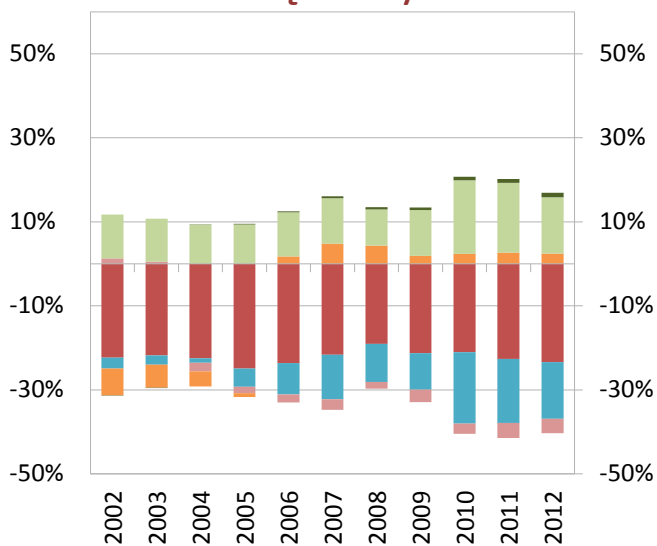
- Wskaźnik struktury wiekowej
- Współczynnik aktywności zawodowej
- Współczynnik dojazdów netto

- Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo
- Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo
- WDB na 1 pracującego

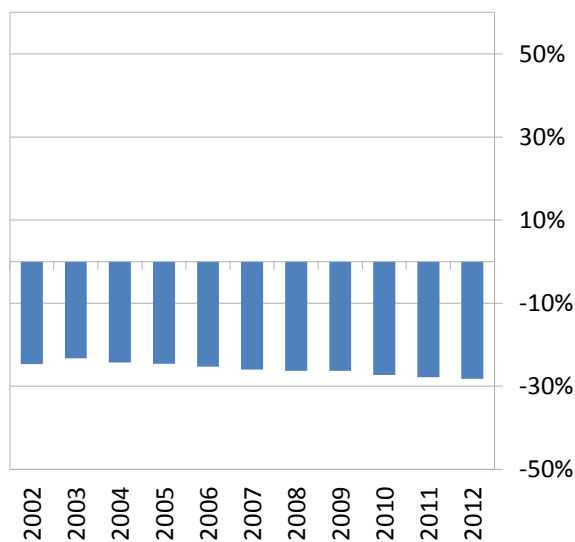
Świętokrzyskie



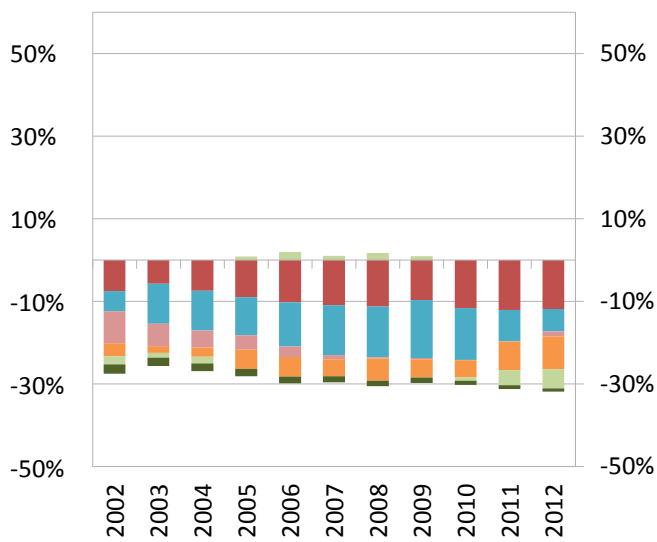
Świętokrzyskie



Warmińsko-Mazurskie



Warmińsko-Mazurskie



■ WDB na 1 osobę

■ Wskaźnik struktury wiekowej

■ Współczynnik aktywności zawodowej

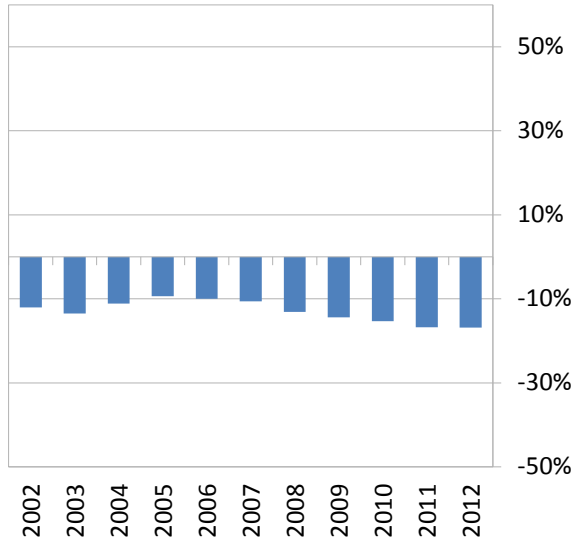
■ Współczynnik dojazdów netto

■ Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo

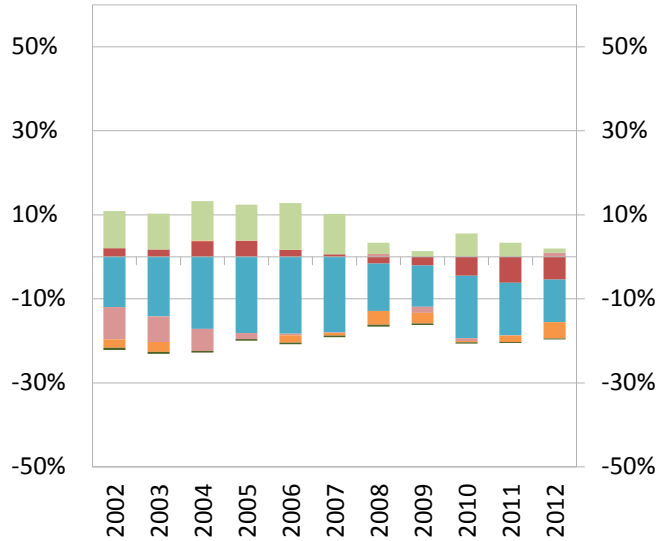
■ Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo

■ WDB na 1 pracującego

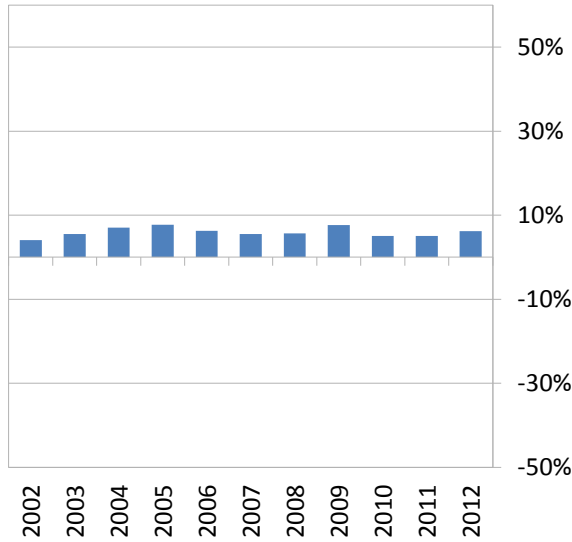
Lubuskie



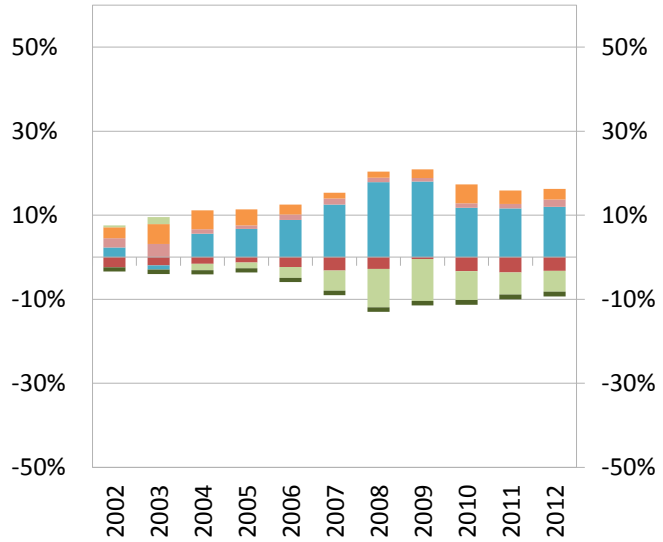
Lubuskie



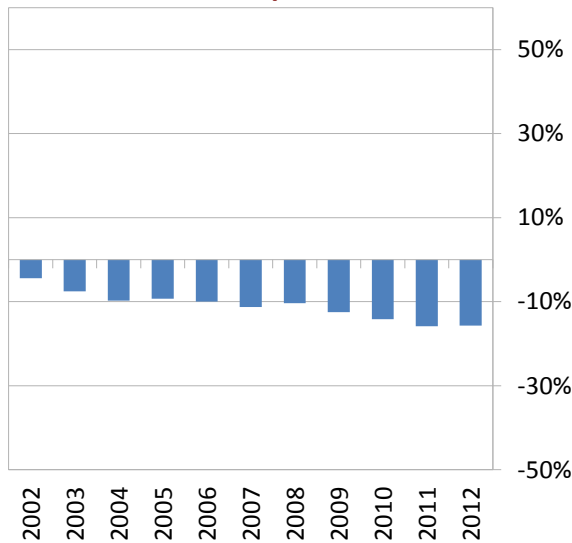
Wielkopolskie



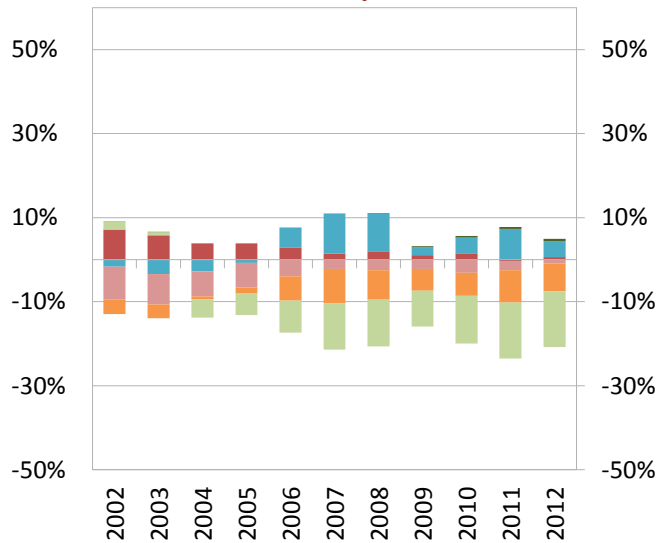
Wielkopolskie



Zachodniopomorskie



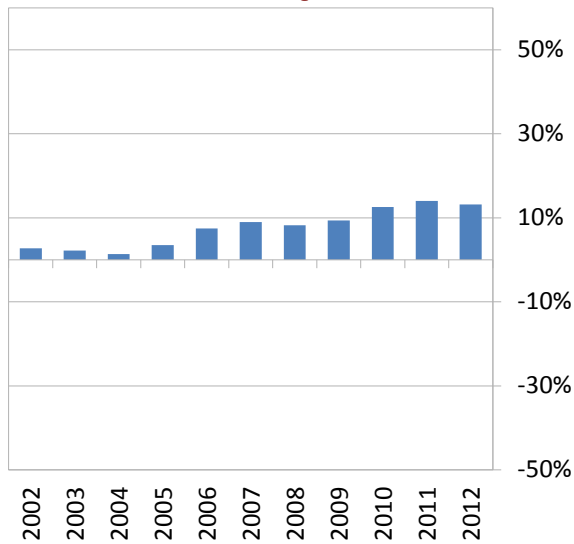
Zachodniopomorskie



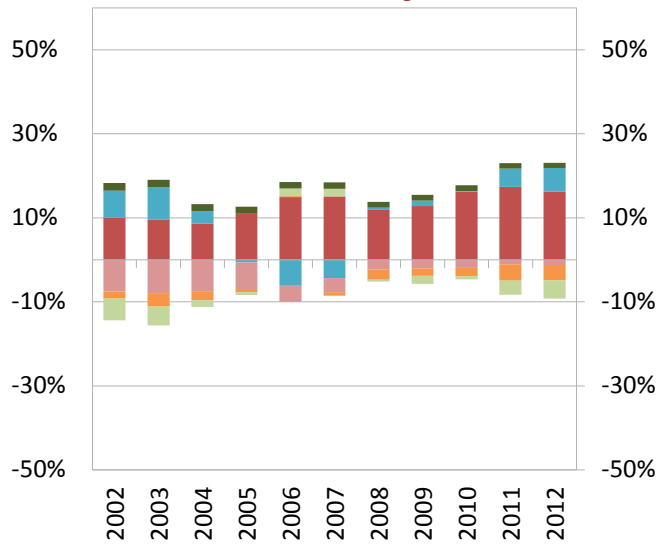
- Wskaźnik struktury wiekowej
- Współczynnik aktywności zawodowej
- Współczynnik dojazdów netto

- Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo
- Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo
- WDB na 1 pracującego

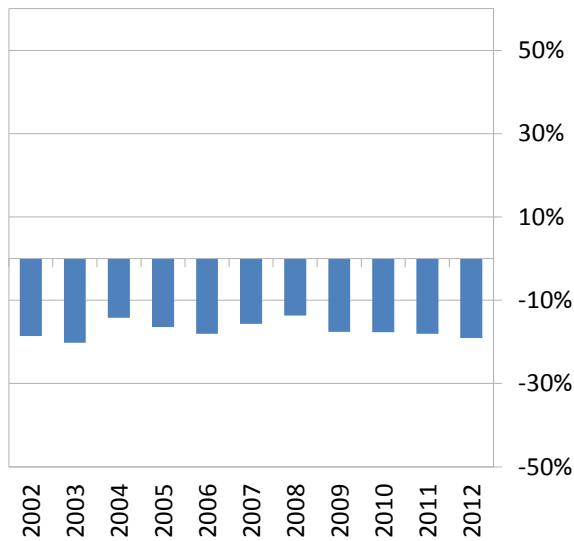
Dolnośląskie



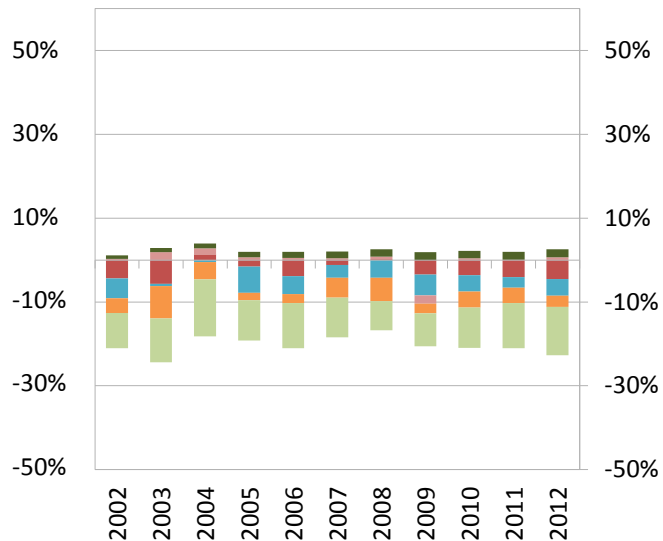
Dolnośląskie



Opolskie



Opolskie



■ WDB na 1 osobę

■ Wskaźnik struktury wiekowej

■ Współczynnik aktywności zawodowej

■ Współczynnik dojazdów netto

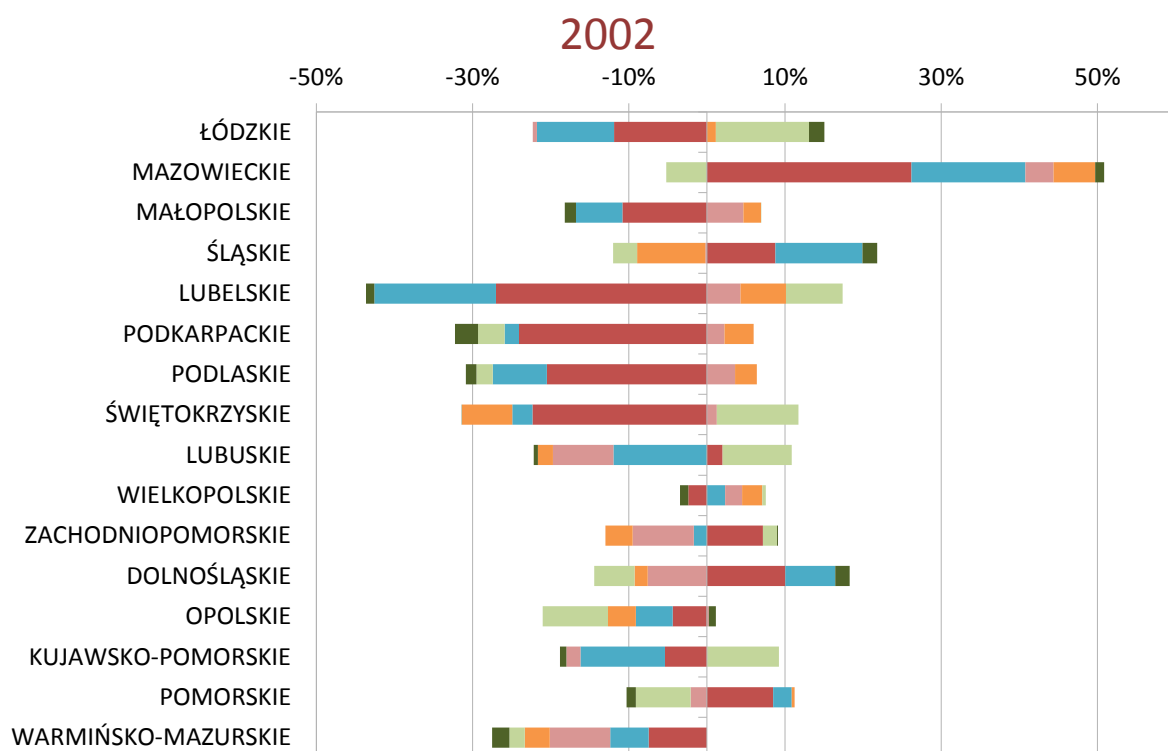
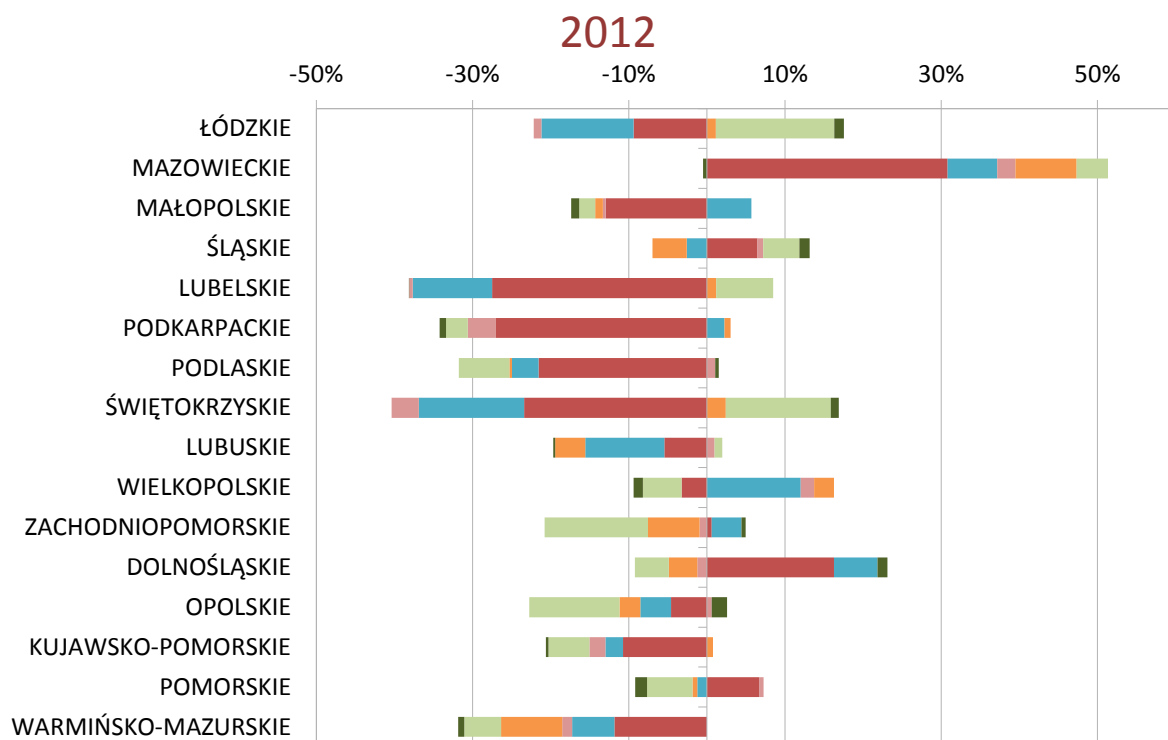
■ Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo

■ Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo

■ WDB na 1 pracującego

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

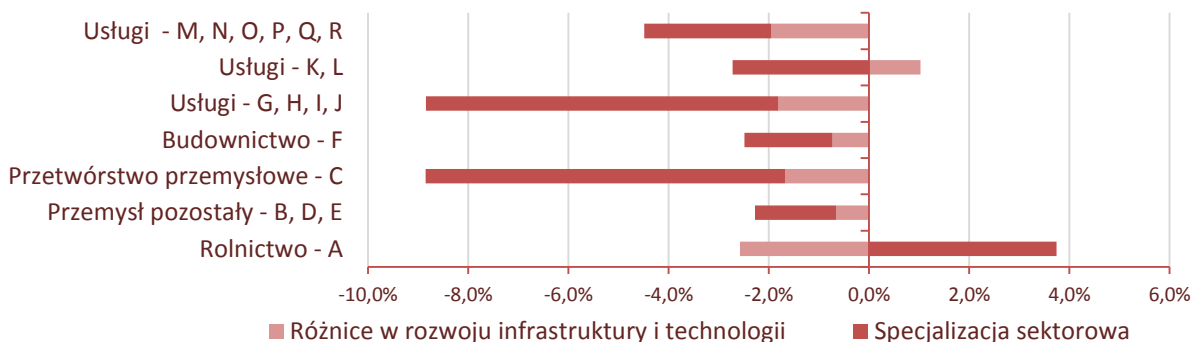
Wykres 13: Dekompozycja różnic WDB per capita w 16 województwach Polski względem Polski: porównanie 2002 i 2012 r.



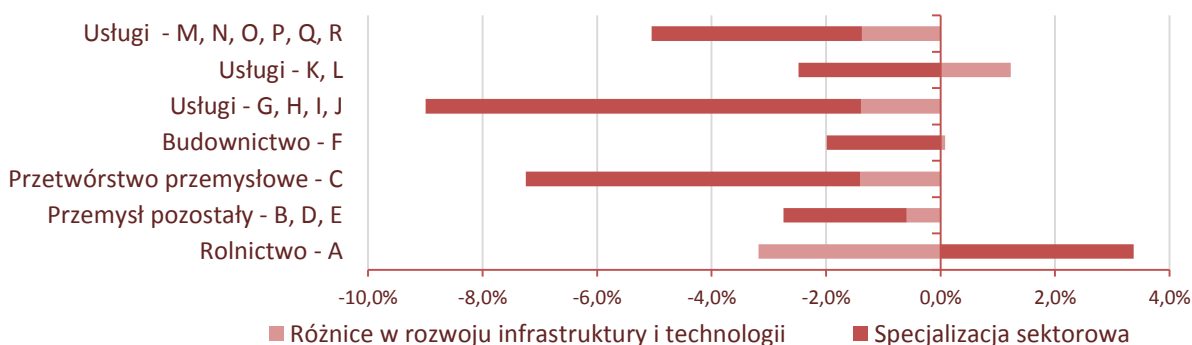
- Wskaźnik struktury wiekowej
- Wskaźnik różnicy w metodologii BAEL/demo
- Współczynnik aktywności zawodowej
- Udział pracujących wśród aktywnych zawodowo
- Współczynnik dojazdów netto
- WDB na 1 pracującego

Wykres 14: Pod-dekompozycja różnic w WDB na 1 pracującego dla 5 województw Polski Wschodniej względem Polski – porównanie 2002 i 2012 r.

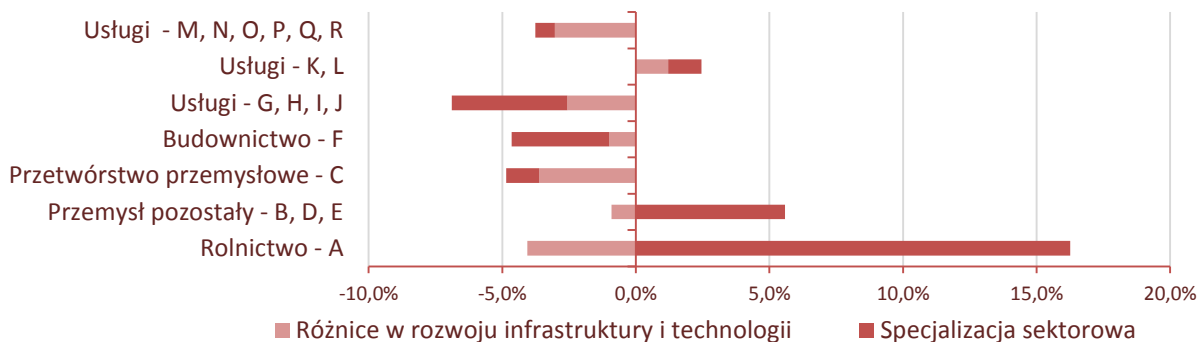
Lubelskie, 2012



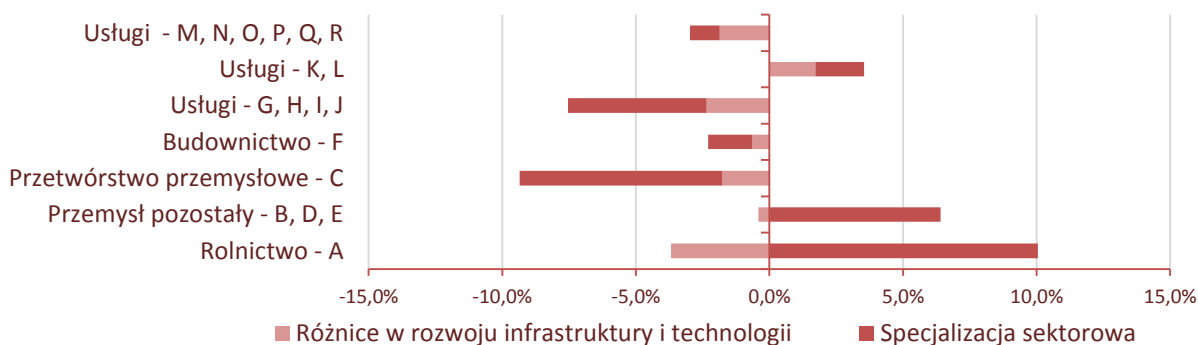
Lubelskie, 2002



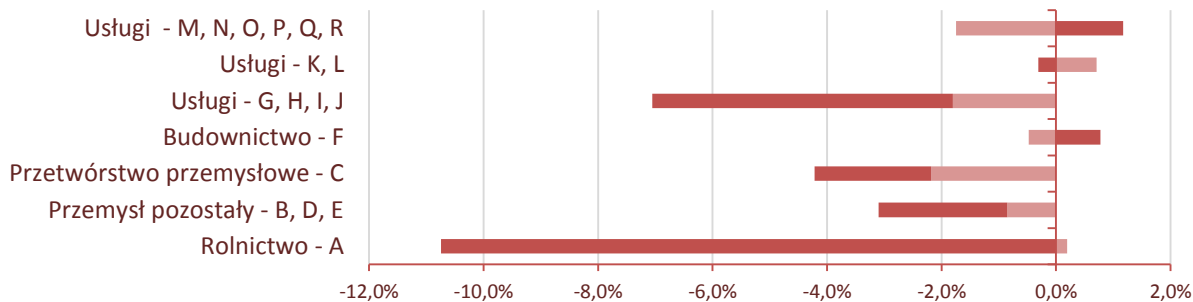
Podkarpackie, 2012



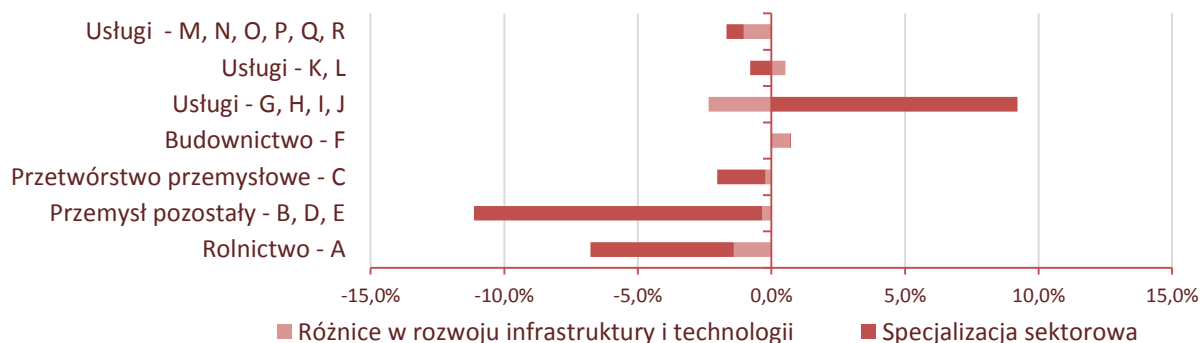
Podkarpackie, 2002



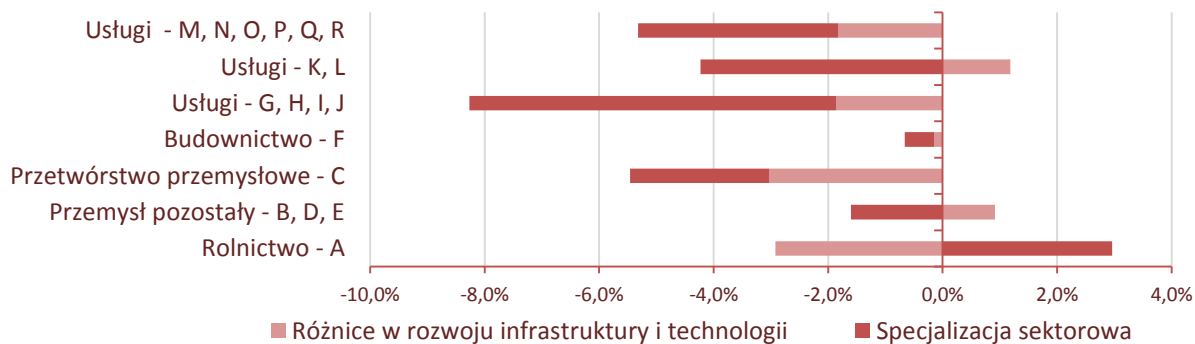
Podlaskie, 2012



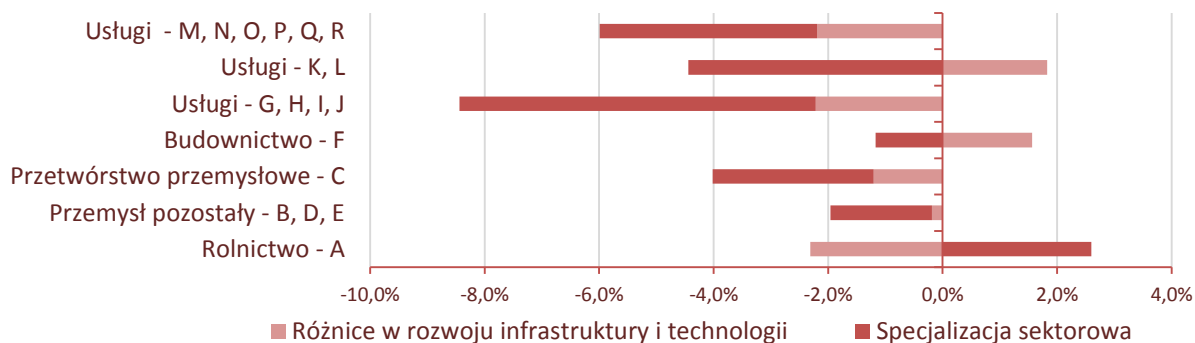
Podlaskie, 2002



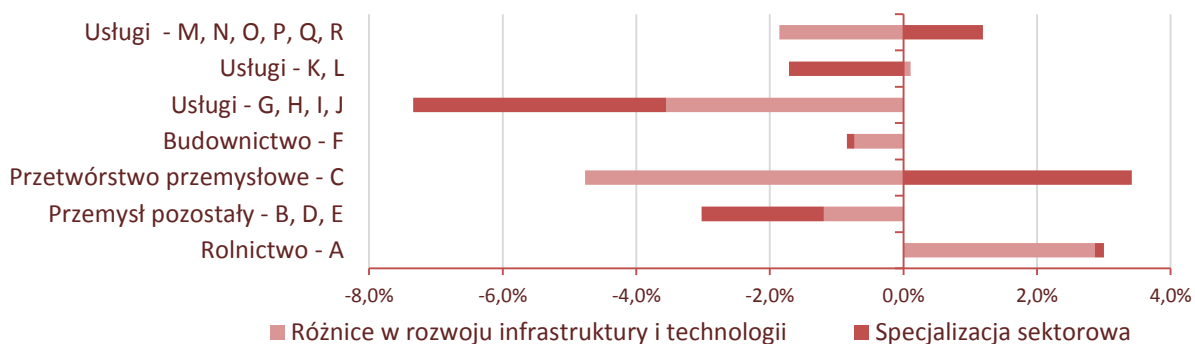
Świętokrzyskie, 2012



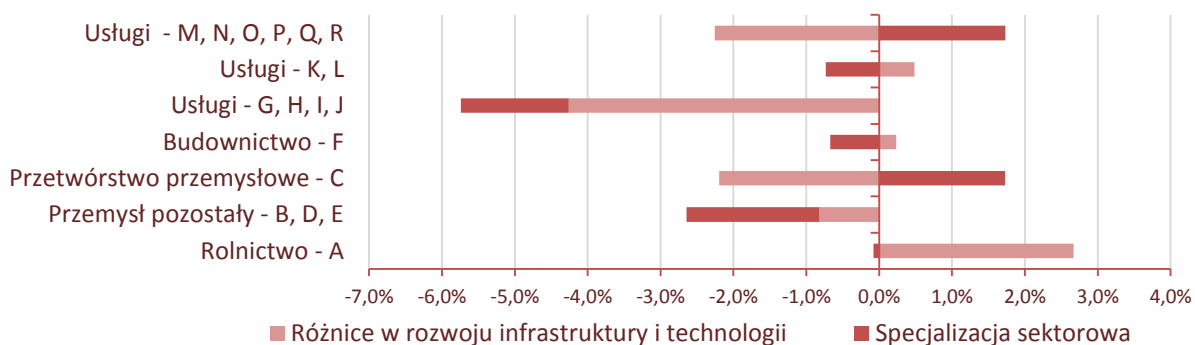
Świętokrzyskie, 2002



Warmińsko-mazurskie, 2012

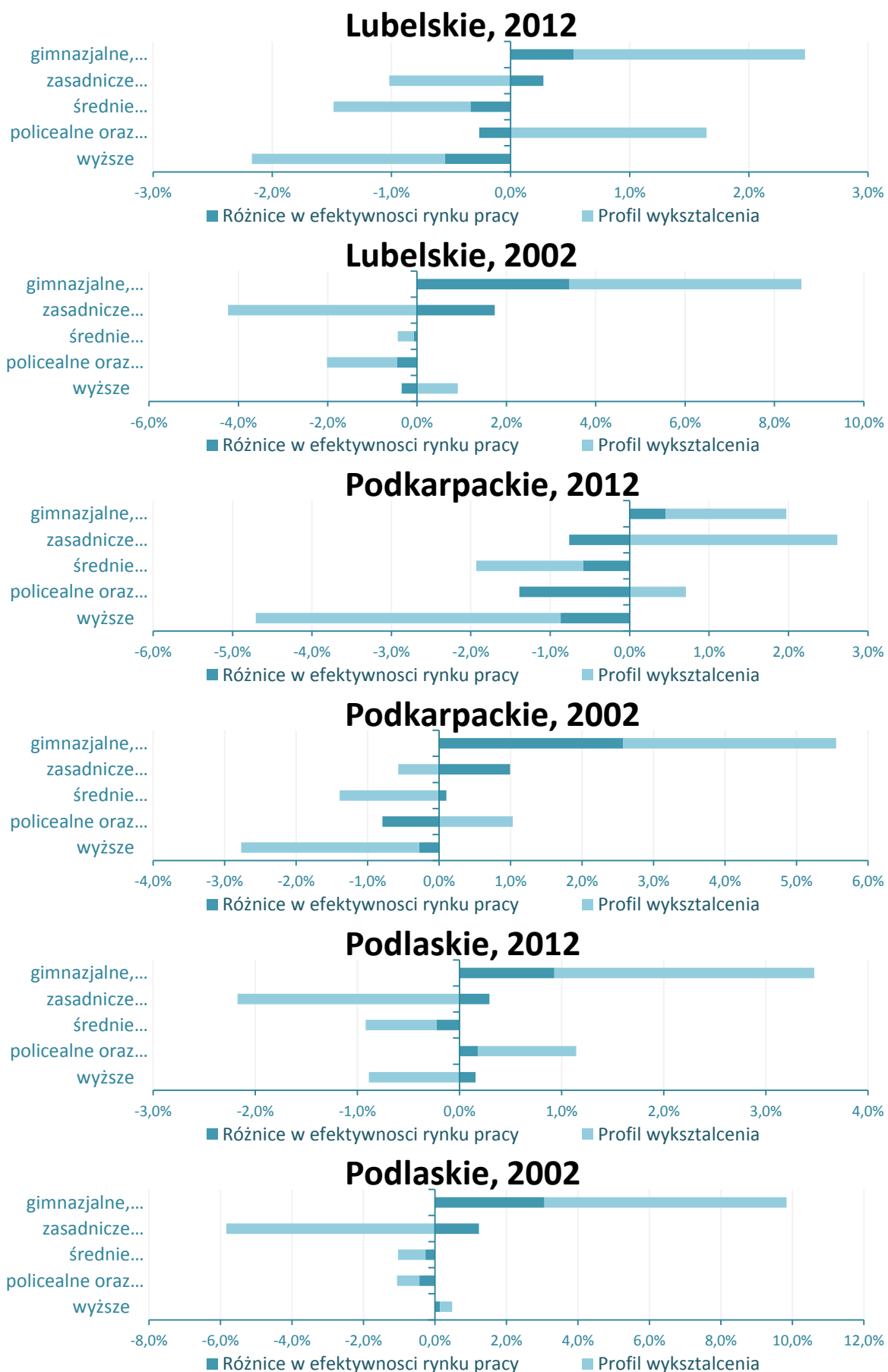


Warmińsko-mazurskie, 2002

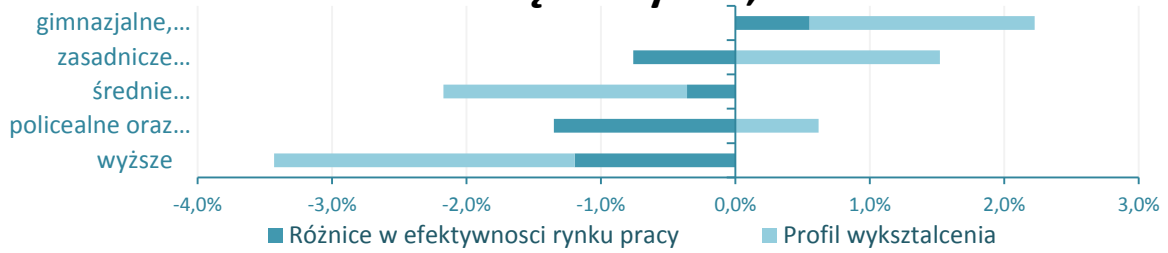


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

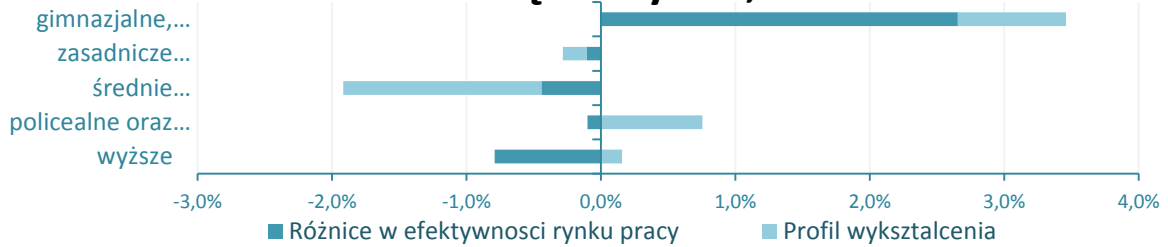
Wykres 15: Pod-dekompozycja różnic w udziale pracujących w aktywnych zawodowo dla 5 województw Polski Wschodniej względem Polski – porównanie 2002 i 2012 r.



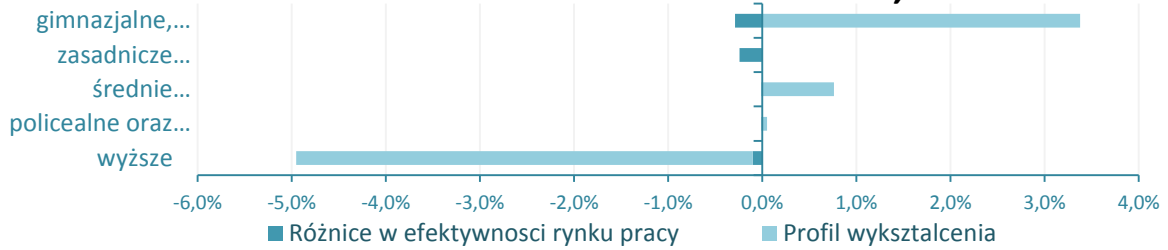
Świętokrzyskie, 2012



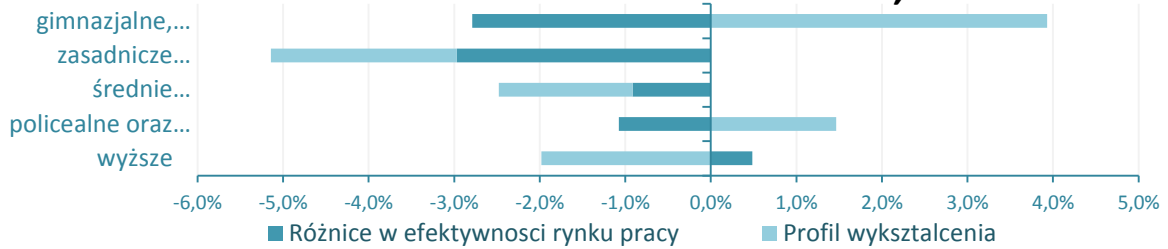
Świętokrzyskie, 2002



Warmińsko-mazurskie, 2012

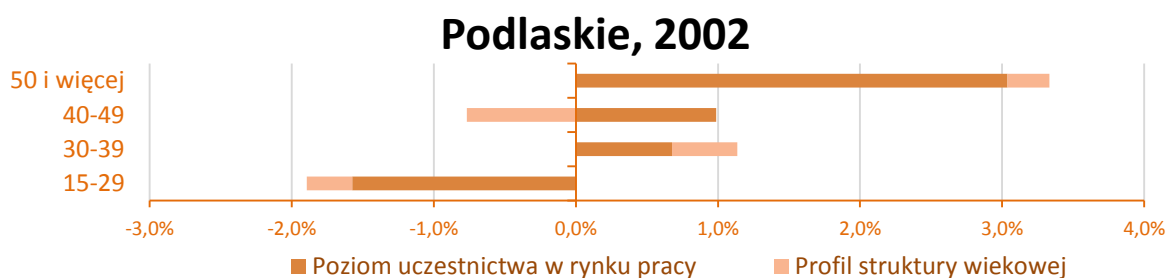
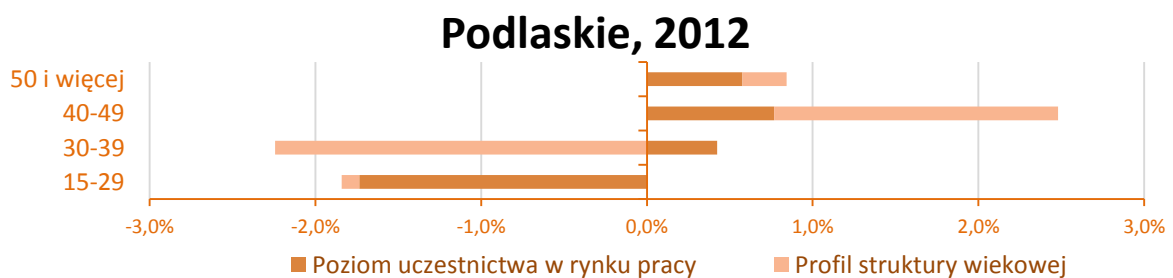
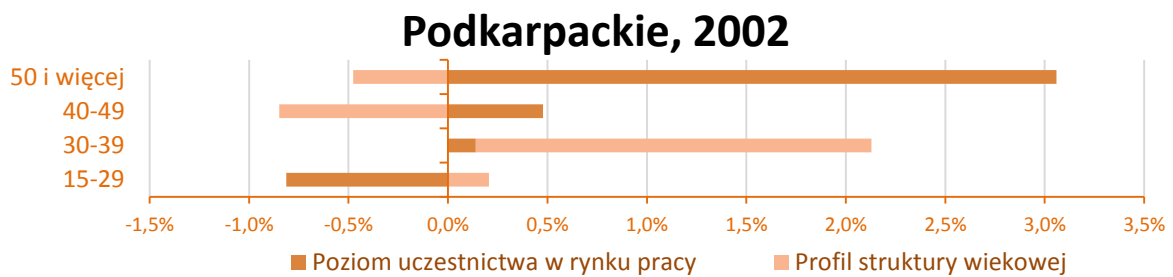
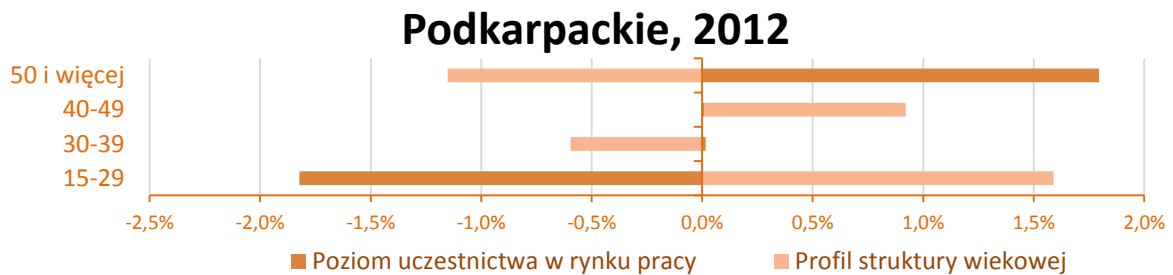
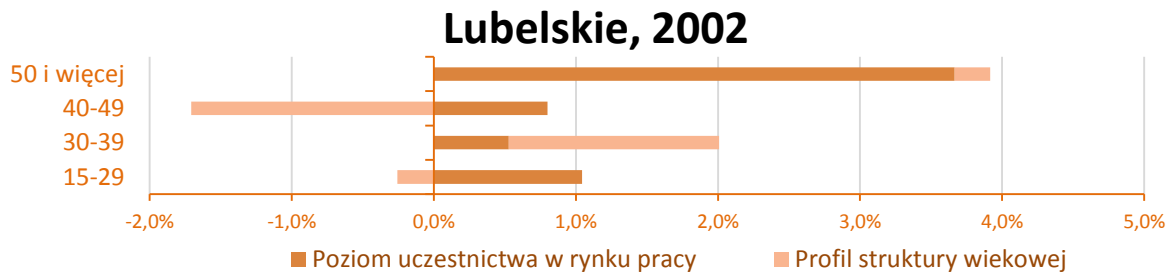
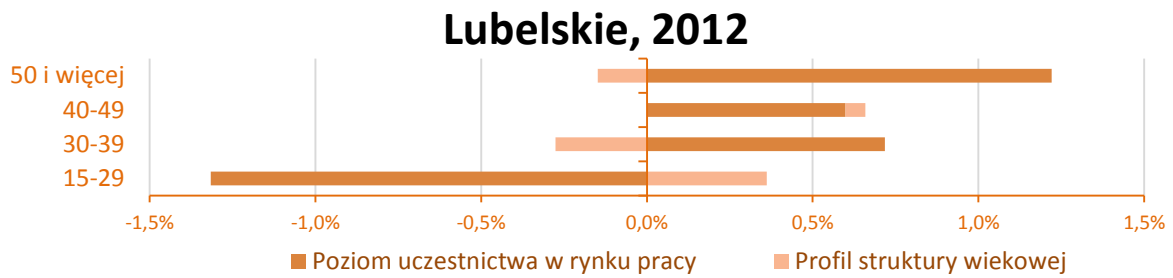


Warmińsko-mazurskie, 2002

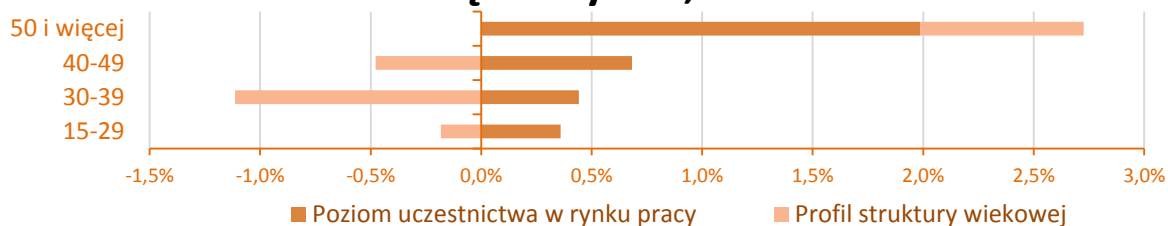


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

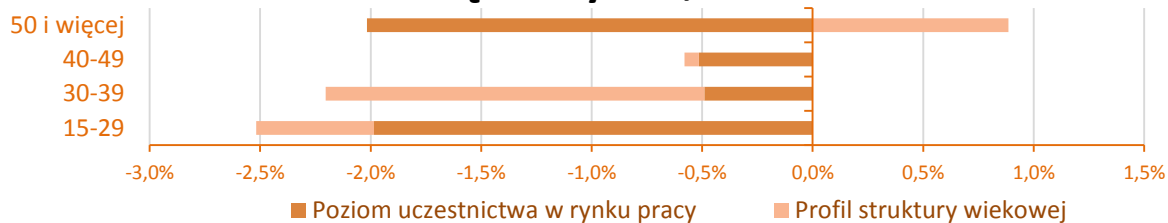
Wykres 16: Pod-dekompozycja różnic we współczynniku aktywności zawodowej dla 5 województw Polski Wschodniej względem Polski – porównanie 2002 i 2012 r.



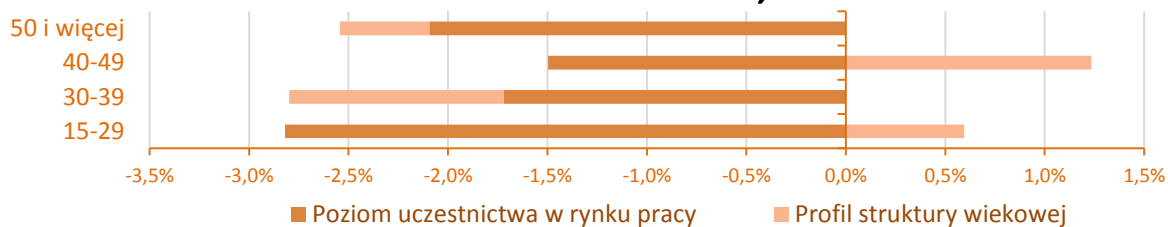
Świętokrzyskie, 2012



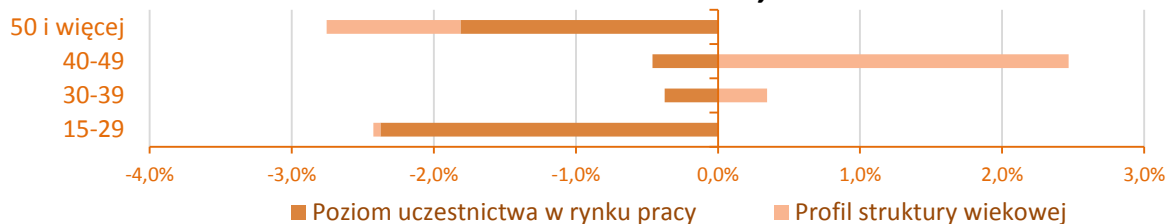
Świętokrzyskie, 2002



Warmińsko-mazurskie, 2012

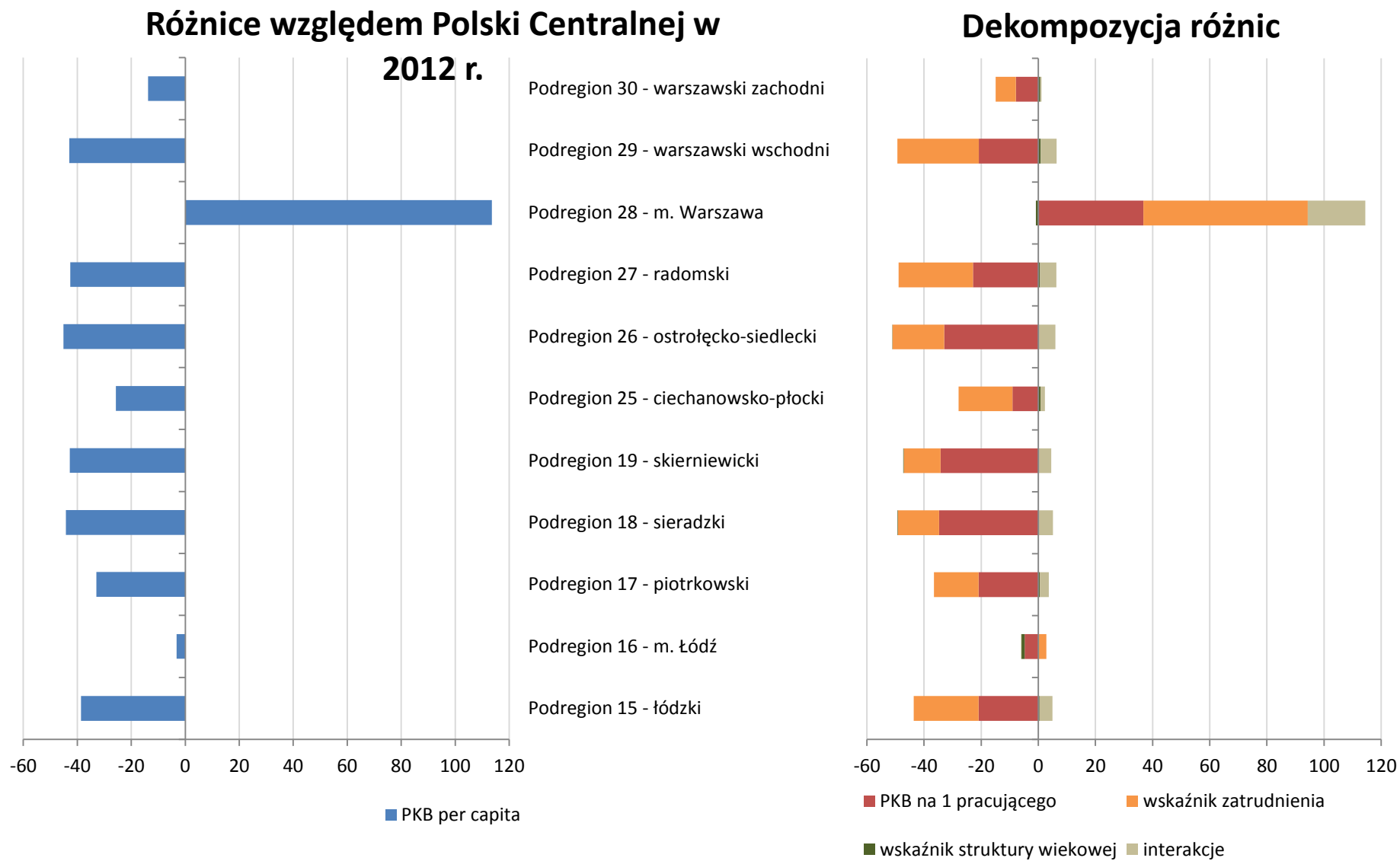


Warmińsko-mazurskie, 2002



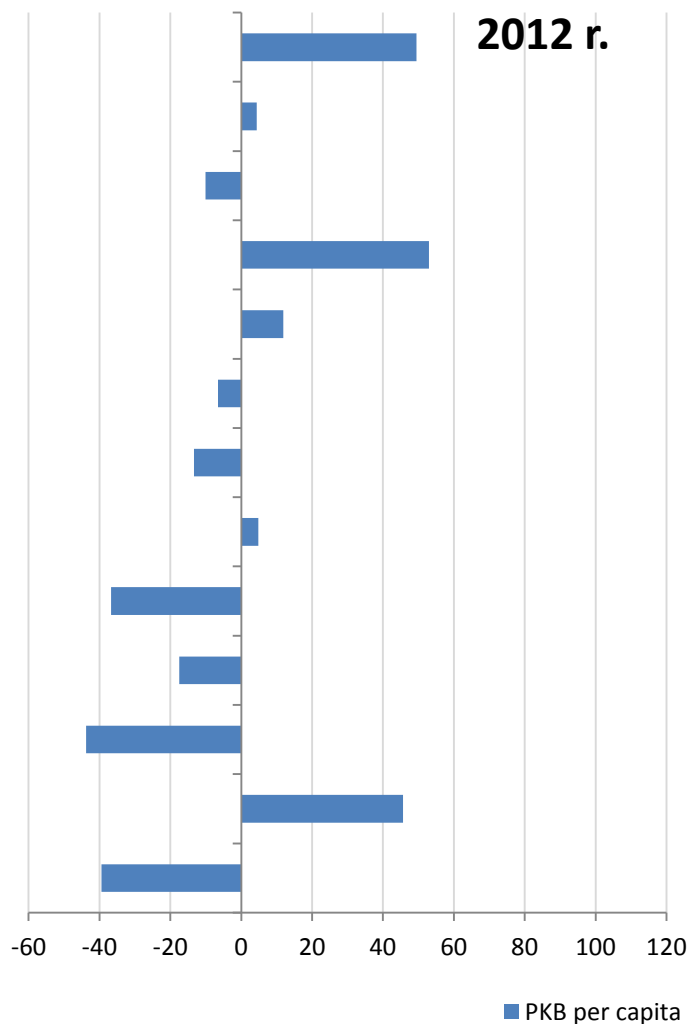
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Wykres 17 Różnice i dekompozycja różnic w poziomie PKB per capita dla podregionów Polski względem makroregionów Polski w 2012 r.

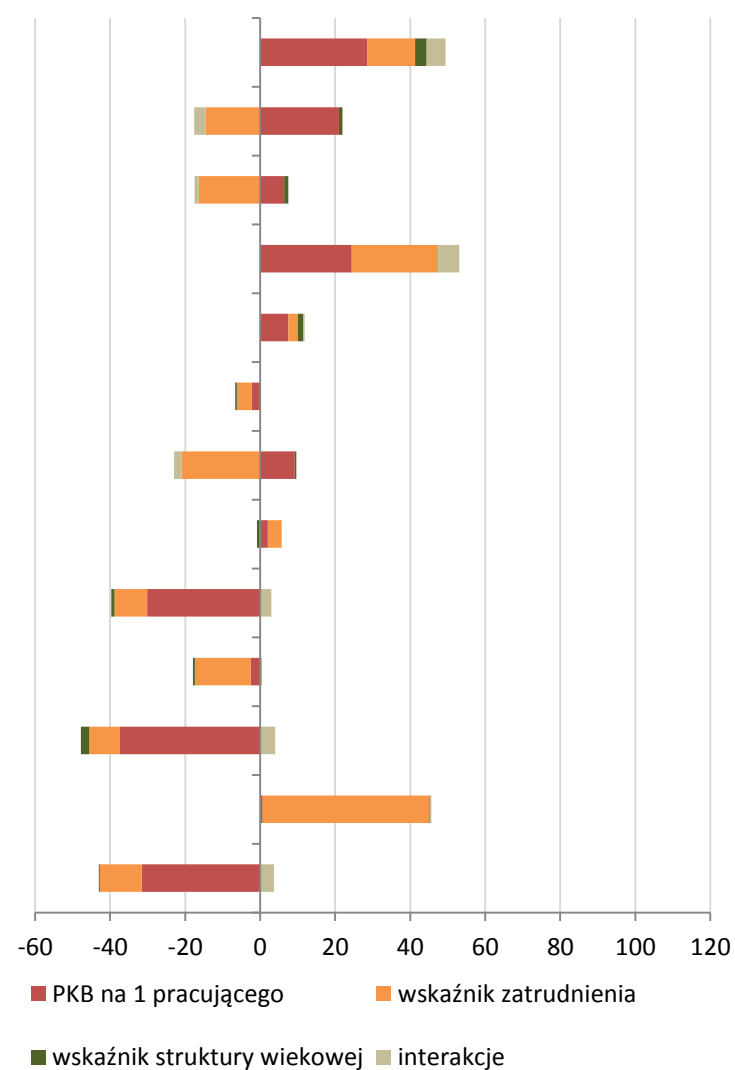


Różnice względem Polski Południowej w

2012 r.

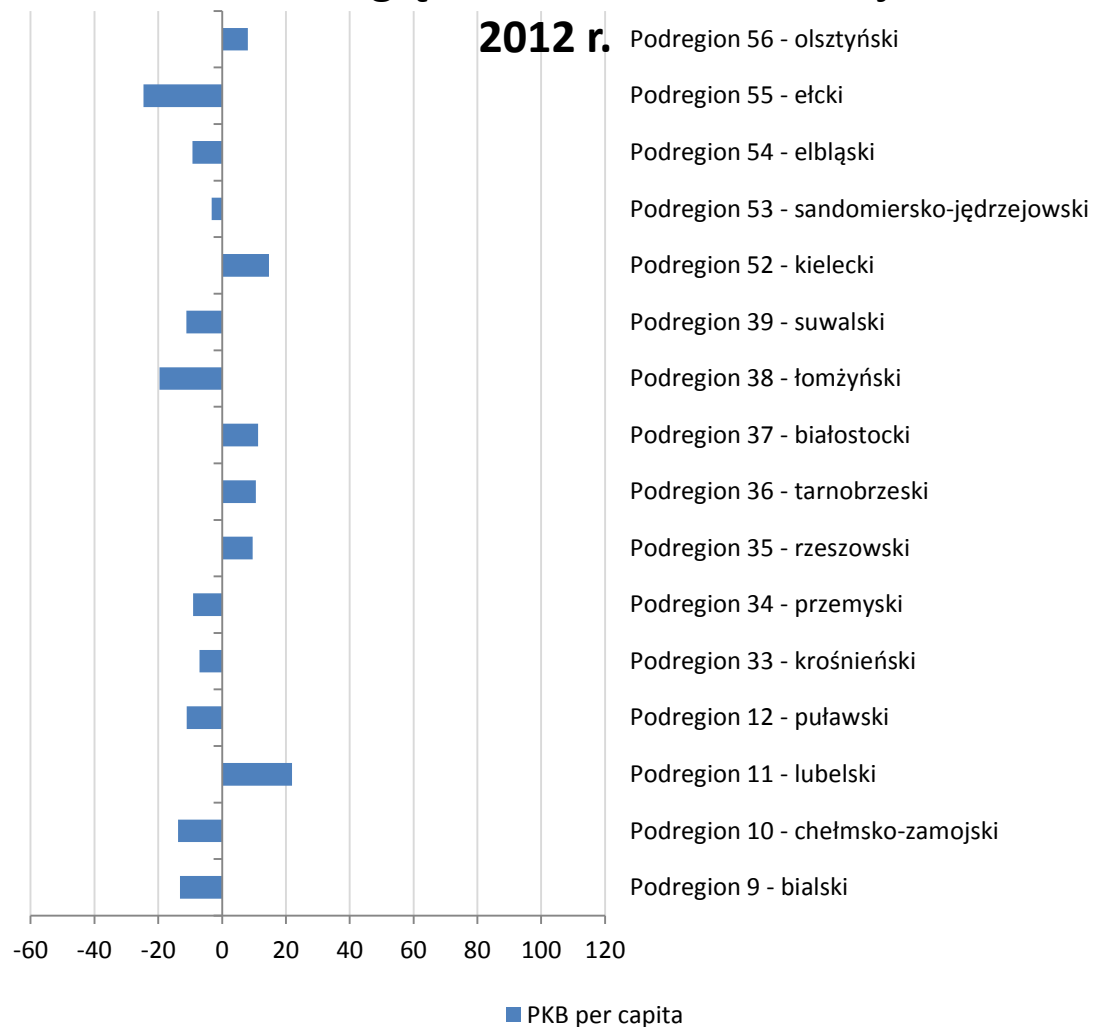


Dekompozycja różnic

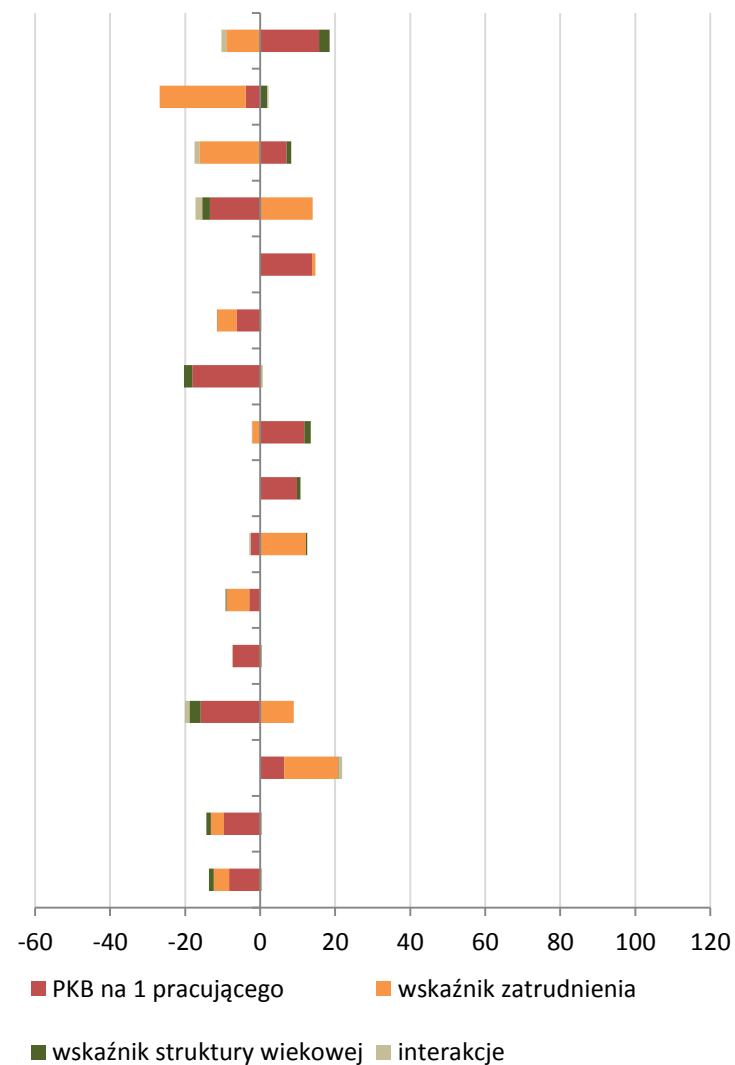


Różnice względem Polski Wschodniej w

2012 r.

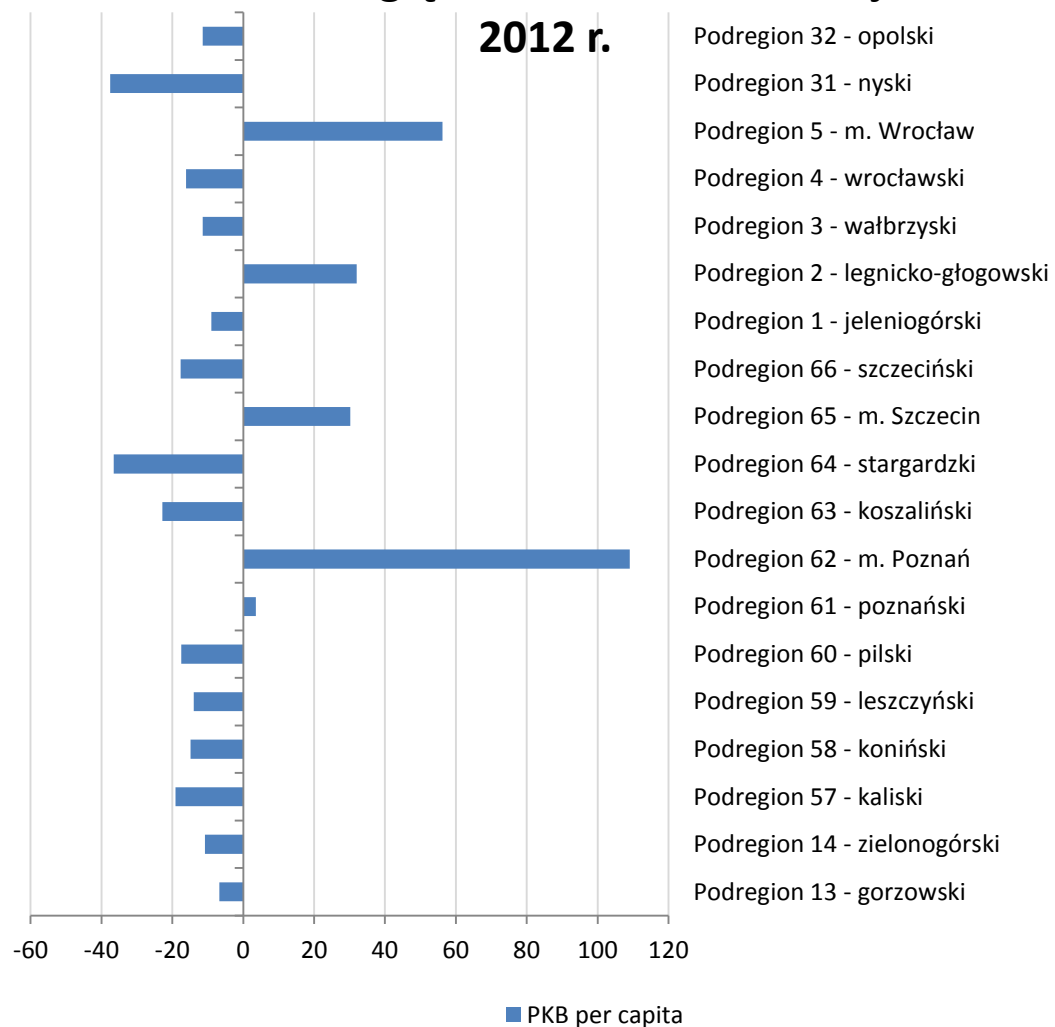


Dekompozycja różnic

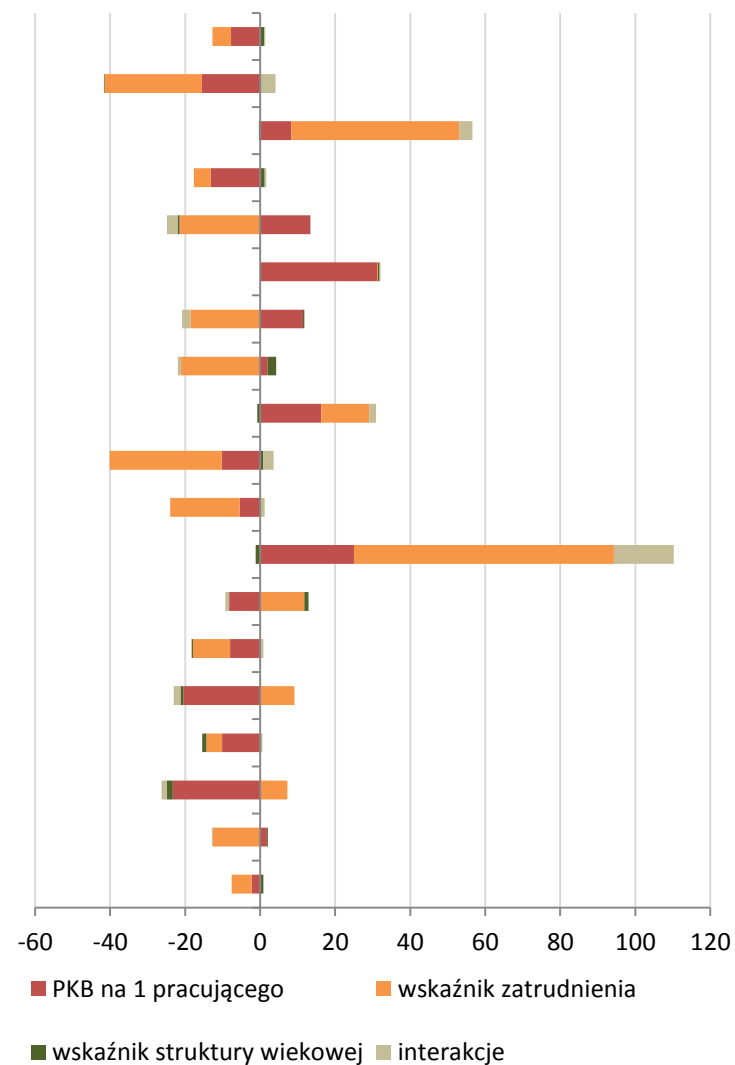


Różnice względem Polski Zachodniej w

2012 r.

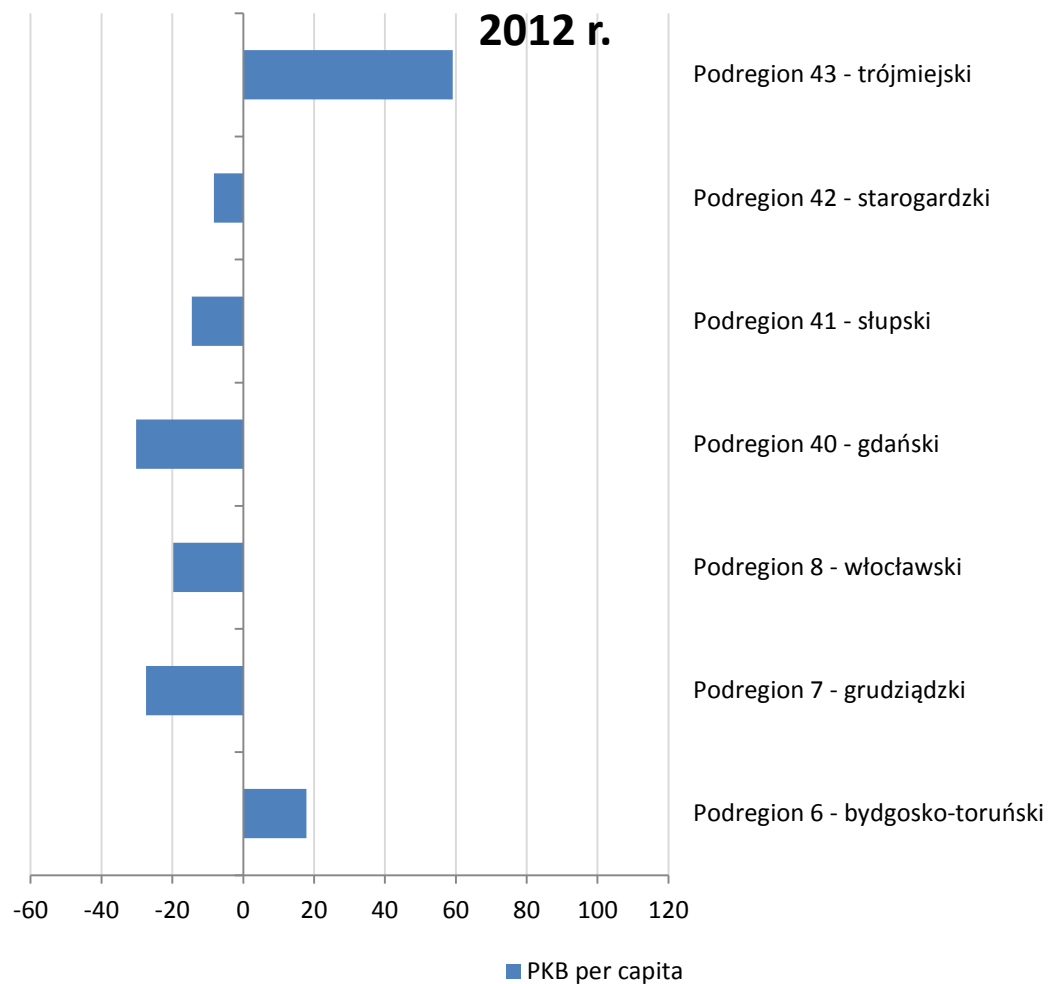


Dekompozycja różnic

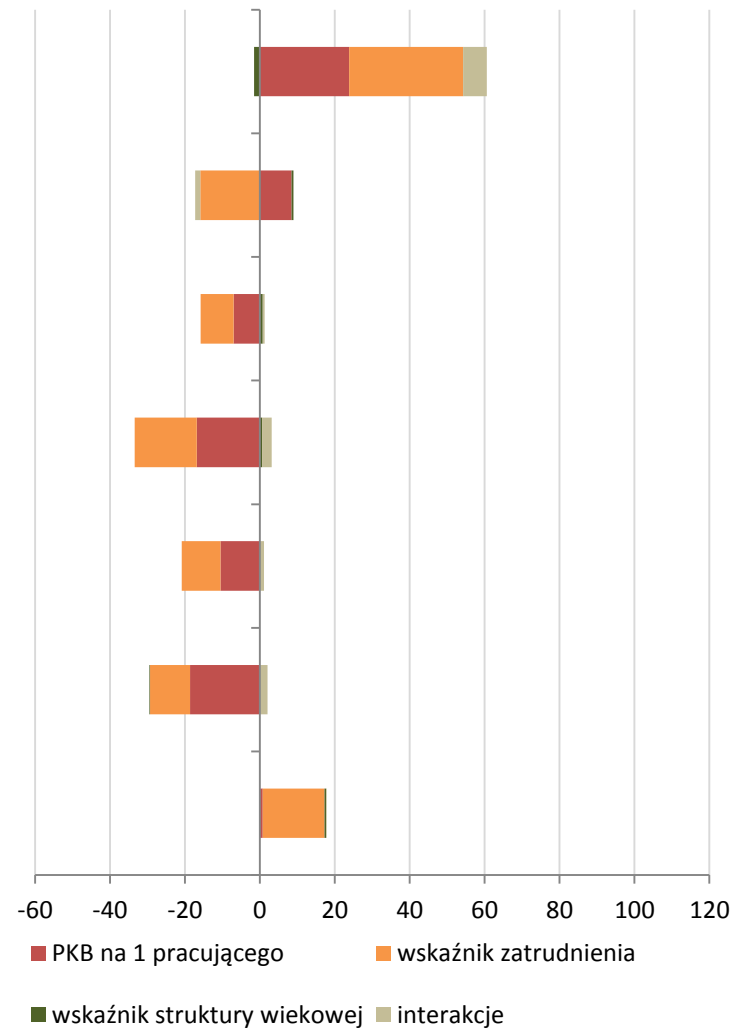


Różnice względem Polski Północnej w

2012 r.



Dekompozycja różnic



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Część B: Dekompozycja czynnikowa WDB na zatrudnionego

W niniejszej części przedstawiono dekompozycję czynnikową wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego. Celem tej dekompozycji jest wyodrębnienie wkładów pracy i kapitału w przyroście i różnicach wydajności na jednego zatrudnionego.

1 Wprowadzenie

1.1 Idea dekompozycji czynnikowej WDB na zatrudnionego

W najprostszym ujęciu „dekompozycja czynnikowa” (przyjęte w niniejszym opracowaniu jedno z możliwych określeń) polega na rozdzieleniu, czyli „dekompozycji” wzrostu gospodarczego na przyczyniające się doń czynniki produkcji.²¹ Zwykle ów wzrost gospodarczy jest reprezentowany przez takie miary jak produkcja globalna, produkt krajowy brutto (PKB) lub wartość dodana brutto (WDB).²² Z kolei wspomniane czynniki produkcji to zwykle tzw. czynniki pierwotne, czyli „praca” i „kapitał”. Z uwagi na obowiązującą w Rachunkach Narodowych²³ tożsamość:

$$WDB = WP + WK \quad (A)$$

gdzie WP to całkowite wynagrodzenie pracy (na poziomie kraju, województw, sekcji PKD i innych agregacji, a także dla przedsiębiorstw) a WK – także wynagrodzenie kapitału, będziemy w dekompozycji czynnikowej posługiwać się wartością dodaną brutto, jako miarą rozmiaru działalności gospodarczej (miarą łącznego dochodu czynników produkcji), gdyż zapewni to formalną ścisłość realizowanych naliczeń i ich zgodność z Rachunkami Narodowymi. Przyjmuje się zgodnie z teorią ekonomii, że czynniki produkcji są wynagradzane według ich krańcowych produktywności.²⁴ Dlatego analiza ich wynagrodzeń (tj. WP i WK) zasadniczo stanowi również, w świetle tego założenia, analizę ich produktywności.

²¹ Zaprezentowane rozumowanie zasadniczo bazuje na: C.R. Hulten (2009), *Growth Accounting*, NBER Working Paper Series 15341.

²² Produkcja globalna to suma zużycia pośredniego i WDB. Aby otrzymać PKB z WDB należy do WDB dodać podatki od produktów i odjąć subsydia do produktów.

²³ Rachunki Narodowe bazują na systemach SNA (*System of National Accounts*) oraz ESA (*European System of Accounts*).

²⁴ Ibidem.

Aby powyższa tożsamość była zawsze formalnie spełniona jedna z trzech użytych w niej zmiennych musi być obliczana rezydualnie z dwóch pozostałych. Najczęściej w rachunkowości wzrostu gospodarczego (np. w dekompozycjach typu KLEMS²⁵) oblicza się rezydualnie wynagrodzenie kapitału, gdyż dane dotyczące tej zmiennej są najtrudniejsze do zmierzenia i wyszacowania. Stąd zastosowana będzie w niniejszym opracowaniu „**metoda rezydualnie obliczanych zmiennych dotyczących wynagrodzenia kapitału**” jako lepsza od ewentualnie możliwej „**metody rezydualnie obliczanych zmiennych dotyczących wynagrodzenia pracy**”, choć wyniki obydwu powinny być do siebie zbliżone przynajmniej na poziomie wyższych agregacji. Operacje wykonane w niniejszej dekompozycji będą podobne jak w powyższej dekompozycji z części A, jednak z uwzględnieniem także dekompozycji na ww. czynniki oraz innej dostępności danych.

2 Metodologia

2.1 Źródła danych, definicje głównych zmiennych - czynników „pracy” i „kapitału”

Podstawowym źródłem danych do rachunku dekompozycji czynnikowej jest także Bank Danych Lokalnych (BDL) dostępny na stronie internetowej GUS, podobnie jak dla ww. dekompozycji wzrostu PKB i różnic w WDB *per capita* z części A. Pozyskano z tego źródła dane na poziomie regionów NTS2 (czyli województw) oraz w podziale na sekcje PKD. Dane te są uporządkowane według nieco innych przekrojów (tj. według nieco innych podziałów na grupy sekcji i sekcje PKD) niż dla ww. dekompozycji z części A, co wynika z określonej dostępności danych w systemie BDL niezbędnych do rachunku dekompozycji czynnikowej oraz konieczności wykorzystania niektórych danych dostępnych jedynie w systemie

²⁵ Bazujących na słynnej dekompozycji wzrostu gospodarczego R. Solowa [patrz: R..M. Solow (1956), *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, The Quarterly Journal of Economics, Vol. 70, No. 1., pp. 65-70.] oraz jej rozwinięć [Jorgenson D.W. (1963), *Capital Theory and Investment Behaviour*, American Economic Review, Vol. 53, pp. 247-259; Jorgenson D.W., Griliches Z. (1967), *The explanation of Productivity Change*, Review of Economic Studies, 34, pp. 249-83; Jorgenson D.W., Gollop F.M., Fraumeni B.M. (1987), *Productivity and US Economic Growth*, Cambridge MA: Harvard University Press; Jorgenson D.W. (1989), *Productivity and Economic Growth*, in Ernst R. Berndt and Jack E. Triplett (eds.), *Fifty Years of Economic Measurement*, University of Chicago Press; Jorgenson D.W., Ho M., Stiroh K. (2005), *Information Technology and the American Growth Resurgence*, MIT.]

klasyfikacyjnym PKD 2004 w odpowiedniej korespondencji do danych w systemie PKD 2007. Danymi pozyskanymi z BDL w podziale według sekcji PKD i województw są:

- „koszty związane z zatrudnieniem”, czyli ta część wartości dodanej brutto, która jest przeznaczona na wynagrodzenia brutto dla pracowników legalnie zatrudnionych²⁶;
- „zatrudnieni”, czyli liczba pracowników legalnie zatrudnionych;
- „środki trwałe brutto” w cenach ewidencyjnych.

Fakt, że dane BDL dotyczące środków trwałych są w cenach ewidencyjnych spowodował, że konieczne stało się sięgnięcie także do danych z Rachunków Narodowych dotyczących środków trwałych w cenach bieżących oraz w cenach stałych. Wykorzystano także tzw. deflatory, które obliczono przy pomocy tablic transmisyjnych do Eurostatu (które zawierają podstawowe dane systemu Rachunków Narodowych (SNA i ESA)²⁷), z których wzięto zmienne dotyczące wartości dodanej brutto w cenach bieżących i w cenach stałych oraz dane dotyczące wynagrodzenie pracy w cenach bieżących (niestety w tym wypadku bez cen stałych²⁸). Dane z tablic transmisyjnych do Eurostatu są w podziale na sekcje, ale nie na województwa.²⁹

W niniejszej dekompozycji czynnikowej przyjmuje się następujące definicje składowych tożsamości (A):

- wynagrodzenie pracy (WP) – całkowite wynagrodzenie osób legalnie zatrudnionych, bez tzw. samozatrudnienia;
- wynagrodzenie kapitału (WK) – rezydualnie obliczone wynagrodzenie kapitału, tj. jako różnica pomiędzy wartością dodaną brutto (WDB) a zdefiniowanym jak wyżej wynagrodzeniem pracy (WP).

Wynagrodzenie kapitału (WK) w tym wypadku obejmuje zatem wynagrodzenie tzw. samozatrudnionych, tj. głównie osób będących właścicielami środków wytwórczych

²⁶ Na podstawie różnego rodzaju legalnych umów, czyli bez tzw. szarej strefy, a przede wszystkim bez tzw. samozatrudnienia, jednak łącznie ze wszystkimi kosztami pracy, czyli także ze świadczeniami socjalnymi.

²⁷ M.in. produkcja globalna, zużycie pośrednie, wartość dodana brutto, koszty związane z zatrudnieniem, itp.

²⁸ Wiąże się to z koniecznością dokonania własnych obliczeń w oparciu o pewne założenia.

²⁹ Są one także w podziale na działy PKD 2007, a właściwie NACE2, który teoretycznie jest ścisłym odpowiednikiem systemu PKD 2007. Tablice transmisyjne są to tablice, przy pomocy których GUS przesyła wymagane dane dotyczące Polski do Eurostatu.

(właściciele firm, rolnicy)³⁰, którzy za pracę na własny rachunek wypłacają sobie wynagrodzenie w postaci zysku. Jest zatem ono formalnie nieodróżnialne od „czystego” wynagrodzenia kapitału, czyli wynagrodzenia za samo posiadanie środków wytwórczych. Trzy metody oszacowania tego samozatrudnienia, w celu przeniesienia go do czynnika „praca”, realizowane w bardziej teoretycznych rachunkach wzrostu gospodarczego dla agregatów całych gospodarek, nie są skuteczne na poziomie sekcji i województw i dają bardzo rozbieżne wyniki, dlatego metody doszacowania czynnika praca o samozatrudnienie nie mogły być wykorzystane w niniejszej dekompozycji czynnikowej, realizowanej w podziale na sekcje i województwa. Jednak dekompozycja całości dochodu czynników produkcji (który sumuje się do wartości dodanej brutto) na składowe w postaci „wynagrodzenia rejestrowanej pracy najemnej” i „rezydualnie obliczonego wynagrodzenia właścicieli kapitału” stanowi dobre przybliżenie dekompozycji na wkłady czynników „praca” i „kapitał”, szczególnie w zakresie badania ich dynamik i różnic względnych. Ponadto, analiza wkładu „pracy najemnej” vs wkład „właścicieli środków wytwórczych” w WDB ma swój walor odrębny.

2.2 Charakterystyka ogólna

Działania, które zrealizowano w dekompozycji wzrostu i różnic w części A można generalnie powtórzyć, z tym że w „rozbiciu” na „składowe” wartości dodanej brutto, czyli w odniesieniu do czynnika „praca” i „kapitał”, które zgodnie z teorią ekonomii są tutaj utożsamione z ww. wynagrodzeniem pracy (WP) i ww. wynagrodzeniem kapitału (WK).³¹

Wydzielenie wynagrodzenia pracy umożliwia m.in. zaobserwowanie zmian jego udziału w WDB, a zatem umożliwia przyjrzenie się ewolucji w podziale łącznego dochodu czynników produkcji równego WDB. Oczywiście, w punktach procentowych wzrost lub spadek udziału pracy w tak rozumianym dochodzie jest równy wzrostowi lub spadkowi udziału kapitału w dochodzie, tylko z przeciwnym znakiem. Ponadto dla kapitału, jest możliwe zaobserwowanie ewolucji zmian w jego rentowności, rozumianej tutaj jako stosunek wynagrodzenia tego czynnika do stanu środków trwałych (czyli kapitału rzeczowego), czyli jest to rezydualna

³⁰ Dochodzi do tego „niewidzialne” wynagrodzenie członków rodzin właścicieli (zwykle) małych firm, wynagrodzenie osób pracujących nielegalnie i każde inne wynagrodzenie nierejestrowane.

³¹ C.R. Hulten (2009), *Growth ..*, op. cit..

rentowność brutto obejmująca samozatrudnienie. Ta dodatkowa informacja jest istotna, gdyż zmiany w podziale dochodu pomiędzy „pracą najemną” a „rezydującym kapitałem” mogą wynikać z innego tempa przyrostu pracy w stosunku do przyrostu kapitału (czyli liczba zatrudnionych może na przykład rosnać wolniej niż stan środków trwałych na skutek dużych inwestycji). Badanie udziału pracy najemnej w dochodzie czynników produkcji oraz tak pojętej względnej rentowności brutto kapitału nie wymaga przeliczania danych na wartości realne.

Inaczej jest z **przyrostami** wartości z tożsamości (A). Aby informacje te odpowiadały bardziej rzeczywistości, przyrosty zostały przeliczone na wartości realne, tj. z zastosowaniem odpowiednich technik (tzw. deflatorów). Ma to znaczenie dla porównań w czasie, gdyż tempo inflacji istotnie się zmienia, czyniąc międzyokresowe porównania wartości przyrostów nominalnych nieodpowiednimi. Oprócz porównania tempa przyrostu wynagrodzeń czynników produkcji (pracy i kapitału) do tempa przyrostu WDB w **procentach** można wykonać dekompozycję przyrostu tej ostatniej na tzw. kontrybucje (czyli wkłady) czynników produkcji w **punktach procentowych**. To ostatnie jest generalnie preferowane jako bardziej przemawiające do wyobraźni, gdyż owe punkty procentowe sumują się do całkowitego przyrostu WDB w procentach.

Te obserwacje zmian w przyroście WDB, WP oraz WK można także dokonywać na poziomie jednego zatrudnionego, dzięki czemu ściślej są one odzwierciedleniem intensywności rozwoju gospodarczego.³² Dzięki temu przede wszystkim zniwelowane zostają efekty czysto demograficzne występujące na rynku pracy. Podobnie jak dla ww. wartości zagregowanych dokonano dekompozycji przyrostu WDB na zatrudnionego na kontrybucje wynagrodzeń ww. czynników produkcji. Te wszystkie wymienione operacje wykonano w „rozbiciu” na województwa i wybrane sekcje lub grupy sekcji PKD.

Podobnie jak zmiany w czasie WDB na jednego zatrudnionego można zaobserwować odchylenia WDB na jednego zatrudnionego i jej składowych, czyli odchylenia wynagrodzeń czynników produkcji na jednego zatrudnionego od wartości średniej dla całego kraju. Odchylenia wynagrodzeń czynników produkcji na zatrudnionego (w procentach) można

³² Rozwój ekstensywny to rozwój wynikający ze wzrostu ilościowego czynników, a rozwój intensywny to rozwój wynikający z poprawy wydajności tych czynników.

przeliczyć na kontrybucje tych czynników (w punktach procentowych) do odchylenia WDB na zatrudnionego. Pozwala to stwierdzić obecność różnic (wynikających z różnych przyczyn) w poziomie wynagrodzenia zatrudnionych według województw i sekcji PKD oraz różnic w wynagrodzeniu kapitału na zatrudnionego według województw i sekcji PKD (co jest przede wszystkim wynikiem różnego poziomu kapitałochłonności gospodarek poszczególnych województw i sekcji PKD). Te różnice obserwuje się w czasie, co pozwala zaobserwować, czy ww. różnice pogłębiają się lub ulegają zniwelowaniu, czyli na ile występuje konwergencja w stosunku do średniej krajowej.

2.3 Charakterystyka formalna

Do wykonania dekompozycji przyrostu WDB na wkłady (czyli tzw. kontrybucje) czynników produkcji należy posłużyć się pewną specyficzną procedurą wypracowaną w neoklasycznej teorii wzrostu gospodarczego³³, której podstawowe elementy wykorzystano w niniejszej pracy. Zamiast tożsamości (A) należy wykorzystać do tego celu następujące równanie:

$$\Delta WDB/WDB_{(-1)} = \alpha \Delta WP/WP_{(-1)} + \beta \Delta WK/WK_{(-1)} \quad (B)$$

gdzie $\alpha = (WP/WDB + WP_{(-1)}/WDB_{(-1)})/2$ oraz $\beta = (WK/WDB + WK_{(-1)}/WDB_{(-1)})/2$. Jeżeli obowiązuje tożsamość (A), to przyrost względny (procentowy) wartości dodanej brutto $\Delta WDB/WDB_{(-1)} = (WDB - WDB_{(-1)})/WDB_{(-1)}$ jest równy sumie przyrostów względnych (procentowych) wynagrodzenia pracy $\Delta WP/WP_{(-1)} = (WP - WP_{(-1)})/WP_{(-1)}$ oraz wynagrodzenia kapitału $\Delta WK/WK_{(-1)} = (WK - WK_{(-1)})/WK_{(-1)}$, zważonych (pomnożonych przez) udziałem tych czynników w wartości dodanej brutto. Tak jest ściśle jeżeli przyrosty te są infinitezymalnie małe, czyli w czasie ciągłym. Jeżeli czas nie jest traktowany jako ciągły, tylko jako „dyskretny”, tzn. gdy występują mierzalne interwały czasowe, wówczas należy stosować wagi α i β w postaci podanych wyżej wzorów na średnie międzyokresowe udziały czynników produkcji w wartości dodanej brutto (czyli dokonuje się interpolacji liniowej udziałów pomiędzy okresami bieżącym i uprzednim). Subskrypt (-1) oznacza przy tym okres uprzedni.³⁴ Oznacza to, że w

³³ Ibidem.

³⁴ W literaturze tradycyjnie używa się formuł typu $\Delta A/A$ co należy rozumieć jako $(A_1 - A_0)/A_0$, gdzie subskrypty 1 i 0 oznaczają czas następny i bieżący, przy czym pomija się zwykle subskrypt 0. Wzór $(A_0 - A_{(-1)})/A_{(-1)}$ bardziej jednak odpowiada praktyce statystycznej. Stosowane są także jeszcze bardziej rozbudowane subskrypty: t-1, t oraz t+1, dla oznaczenia odpowiednio czasu ubiegłego, bieżącego i przyszłego. Dotyczy to równych

czasie dyskretnym wzór (B) jest obciążony pewnym niewielkim błędem, a więc jest to równanie przybliżone (gdyż interpolacja liniowa jest procedurą przybliżoną). Aby ten niewielki błąd nie narastał przy dalszych obliczeniach przyjmuje się dla kontrybucji wynagrodzenia kapitału, zamiast $\beta\Delta WK/WK_{(-1)}$, wartość rezydualną według wzoru:

$$\text{Kontrybucja WK do } \Delta WDB/WDB_{(-1)} = \Delta WDB/WDB_{(-1)} - \alpha\Delta WP/WP_{(-1)} \quad (C)$$

czyli kontrybucję wynagrodzenia kapitału w przyroście wartości dodanej oblicza się poprzez odjęcie od przyrostu tej ostatniej kontrybucji wynagrodzenia pracy. Podobnie postępuje się dalej z innymi kontrybucjami kapitału, co zapewnia ścisłość formalną i bilansowanie się rachunku.

Dla przyrostów na zatrudnionego, równanie teoretyczne (B) należy przekształcić do postaci:

$$\frac{\Delta(WDB/Z)}{WDB_{(-1)}/Z_{(-1)}} = \alpha \frac{\Delta(WP/Z)}{WP_{(-1)}/Z_{(-1)}} + \beta \frac{\Delta(WK/Z)}{WK_{(-1)}/Z_{(-1)}} \quad (D)$$

gdzie Z to liczba zatrudnionych w okresie bieżącym a $Z_{(-1)}$ liczba zatrudnionych w okresie poprzednim. W równaniu (D) obowiązują wzory: $\Delta(WDB/Z) = WDB/Z - WDB_{(-1)}/Z_{(-1)}$, $\Delta(WP/Z) = WP/Z - WP_{(-1)}/Z_{(-1)}$ oraz $\Delta(WK/Z) = WK/Z - WK_{(-1)}/Z_{(-1)}$. Jednak w praktyce, z powodów jak wyżej, kontrybucję kapitału do przyrostu wartości dodanej brutto na zatrudnionego, zamiast z wyrażenia $\beta\Delta(WK/Z)/(WK_{(-1)}/Z_{(-1)})$, wyznacza się rezydualnie zgodnie z równaniem:

$$\text{Kontrybucja WK do } \frac{\Delta(WDB/Z)}{WDB_{(-1)}/Z_{(-1)}} = \frac{\Delta(WDB/Z)}{WDB_{(-1)}/Z_{(-1)}} - \alpha \frac{\Delta(WP/Z)}{WP_{(-1)}/Z_{(-1)}} \quad (E)$$

czyli poprzez odjęcie kontrybucji pracy od przyrostu wartości dodanej brutto na zatrudnionego.

Z kolei odchylenia wartości dodanej brutto na zatrudnionego dla danego województwa w stosunku do średniej krajowej i kontrybucje czynników do tego odchylenia teoretycznie spełniają równanie:

$$\frac{WDB_j/Z_j - WDB/Z}{WDB/Z} = \alpha \frac{WP_j/Z_j - WP/Z}{WP/Z} + \beta \frac{WK_j/Z_j - WK/Z}{WK/Z} \quad (F)$$

gdzie subskrypt j określa wartości dla danego województwa, podczas gdy pozostałe wartości

interwałów czasowych, z których pierwszy skończył się w okresie ubiegłym, drugi kończy się obecnie, a trzeci skończy się w najbliższej przyszłości.

są wartościami dla całego kraju. Jednak w praktyce kontrybucję kapitału do odchylenia wartości brutto na zatrudnionego oblicza się rezydualnie ze wzoru:

$$\text{Kontrybucja WK do } \frac{WDB_j/Z_j - WDB/Z}{WDB/Z} = \frac{WDB_j/Z_j - WDB/Z}{WDB/Z} - \alpha \frac{WP_j/Z_j - WP/Z}{WP/Z} \quad (G)$$

zamiast z wyrażenia $\beta(WK_j/Z_j - WK/Z)/(WK/Z)$ podobnie jak poprzednio. Wagi α i β są tu obliczane z następujących wzorów $\alpha = WP/WDB$ oraz $\beta = WK/WDB$, czyli w tym wypadku nie oblicza się ich w drodze interpolacji liniowej jak w pozostałych przypadkach, gdyż zawsze używa się danych we wzorach (F) i (G) tylko z jednego okresu.

We wszystkich powyższych wzorach pominięto przy parametrach α i β subskrypty odnoszące się do województw i sekcji i innych agregacji, których uwzględnienie sprawiłoby, że powyższe wzory stałyby się nieczytelne.

Ze względu na ww. problem zaburzającego wpływu inflacji na pomiary przyrostów w czasie, przyrosty należy w powyższych wzorach (B), (C), (D) i (E) liczyć realnie, czyli na przykład dla równania (B), według wzorów:

$$\begin{aligned} \text{Realny } \Delta WDB &= \text{realna } WDB - \text{bieżąca } WDB_{(-1)} \\ \text{Realny } \Delta WP &= \text{realne } WP - \text{bieżące } WP_{(-1)} \\ \text{Realny } \Delta WK &= \text{realne } WK - \text{bieżące } WK_{(-1)} \end{aligned} \quad (H)$$

oraz odpowiednio dla pozostałych zmiennych poprzedzonych znakiem Δ .

Poniżej zaprezentowano listę wszystkich 24 „produktów” obliczeń wykonanych w załączonym pliku Excel *Wyniki dekompozycji czynnikowej POPT MIR*. Okresy są rozumiane jako jednoroczne, czyli subskrypt (-1) podobnie jak wyżej oznacza wartości za rok uprzedni, zaś wartości bez subskryptów dotyczą okresu obecnego.

2.6.1.1. Udział pracy

- 1) Udział wynagrodzenia pracy (UWP) w wartości dodanej brutto (WDB):

$$\mathbf{UWP = WP/WDB}$$
 [procenty];

- 2) Zmiana udziału wynagrodzenia pracy (Δ UWP) w wartości dodanej brutto

$$(WDB): \mathbf{\Delta UWP = WP/WDB - WP_{(-1)}/WDB_{(-1)}}$$
 [punkty procentowe];

2.6.1.2. Rezydualna rentowność kapitału brutto

- 3) Rezydualna rentowność kapitału brutto (RK) [stosunek wynagrodzenia kapitału (WK) do stanu środków trwałych (K)]: $RK = WK/K$ [procenty];
- 4) Zmiana rezydualnej rentowności kapitału brutto: $\Delta RK = WK/K - WK_{(-1)}/K_{(-1)}$ [punkty procentowe];

2.6.1.3. Dekompozycja realnego przyrostu(ów) wartości dodanej brutto

- 5) Realny przyrost wartości dodanej brutto: $\delta wdb = \Delta WDB/WDB_{(-1)}$ [procenty], gdzie: $\Delta WDB = WDB - WDB_{(-1)}$, **WDB** w cenach stałych, **WDB₍₋₁₎** w cenach bieżących;
- 6) Realny przyrost wynagrodzenia pracy: $\delta wp = \Delta WP/WP_{(-1)}$ [procenty], gdzie: $\Delta WP = WP - WP_{(-1)}$, **WP** w cenach stałych, **WP₍₋₁₎** w cenach bieżących;
- 7) Realny przyrost wynagrodzenia kapitału : $\delta wk = \Delta WK/WK_{(-1)}$ [procenty], gdzie: $\Delta WK = WK - WK_{(-1)}$, **WK** w cenach stałych, **WK₍₋₁₎** w cenach bieżących;
- 8) Kontrybucja wynagrodzenia pracy w przyroście wartości dodanej brutto: $\alpha * \delta wp = \delta wp * (UWP + UWP_{(-1)})/2$ [punkty procentowe];
- 9) Kontrybucja wynagrodzenia kapitału w przyroście wartości dodanej brutto, teoretycznie: **kontrybucja WK do $\delta wdb = \beta * \delta wk = \delta wk * [(1 - UWP) + (1 - UWP_{(-1)})]/2$** [punkty procentowe], w praktyce liczona rezydualnie jako: **kontrybucja WK do $\delta wdb = \delta wdb - \alpha * \delta wp$** ;

Spełniona jest równość 5)=8)+9). Dekompozycję tą na wykresach od 1) do 16) załączono dla przykładu w Aneksie A.

2.6.1.4. Dekompozycja realnego przyrostu(ów) wartości dodanej brutto na zatrudnionego

- 10) Realny przyrost wartości dodanej brutto na zatrudnionego (Z):
 $\delta wdb/z = \Delta(WDB/Z)/(WDB_{(-1)}/Z_{(-1)})$ [procenty], $\Delta(WDB/Z) = WDB/Z - WDB_{(-1)}/Z_{(-1)}$, **WDB** w cenach stałych, **WDB₍₋₁₎** w cenach bieżących;
- 11) Realny przyrost wynagrodzenia pracy na zatrudnionego (Z):
 $\delta wp/z = \Delta(WP/Z)/(WP_{(-1)}/Z_{(-1)})$ [procenty], $\Delta(WP/Z) = WP/Z - WP_{(-1)}/Z_{(-1)}$, **WP** w cenach stałych, **WP₍₋₁₎** w cenach bieżących;

12) Realny przyrost wynagrodzenia kapitału na zatrudnionego:

$\delta wk/z = \Delta(WK/Z)/(WK_{(-1)}/Z_{(-1)})$ [procenty], $\Delta(WK/Z) = WK/Z - WK_{(-1)}/Z_{(-1)}$, WK w cenach stałych, $WK_{(-1)}$ w cenach bieżących;

13) Kontrybucja wynagrodzenia pracy przyroście wartości dodanej brutto na zatrudnionego: $\alpha * \delta wp/z = (\delta wp/z) * (UWP + UWP_{(-1)})/2$ [punkty procentowe];

14) Kontrybucja wynagrodzenia kapitału w przyroście wartości dodanej brutto na zatrudnionego, teoretycznie: **kontrybucja WK do**

$\delta wdb/z = \beta * \delta wk/z = (\delta wk/z) * [(1-UWP) + (1-UWP_{(-1)})]/2$ [punkty procentowe], w praktyce liczona rezydualnie jako: **kontrybucja WK do $\delta wdb/z = \delta wdb/z - \alpha * \delta wp/z$** ;

Spełniona jest równość 10)=13)+14). Dekompozycję tą na wykresach od 17) do 32) załączono dla przykładu w Aneksie B.

2.6.1.5. Dekompozycja odchylenia wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego

15) Odchylenie od średniej (O) wartości dodanej brutto na zatrudnionego:

$O(WDB/Z) = (WDB_i/Z_i - WDB/Z)/(WDB/Z)$ [procenty], gdzie „i” oznacza zmienną dla danego województwa, dla danej sekcji lub dla danego województwa i sekcji;

16) Odchylenie od średniego wynagrodzenia pracy na zatrudnionego:

$O(WP/Z) = (WP_i/Z_i - WP/Z)/(WP/Z)$ [procenty];

17) Odchylenie od średniego wynagrodzenia kapitału na zatrudnionego:

$O(WK/Z) = (WK_i/Z_i - WK/Z)/(WK/Z)$ [procenty];

18) Kontrybucja wynagrodzenia pracy w odchyleniu od średniej wartości dodanej na zatrudnionego: $\alpha * O(WP/Z) = O(WP/Z) * UWP$ [punkty procentowe]; α nie jest liczone międzyokresowo;

19) Kontrybucja wynagrodzenia kapitału w odchyleniu od średniej wartości dodanej na zatrudnionego, teoretycznie: **kontrybucja WK do $O(WDB/Z) = \beta * O(WK/Z) = O(WK/Z) * (1-UWP)$** [punkty procentowe]; β nie jest liczone międzyokresowo; w praktyce liczona rezydualnie jako: **kontrybucja WK do $O(WDB/Z) = O(WDB/Z) - \alpha * O(WP/Z)$** ;

Spełniona jest równość 15)=18)+19). Dekompozycję tą na wykresach od 33) do 48) załączono dla przykładu Aneksie C.

2.6.1.6. Zmiany w odchyleniach wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego

20) Zmiana odchylenia od średniej wartości dodanej brutto na zatrudnionego:

$$\Delta O(WDB/Z) = O(WDB/Z) - O(WDB/Z)_{(-1)} \text{ [punkty procentowe];}$$

21) Zmiana odchylenia od średniego wynagrodzenia pracy na zatrudnionego:

$$\Delta O(WP) = O(WP) - O(WP)_{(-1)} \text{ [punkty procentowe];}$$

22) Zmiana odchylenia od średniego wynagrodzenia kapitału na zatrudnionego:

$$\Delta O(WK) = O(WK) - O(WK)_{(-1)} \text{ [punkty procentowe];}$$

23) Kontrybucja wynagrodzenia pracy w zmianie odchylenia od średniej wartości dodanej brutto na zatrudnionego: $\alpha * \Delta O(WP) = \Delta O(WP) * (UWP + UWP_{(-1)}) / 2$ [punkty procentowe];

24) Kontrybucja wynagrodzenia kapitału w zmianie odchylenia od średniej wartości dodanej brutto na zatrudnionego, teoretycznie: **kontrybucja WK do**
 $\Delta O(WDB) = \beta * \Delta O(WP) = \Delta O(WP) * [(1 - UWP) + (1 - UWP_{(-1)})] / 2$ [punkty procentowe], w praktyce liczona rezydualnie jako **kontrybucja WK do**
 $\Delta O(WDB) = \Delta O(WDB) - \alpha * \Delta O(WP)$.

Spełniona jest równość 20)=23)+24)

Podstawowymi „produktami” są przy tym operacje oznaczone przez 2.6.1.4 oraz 2.6.1.5, czyli dotyczące wydajności na zatrudnionego i różnic regionalnych. Operacje poprzednie mają charakter wprowadzający, zaś ostatnia operacja 2.6.1.6 fakultatywny. Aby ułatwić poruszanie się po zastosowanych w części B symbolach wyjaśnia się je w następującej tabeli (w kolejności użycia na liście ww. 24 „produktów”).

Tablica 6: Spis wielkości zaprezentowanych w dekompozycji czynnikowej

Znaczenie	Jednostka	Jednostka	Rodzaj danych	Uwagi
UWP	Udział wynagrodzenia pracy w wartości dodanej brutto	Procenty	Obliczone wynikowe	Bez samozatrudnienia
WP	Wynagrodzenie pracy	Jednostki pieniężne PLN) (np.	Wejściowe z BDL GUS	Bez samozatrudnienia, zagregowana wartość absolutna dla wybranej agregacji
WDB	Wartość dodana brutto	Jednostki pieniężne PLN) (np.	Wejściowe z BDL GUS	
ΔUWP	Zmiana udziału wynagrodzenia pracy	Punkty procentowe	Obliczone wynikowe	Bez samozatrudnienia
RK	Rezydualna rentowność kapitału brutto	Procenty	Obliczone wynikowe	Dochód właścicieli kapitału wraz z samozatrudnieniem i transferami indywidualnymi
WK	Wynagrodzenie kapitału	Procenty	Obliczone	j.w.
ΔRK	Zmiana rezydualnej rentowności kapitału brutto	Punkty procentowe	Obliczone wynikowe	Dotyczy j.w.
δwdb	Realny przyrost wartości dodanej brutto (względny)	Procenty	Obliczone wynikowe	Stosunek Δ WDB do WDB za rok ubiegły
ΔWDB	Realny przyrost wartości dodanej brutto (absolutny)	Jednostki pieniężne PLN) (np.	Obliczone	Różnica pomiędzy wartością realną (w cenach stałych) obecną, a wartością bieżącą za rok ubiegły
δwp	Realny przyrost wynagrodzenia pracy (względny)	Procenty	Obliczone wynikowe	Stosunek Δ WP do WP za rok ubiegły
δwk	Realny przyrost wynagrodzenia kapitału (względny)	Procenty	Obliczone wynikowe	Stosunek Δ WK do WK za rok ubiegły

$\alpha*\delta wp$	Kontrybucja wynagrodzenia pracy w przyroście wartości dodanej brutto	Punkty procentowe	Obliczone wynikowe	Realny przyrost wynagrodzenia pracy (δwp) ważony udziałem pracy w gospodarce α dla danej agregacji
$\beta*\delta wk$	Kontrybucja wynagrodzenia kapitału w przyroście wartości dodanej brutto	Punkty procentowe	Wartość teoretyczna	W praktyce obliczana rezydualnie dana wynikowa jako różnica δwdb i $\alpha*\delta wp$
Z	Liczba zatrudnionych	Jednostka fizyczna	Wejściowe z BDL GUS	Bez samozatrudnienia
$\delta wdb/z$	Realny przyrost wartości dodanej na zatrudnionego (względny)	Procenty	Obliczone wynikowe	Zarówno WDB jak i liczba zatrudnionych Z zmieniają się w czasie
$\delta wp/z$	Realny przyrost wynagrodzenia pracy na zatrudnionego (względny)	Procenty	Obliczone wynikowe	Zarówno WP jak i liczba zatrudnionych Z zmieniają się w czasie
$\delta wk/z$	Realny przyrost wynagrodzenia kapitału na zatrudnionego (względny)	Procenty	Obliczone wynikowe	Zarówno WK jak i liczba zatrudnionych Z zmieniają się w czasie
$\alpha*\delta wp/z$	Kontrybucja wynagrodzenia pracy w przyroście wartości dodanej brutto na zatrudnionego (względny)	Punkty procentowe	Obliczone wynikowe	Zarówno WP, WDB jak i liczba zatrudnionych Z zmieniają się w czasie
$\beta*\delta wk/z$	Kontrybucja wynagrodzenia kapitału w przyroście wartości dodanej brutto na zatrudnionego (względny)	Punkty procentowe	Wartość teoretyczna	W praktyce obliczana rezydualnie dana wynikowa jako różnica $\delta wdb/z$ i $\alpha*\delta wp/z$
O(WDB/Z)	Odchylenie od średniej wartości dodanej brutto na zatrudnionego	Procenty	Obliczone wynikowe	Zarówno WDB jak i liczba zatrudnionych Z zmieniają się w przestrzeni
O(WP/Z)	Odchylenie od średniego wynagrodzenia pracy na zatrudnionego	Procenty	Obliczone wynikowe	Zarówno WP, WDB jak i liczba zatrudnionych Z zmieniają się w przestrzeni
O(WK/Z)	Odchylenie od średniego wynagrodzenia kapitału na zatrudnionego	Procenty	Obliczone wynikowe	Zarówno WK, WDB jak i liczba zatrudnionych Z zmieniają się w przestrzeni
$\alpha*O(WP/Z)$	Kontrybucja wynagrodzenia pracy w odchyleniu od średniej wartości dodanej na zatrudnionego	Procenty	Obliczone wynikowe	Zarówno WP, WDB jak i liczba zatrudnionych Z zmieniają się w przestrzeni; α nie jest obliczana międzyokresowo

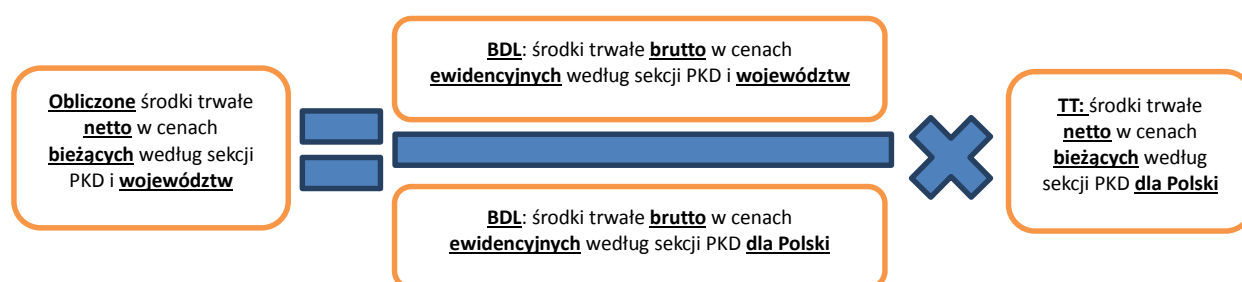
$\beta^*O(WK/Z)$	Kontrybucja wynagrodzenia kapitału w odchyleniu od średniej wartości dodanej brutto na zatrudnionego	Procenty	Wartość teoretyczna	W praktyce obliczana rezydualnie dana wynikowa jako różnica $O(WDB/Z)$ i $\alpha^*O(WP/Z)$;
$\Delta O(WDB/Z)$	Zmiana odchylenia od średniej wartości dodanej brutto na zatrudnionego	Punkty procentowe	Obliczone wynikowe	Zarówno WDB jak i liczba zatrudnionych Z zmieniają się w czasie i przestrzeni
$\Delta O(WP/Z)$	Zmiana odchylenia od średniego wynagrodzenia pracy na zatrudnionego	Punkty procentowe	Obliczone wynikowe	Zarówno WP, WDB jak i liczba zatrudnionych Z zmieniają się w czasie i przestrzeni
$O(WK/Z)$	Zmiana odchylenia od średniego wynagrodzenia kapitału na zatrudnionego	Punkty procentowe	Obliczone wynikowe	Zarówno WK, WDB jak i liczba zatrudnionych Z zmieniają się w czasie i przestrzeni
$\alpha^*O(WP/Z)$	Kontrybucja wynagrodzenia pracy w zmianie odchylenia od średniej wartości dodanej brutto na zatrudnionego	Punkty procentowe	Obliczone wynikowe	Zarówno WP, WDB jak i liczba zatrudnionych Z zmieniają się w czasie i przestrzeni
$\beta^*O(WK/Z)$	Kontrybucja wynagrodzenia kapitału w odchyleniu od średniej wartości dodanej brutto na zatrudnionego	Punkty procentowe	Wartość teoretyczna	W praktyce obliczana rezydualnie dana wynikowa jako różnica $\Delta O(WDB/Z)$ i $\alpha^*\Delta O(WP/Z)$;

Źródło: opracowanie własne.

2.4 Implementacja oraz wyzwania metodyczne

Rachunki powyższe zostały zrealizowane w programie Excel. Tablice zostały zasilone ze ww. źródeł danych, a następnie przeliczone poprzez wpisanie odpowiednich formuł (funkcji) do komórek i ich powielenie. Ostatnie etapy tych operacji zgodnie z ww. formułami matematycznymi doprowadzono do postaci układu tablic uporządkowanych w 24 kolumny odpowiadające ww. 24 algorytmom. Niektóre z tych operacji wymagały specjalnego przygotowania danych.

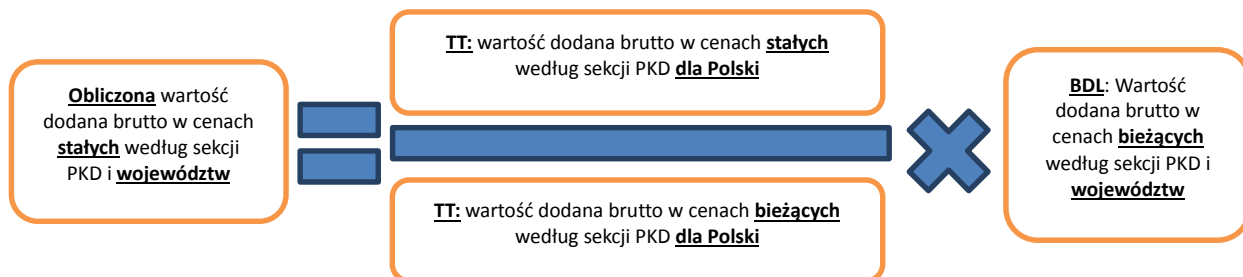
Do obliczenia rezydualnej rentowności kapitału brutto (wraz z samozatrudnieniem) niezbędne są dane dotyczące stanu środków trwałych netto w cenach bieżących.³⁵ Tymczasem, dane Banku Danych Lokalnych GUS (BDL) są podane w cenach ewidencyjnych, czyli w cenach nominalnych z okresu poniesienia wydatków inwestycyjnych na środki trwałe i są to środki trwałe brutto, czyli bez uwzględnienia deprecjacji kapitału (zwykle utożsamianej z amortyzacją). To oznacza, że należałoby przeliczyć wartości nominalne dawnych inwestycji na ich ekwiwalentne wartości w cenach bieżących z danego roku oraz je zamortyzować. Ponieważ dostępne są także w GUS dane dotyczące stanu środków trwałych netto w cenach bieżących według sekcji, ale bez podziału na województwa, z tablic transmisyjnych (TT) do Eurostatu, owe dane z BDL posłużyły jedynie jako struktura służąca do wyszacowania danych w cenach bieżących dla województw według schematu:



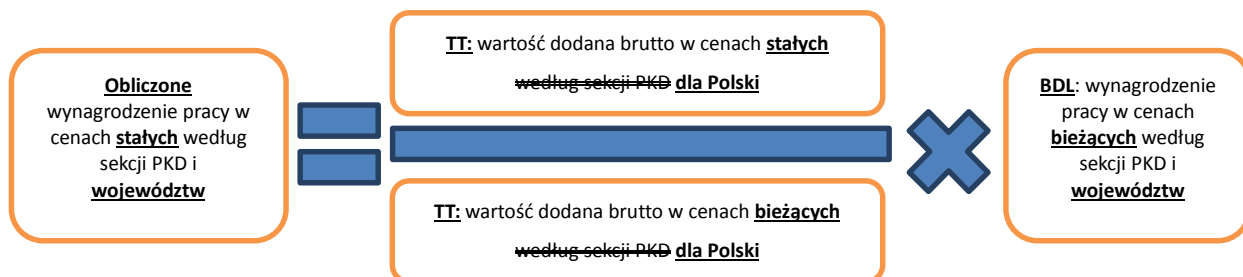
Jak wspomniano wyżej, przy analizie dynamiki zmiennych zmienna inflacja w czasie bardzo zaburza informację o tej dynamice, zatem konieczne jest przeliczenie wartości nominalnych na wartości realne. Wykonano tę operację dla wartości dodanej brutto, wynagrodzenia pracy oraz wynagrodzenia kapitału. W tablicach transmisyjnych (TT) do Eurostatu są podane dane

³⁵ W ww. wzorze $RK = WK/K$ zarówno wynagrodzenie kapitału WK jak i wartość kapitału rzeczowego K (czyli stan środków trwałych) są wymagane w cenach bieżących.

dla tych wartości w podziale na sekcje PKD³⁶ dla całej gospodarki, w cenach bieżących i cenach stałych. Dane te nie są jednak „w rozbiciu” na województwa i dlatego posłużyły tylko jako struktura do wyznaczania wartości dodanej brutto w cenach stałych według schematu:



W tych tablicach transmisyjnych podane są ceny stałe i bieżące dla wartości dodanej brutto. Tak jednak nie jest dla wynagrodzenia pracy, dla której dostępne są tylko dane w cenach bieżących. Przyjmuje się, że w odróżnieniu od wartości dodanej, dla której inflacja jest różna w zależności od sekcji PKD (gdyż poziom produkcji w ujęciu wartościowym dla danej sekcji jest związany z inflacją w danej sekcji), inflacja dla rynku pracy powinna być traktowana jako zważona średnia (gdyż zatrudnieni są odbiorcami szerokiego koszyka towarów z wielu sekcji.³⁷ Zastosowano zatem wzór z poniższego schematu, w którym przekreślenie o tym przypomina:



Jeśli chodzi o realne wynagrodzenie kapitału, to zastosowano przekształconą tożsamość (A) do postaci:

$$WK_{\text{realne}} = WDB_{\text{realna}} - WP_{\text{realne}}$$

³⁶ Właściwie NACE2, także w podziale na działy NACE2. NACE2 jest teoretycznie ścisłym odpowiednikiem PKD2007.

³⁷ Właściwie powinno się liczyć inflację dla rynku pracy w zależności od grup zatrudnionych według ich zamożności, zamieszkania, wieku, i innych takich podziałów rynku pracy. Jednak nie jest to obecnie możliwe do wykonania z uwagi na brak odpowiednich danych.

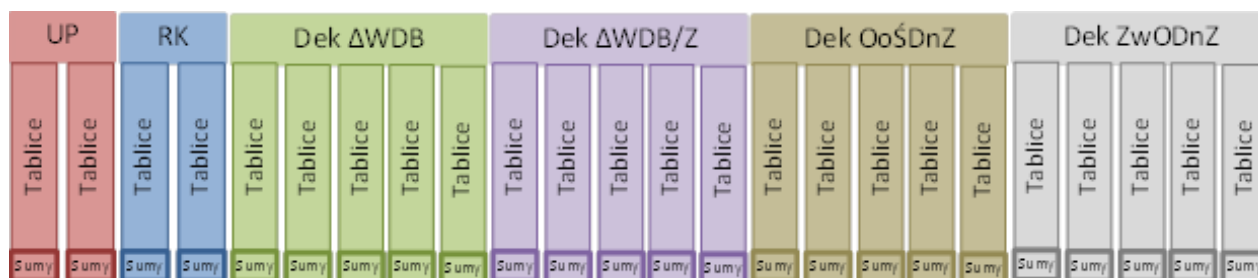
czyli realne wynagrodzenie kapitału obliczono dla każdej sekcji i dla każdego województwa rezydualnie, jako różnicę pomiędzy realną wartością dodaną brutto a realnym wynagrodzeniem pracy. Przyrosty z kolei, policzono jako stosunki różnic pomiędzy wartościami realnymi dla roku bieżącego a wartościami bieżącymi dla roku uprzedniego do wartości bieżących z roku uprzedniego (patrz ww. formuły (H) w podrozdziale 1.4. dotyczące przyrostów realnych).

3 Opis techniczny

3.1 Baza danych i pliki wynikowe dekompozycji czynnikowej WDB na zatrudnionego

Plik wynikowy w formacie Excel jest podzielony na cztery obszerne arkusze. Choć arkusze te są bardzo obszerne, nie podzielono ich na mniejsze arkusze, gdyż dzięki temu praca końcowego użytkownika systemu z danymi będzie łatwiejsza przy wprowadzaniu danych do różnych wykresów (bez częstego zmieniania arkuszy przy sporządzaniu wykresów). Możliwych koncepcyjnych wykresów jest tak wiele, że zaprezentowano dalej w wynikach jedynie najważniejsze rozwiązania, związane głównie z podstawową koncepcją dekompozycji. W związku z tym prezentowana tutaj baza danych wynikowych docelowo ma także służyć jako plik operacyjny dla użytkownika, który chciałby prezentować zgromadzone w tablicach dane według własnych pomysłów. Każdy z czterech arkuszy składa się z tablic zgrupowanych w 24 kolumny. Te kolumny tablic zostały jeszcze pogrupowane w 6 grup kolumn według następującego schematu:

Rysunek 19: Schemat arkusza w załączonym pliku Excel dot. Dekompozycji czynnikowej.



Źródło: opracowanie własne.

Każdy z 4 arkuszy ma taką samą strukturę jak na Rysunku Rysunek . Zastosowane kolory ułatwiają poruszanie się po obszernych arkuszach. Skróty w „główkach” oznaczają kolejno:

- UP – Udział pracy
- RK – Rezydualna rentowność kapitału brutto
- Dek Δ WDB – Dekompozycja przyrostu WDB
- Dek Δ WDB/Z – Dekompozycja przyrostu WDB na zatrudnionego
- Dek OoŚDnZ – Dekompozycja odchyień od średniej wartości dodanej brutto na zatrudnionego
- Dek ZwODnZ – Dekompozycja zmian w odchyleniach wartości dodanej brutto na zatrudnionego

Tytuły te są napisane pełnym tekstem w ww. załączonym pliku Excel. Każda kolumna z serią tablic jest zakończona tablicą, będącą podsumowaniem kolumny tablic.

W pierwszym arkuszu, w „główkach” tablic umieszczone są województwa, a w „boczkach” kolejne lata. Tablice są uszeregowane pionowo, jedna pod drugą, według kolejnych sekcji lub dostępnych statystycznie grup sekcji. W drugim arkuszu w „główkach” tablic umieszczone są sekcje lub dostępne statystycznie grupy sekcji, a w „boczkach” kolejne lata. Tablice są uszeregowane pionowo, jedna pod drugą, według kolejnych województw. Ten arkusz jest w zasadzie redundantny w stosunku do pierwszego, jednak przy operacjach, w których sporządzano by wykresy dla sekcji, jak dla województw w czasie, korzystanie z niego znacznie ułatwi pracę (gdyż nie trzeba się poruszać po odległych miejscach w arkuszu). W trzecim arkuszu w „główce” umieszczone są województwa, a w „boczkach” sekcje lub dostępne statystycznie grupy sekcji. Tablice są uszeregowane pionowo, jedna pod drugą, według kolejnych lat. Korzystanie z tego arkusza umożliwi dokonywanie pogłębionych analiz dla konkretnych pojedynczych lat na wykresach, w których na osi odciętych są województwa zamiast kolejnych lat. W czwartym arkuszu tablice z trzeciego arkusza są transponowane (tj. w „główce” umieszczone są sekcje zamiast województw, a w „boczkach” odwrotnie). Choć arkusz ten jest redundantny w stosunku do trzeciego, pozostawiono go w bazie danych na wypadek, gdyby końcowy użytkownik preferował taki układ danych. Wszystkie dane zgromadzone w kolejnych czterech arkuszach są identyczne, tylko inaczej ułożone. W arkuszach pierwszym i drugim, pod każdą kolumną danych wewnątrz poszczególnych tablic wykonano wykresy czasowe - „miniaturki”, ułatwiające szybką interpretację danych liczbowych z tablic.

Pod tablicami z pierwszego arkusza wykonano znaczną liczbę wykresów, z których większość dotyczy podstawowej idei dekompozycji czynnikowej. Podstawianie danych z różnych tablic powyżej tych wykresów umożliwia wykorzystywanie zgromadzonych w tablicach danych

według własnych pomysłów użytkownika.³⁸ Część z nich zaprezentowano w niniejszym raporcie. Jako uzupełnienie w trzecim arkuszu wykonano kilka przykładowych wykresów, w celu wskazania na dodatkowe możliwości wykorzystania bazy danych.

Ponieważ przy obliczaniu przyrostów korzysta się z danych roku poprzedniego występują w takiej sytuacji puste tablice dla przyrostów za pierwszy rok z przedziału 2001-2012. W niektórych sytuacjach za początkowe lata po prostu nie ma danych, gdyż ich wtedy jeszcze regularnie nie zbierano lub nie zostały one odpowiednio przetworzone. Dla roku 2008 tablice są powtórzone, gdyż niekiedy dane się różnią w zależności od tego czy są w systemie klasyfikacyjnym PKD 2004 lub PKD 2007. Do obliczania zjawisk przed rokiem 2008 włącznie trzeba korzystać z tablicy położonej wyżej, w której wykorzystano niekiedy dane w systemie PKD 2004. Zaś, przy obliczaniu np. przyrostów za 2009 r. trzeba korzystać z danych z tablicy za rok 2008 położonej niżej, czyli już całkowicie w późniejszym systemie klasyfikacyjnym PKD 2007. Na poziomie indywidualnych komórek różnice pomiędzy tablicami za rok 2008 leżącymi wyżej i niżej mogą niekiedy być znaczne.

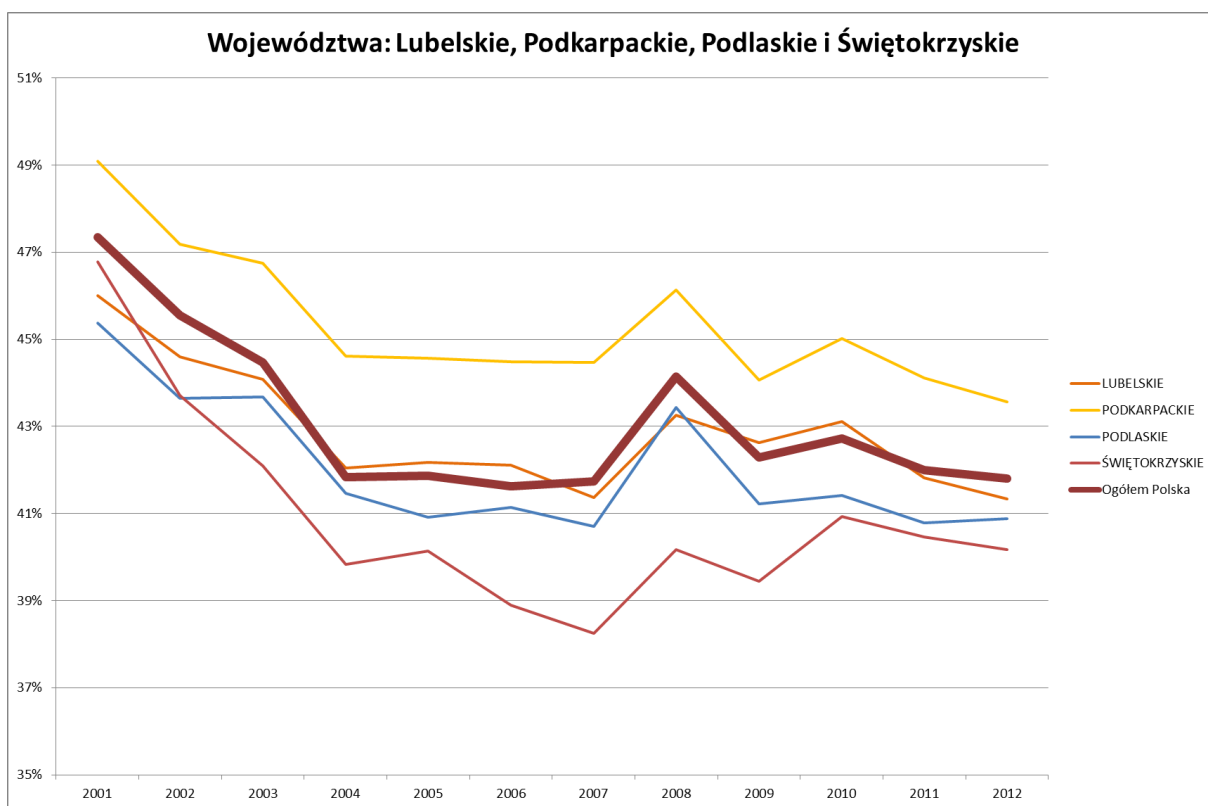
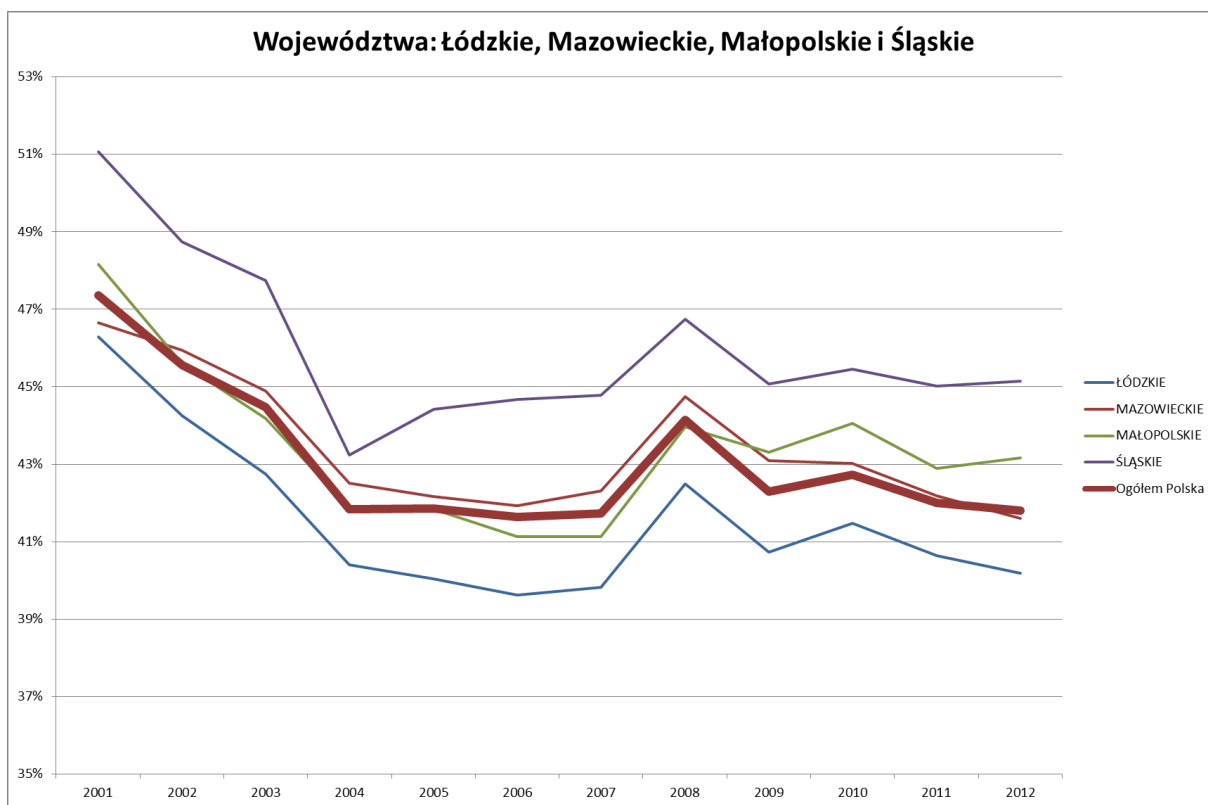
4 Wyniki i interpretacja

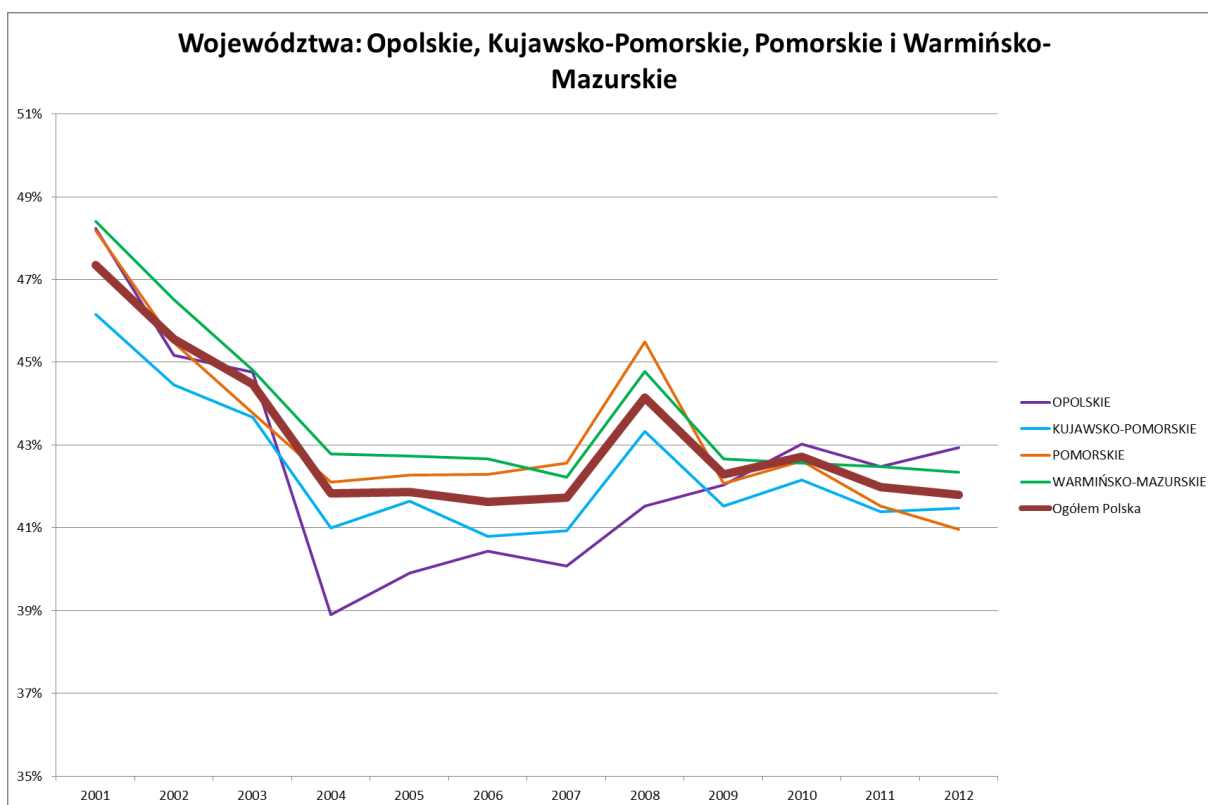
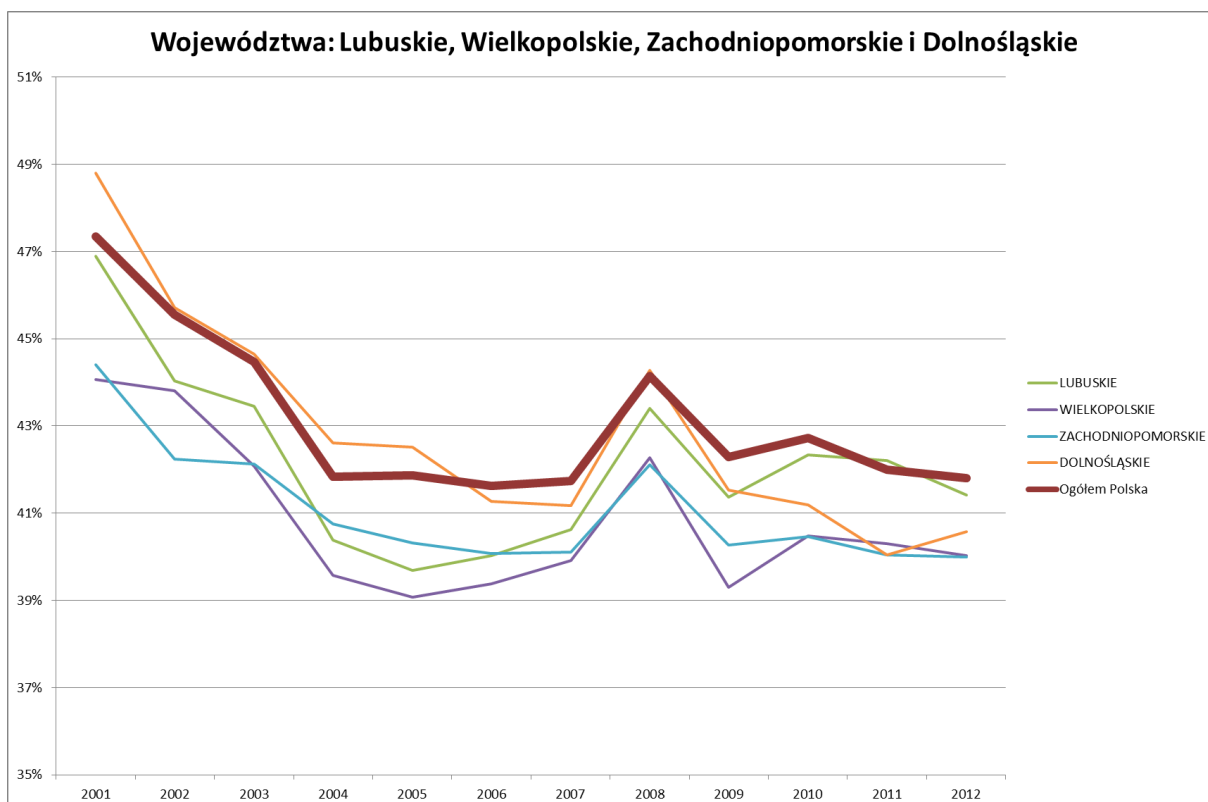
4.1 Podstawowa analiza czynników

Analiza wyników z obserwacji czynników produkcji pozwala na wyciągnięcie następujących wniosków. Dla wszystkich województw zaobserwowano w analizowanym okresie spadek udziału wynagrodzeń zatrudnionych (czyli wynagrodzenia pracy według przyjętej tutaj definicji) w wartości dodanej brutto. Niemal we wszystkich województwach zaobserwowano charakterystyczny „pik” dla udziału wynagrodzenia pracy w 2008 roku. Z pewnymi wyjątkami, tylko w tym roku udział wynagrodzenia pracy rósł w całym analizowanym okresie, lecz ten wzrost udziału pracy został prawie w każdym województwie zniwelowany w następnych latach. Ilustruje to grupa wykresów 18. Dla przejrzystości poszczególne województwa zaprezentowano na czterech odrębnych wykresach.

³⁸ Oczywiście użytkownik bazy danych może wykonywać także własne wykresy, według własnego pomysłu.

Wykresy 18: Udział wynagrodzenia pracy (zatrudnionych) w WDB.



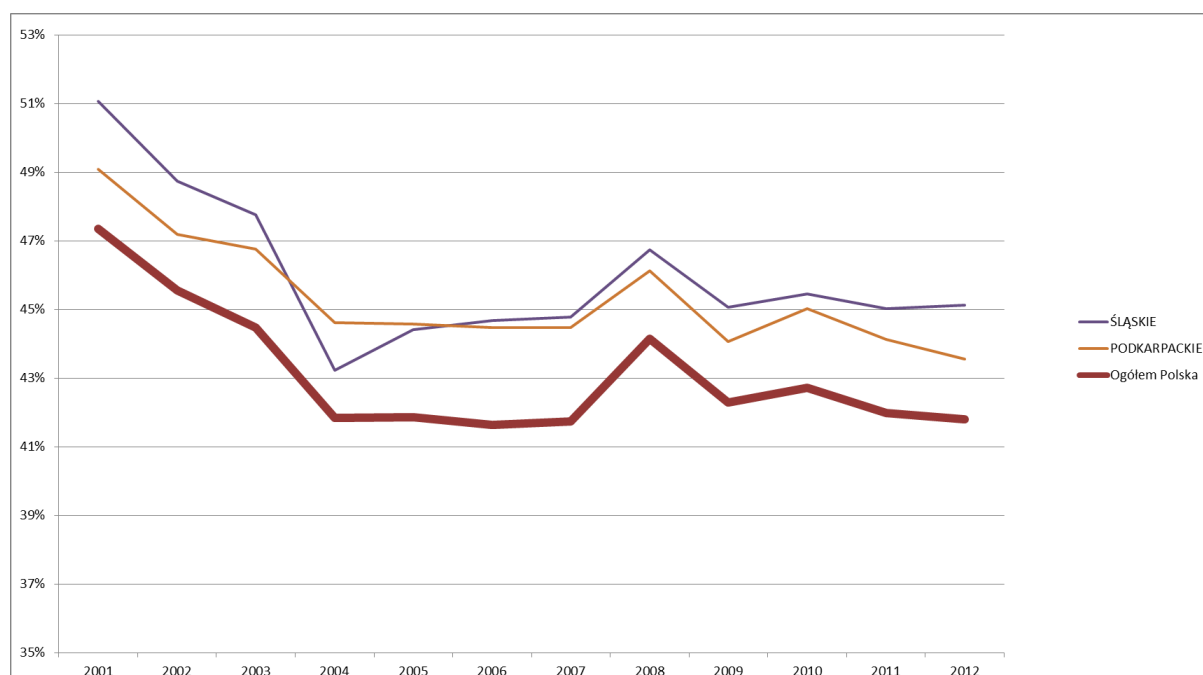


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Na powyższym wykresie można wyróżnić województwa, które mają gospodarki relatywnie pracochłonne. Najbardziej charakterystyczne wśród nich są Województwo Podkarpackie oraz

Województwo Śląskie, które odrębnie wyróżniono na następującym wykresie:

Wykres 19: Udział wynagrodzenia pracy (zatrudnionych) w WDB – województwa o gospodarkach pracochłonnych.

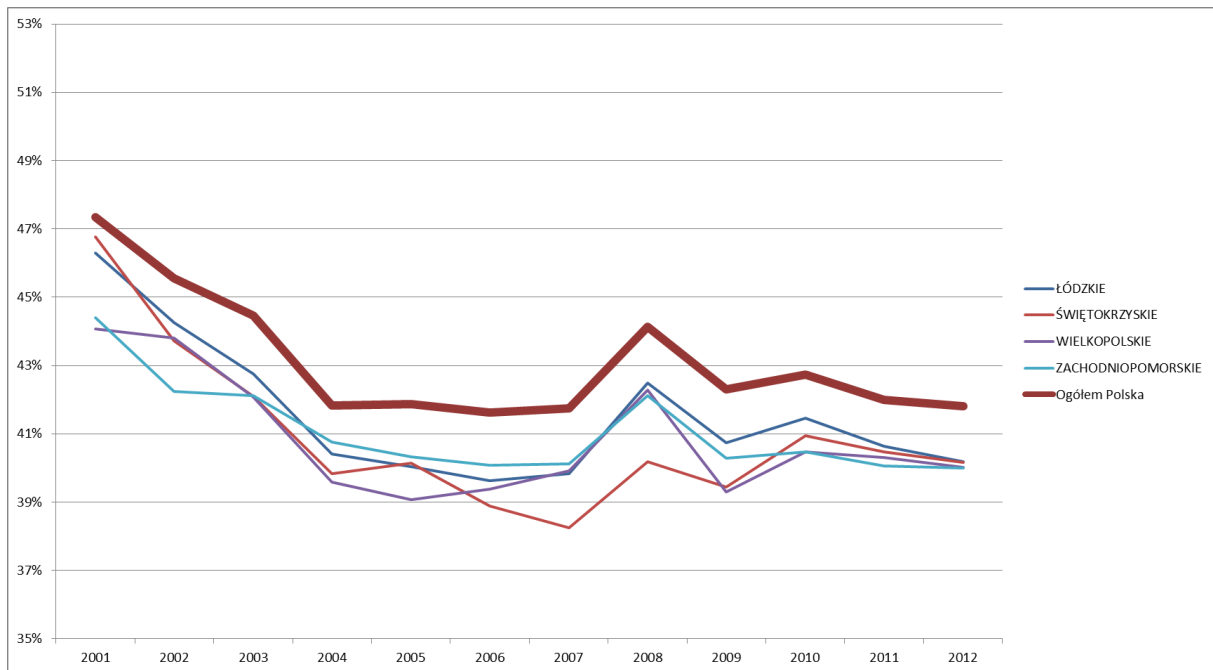


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Pracochłonność jest tutaj rozumiana „kosztowo”, tzn. że gospodarki te cechują się dużym udziałem kosztów pracy (zatrudnionych). Przyczyny tego stanu rzeczy mogą być różne. Dla przykładu w województwie Śląskim chodzi najprawdopodobniej o to, że występuje tutaj pracochłonny przemysł ciężki i pracochłonne górnictwo.

Podobnie, można wskazać na województwa o gospodarce relatywnie kapitałochłonnej, tj. o dużym udziale kosztów kapitałowych (przy czym wynagrodzenie kapitału jest rozumiane jako ww. rezydualnie obliczone wynagrodzenie kapitału wraz z samozatrudnieniem). Do takich województw można zaliczyć Łódzkie, Świętokrzyskie, Wielkopolskie i Zachodniopomorskie. W województwach tych relatywnie mniejsze jest występowanie pracochłonnych działalności gospodarczych. Przyczyny tego stanu rzeczy mogą być różne, na co wskazuje „heterogeniczność” tej grupy województw. Może to być zarówno efektem niedawnych inwestycji modernizujących przemysł, czego skutkiem jest wzrost wynagrodzenia kapitału, jak również wynikać z przewagi gospodarki rolnej, w której pracownicy w bardzo dużym zakresie nie są wliczani do zatrudnionych. Na poniższych wykresie 20 wydzielono te charakterystyczne przykłady.

Wykres 20: Udział wynagrodzenia pracy (zatrudnionych) w WDB – województwa o gospodarkach kapitałochłonnych.

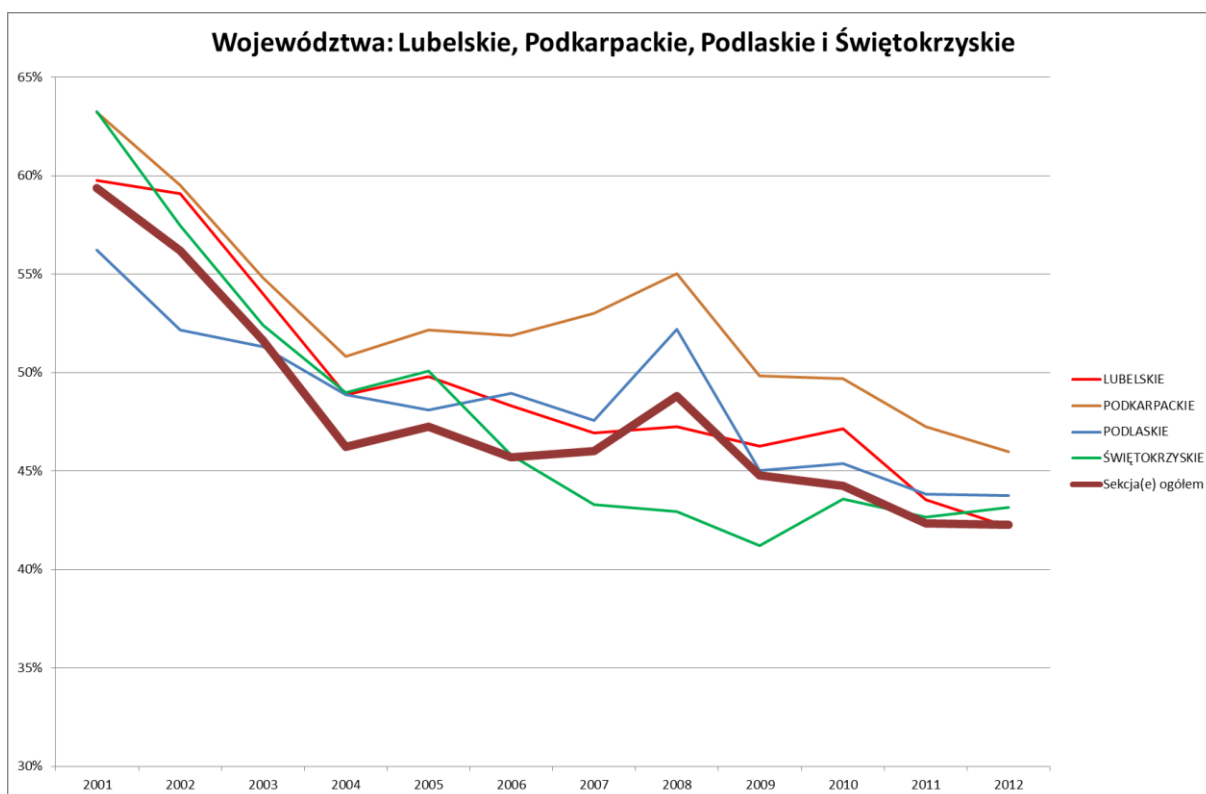
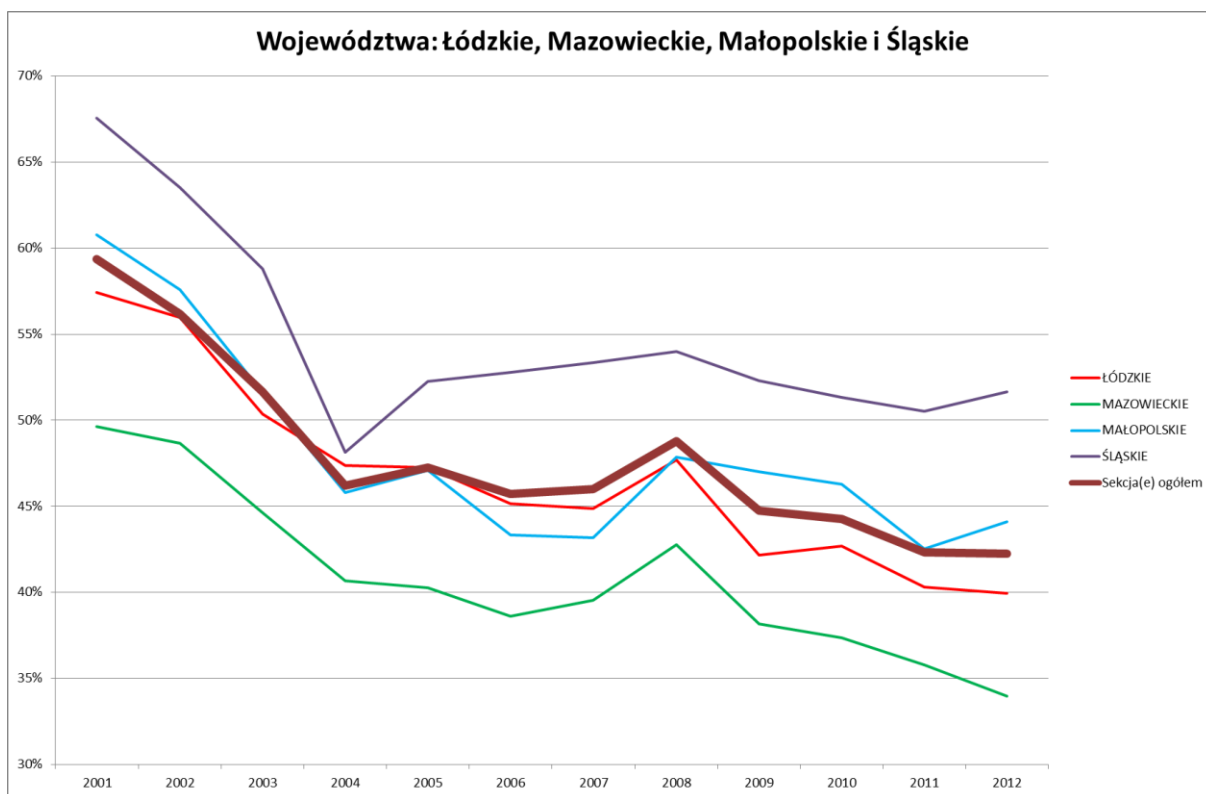


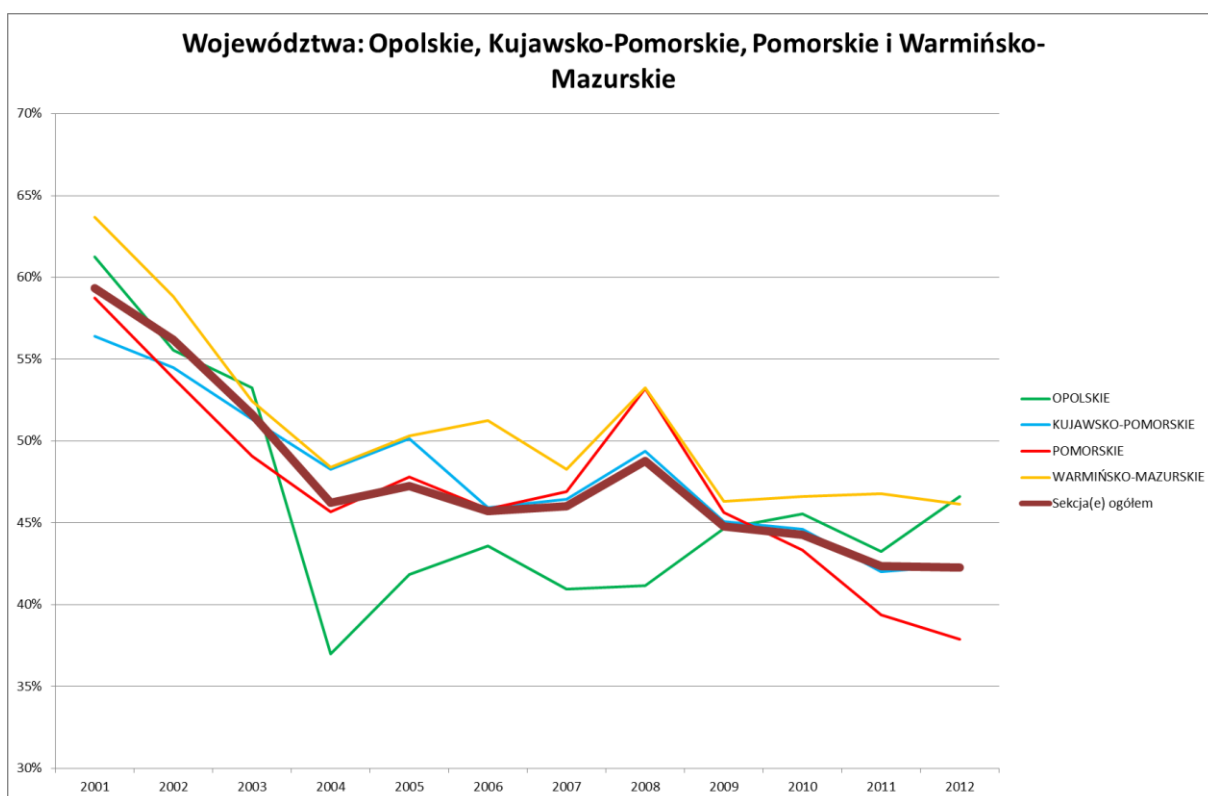
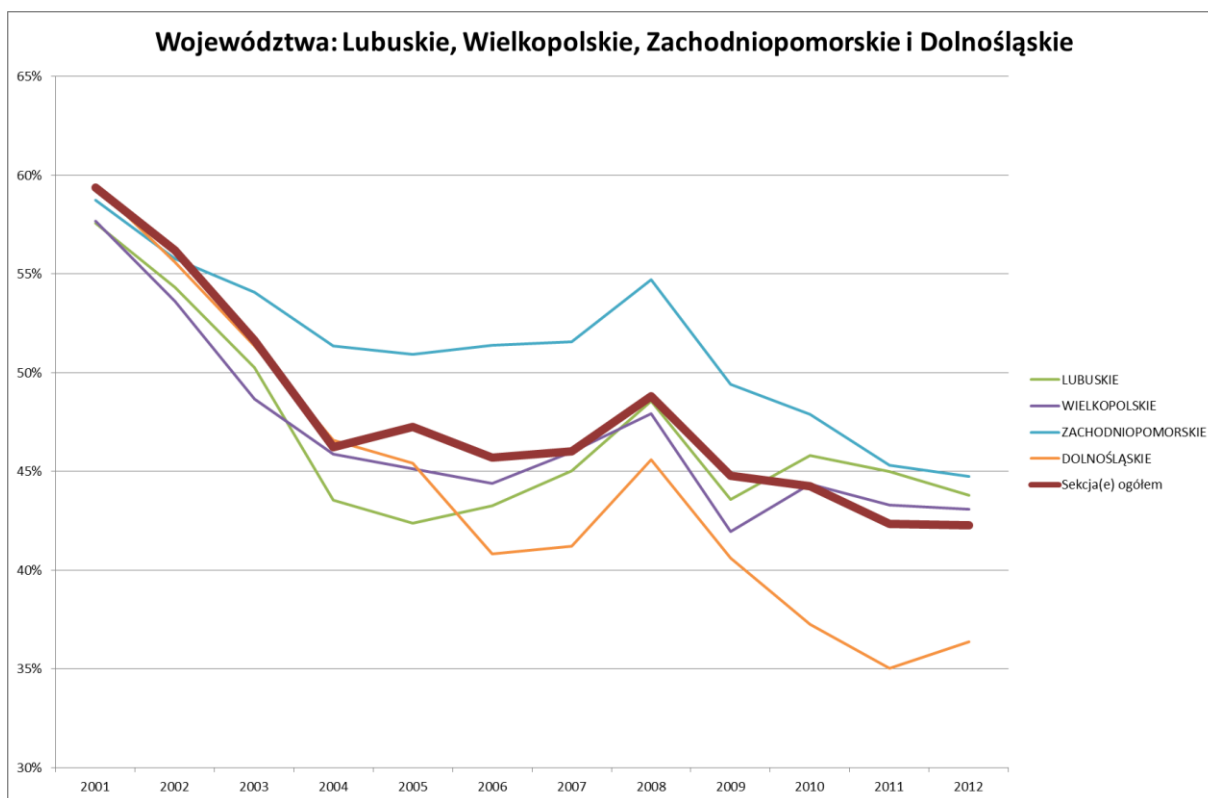
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Podobną analizę można przeprowadzić dla wybranych sekcji PKD, **na przykład dla przemysłu.**

Podobnie jak wyżej w grupie wykresów 21 zastosowano cztery wykresy dla przejrzystości.

Wykres 21: Udział wynagrodzenia pracy (zatrudnionych) w WDB w przemyśle – sekcje B do E.

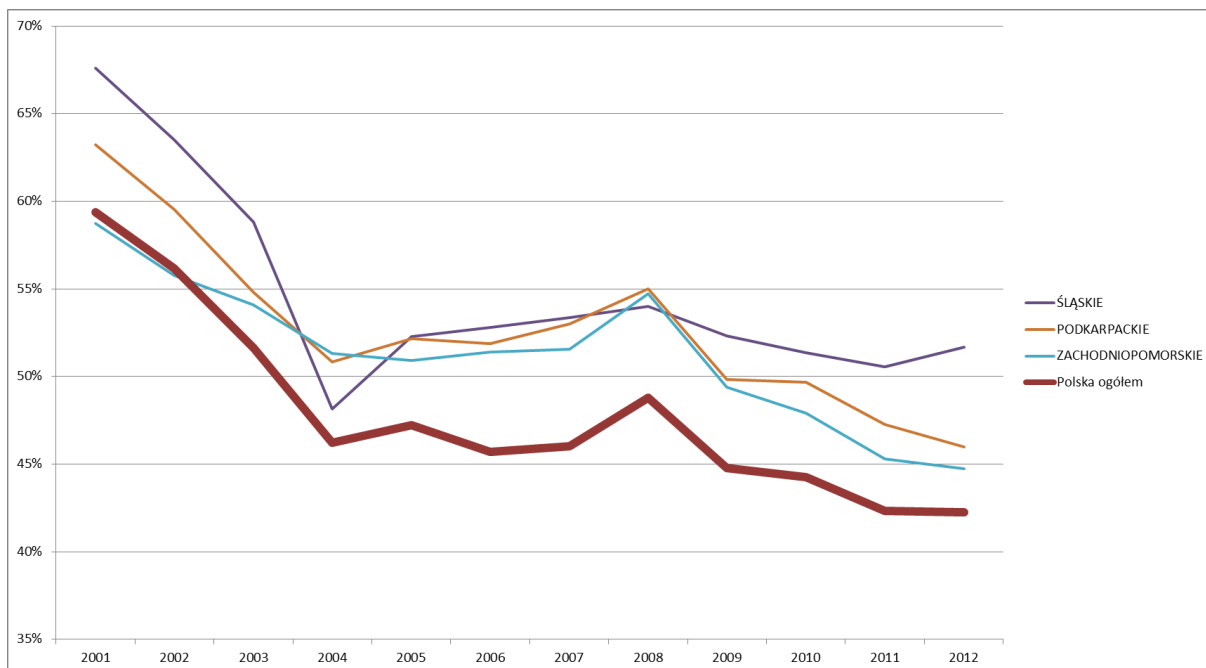




Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Można przy tym wyróżnić wojewódzkie gospodarki o dużym udziale wynagrodzenia pracy w tej dziedzinie działalności gospodarczej:

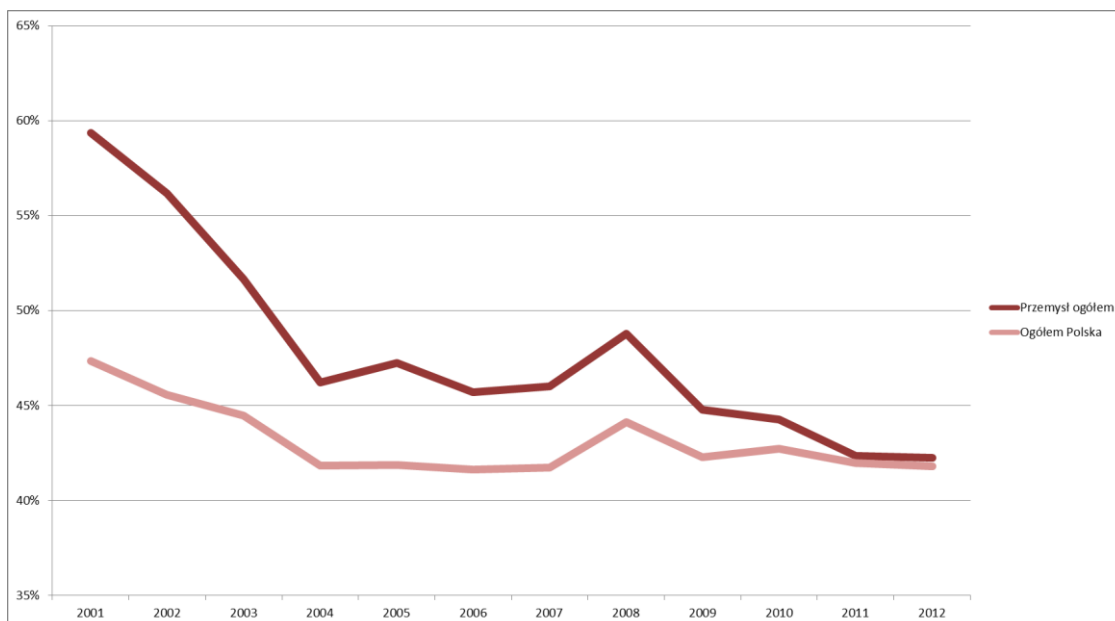
Wykres 22: Województwa o relatywnie dużym udziale wynagrodzenia zatrudnionych w przemyśle.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Co wskazuje na relatywnie większą obecność pracochłonnych rodzajów przemysłu. Można także dokonywać porównań ewolucji różnych działów gospodarki w stosunku do całej gospodarki z punktu widzenia pracochłonności:

Wykres 23: Tempo przemian na rynku pracy – przemysł (sekcje B-E) vs Polska ogółem.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

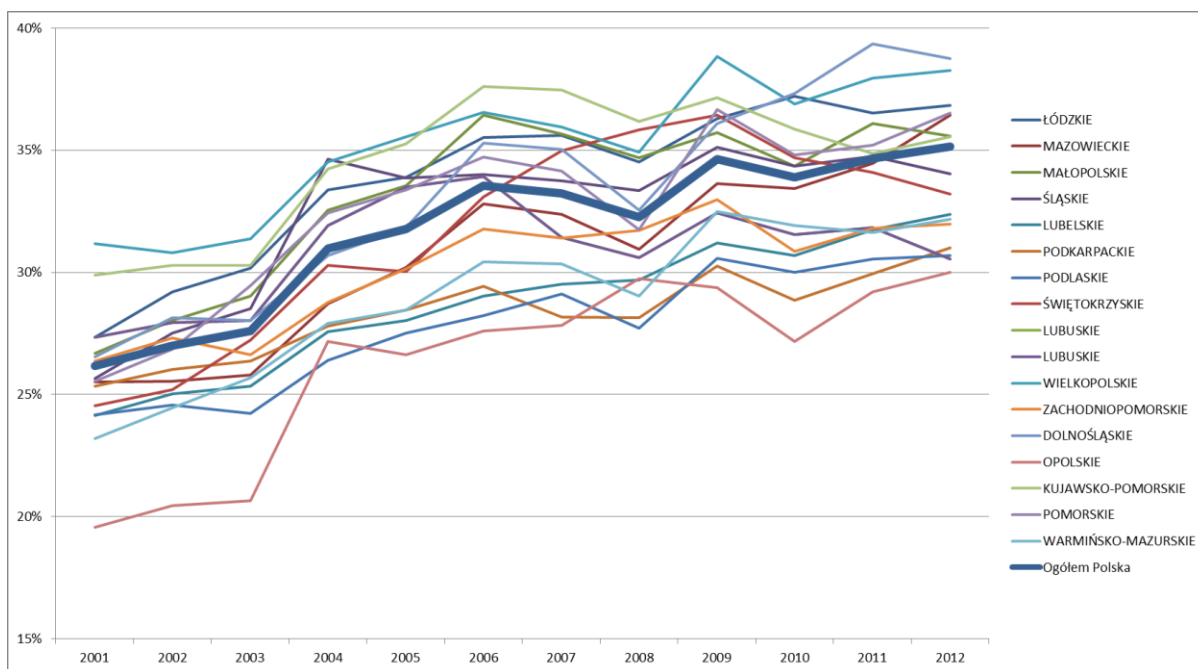
Z powyższego wykresu wynika, że przemysł (jako całość) niegdyś bardzo pracochłonny stał się obecnie działalnością o typowej, średniej pracochłonności, jak dla całej gospodarki narodowej.

Oprócz poziomów wynagrodzenia pracy można także badać ich dynamiki. Zgromadzone dane w tabelach umożliwiają przeprowadzenie bardzo dużej liczby takich analiz na mniejszych agregacjach poprzez podstawienie do wykresów odpowiednich wartości z tablic. To wszystko dla każdej sekcji lub dostępnej statystycznie grupy sekcji i dla każdego województwa.

Wynagrodzenie kapitału zachowuje się podobnie, tylko odwrotnie (punkty procentowe z przeciwnym znakiem). Jednak ewentualny wzrost kapitałochłonności (w aspekcie kosztowym, jako wzrost wynagrodzenia kapitału) może się wiązać z wyższym tempem gromadzenia kapitału rzeczowego, czyli środków trwałych, w stosunku do wzrostu zatrudnienia, dlatego przydatna jest dodatkowa informacja o rezydualnej rentowności kapitału brutto, pojmowanej jako stosunek wynagrodzenia kapitału do stanu środków trwałych.³⁹ Jest to oczywiście analiza wartości przybliżonych, gdyż wynagrodzenie kapitału jest obliczane rezydualnie, jak to zostało opisane wyżej i zawiera w sobie także tzw. samozatrudnienie, które w tej metodologii w świetle dostępnych danych nie można wyróżnić. Czyli porównuje się tutaj **udziały pracy najemnej w gospodarce w stosunku do udziału wynagrodzenia właścicieli środków produkcji**. Wyniki dla gospodarki polskiej jako całości i województw przedstawia następujący rysunek:

³⁹ Ponieważ w bardziej rozbudowanych rachunkach typu KLEMS używa się nie wynagrodzenia kapitału tylko stanu kapitału rzeczowego w dekompozycji, dlatego wzrost rentowności kapitału będzie wówczas zawarty w rezydualnym TFP (*Total Factor Productivity*).

Wykres 24: Rezydualna rentowność kapitału brutto w Polsce (z samozatrudnieniem).

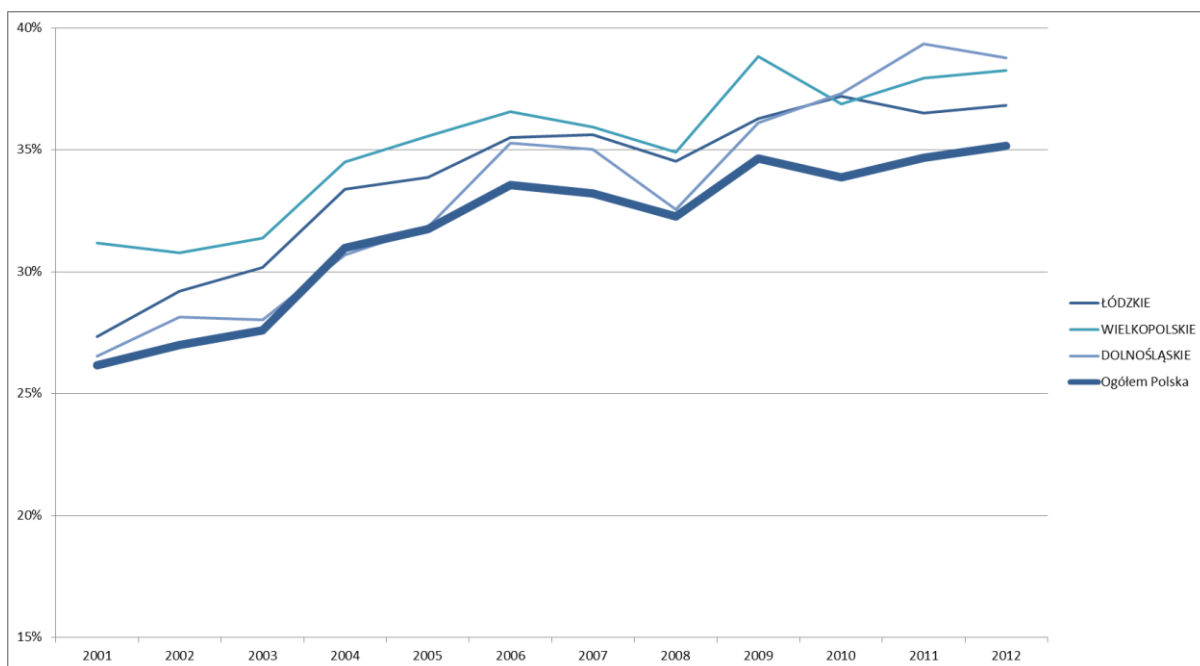


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Powyższy wykres także można rozdzielić na cztery odrębne wykresach (podobnie jak wykresy 19 i 21) gdy wystąpi takie zapotrzebowanie.⁴⁰ Wśród poszczególnych województw można wyróżnić województwa atrakcyjne dla kapitału (właściwie dla właścicieli środków produkcji) z uwagi na jego relatywnie wysoką rentowność (właściwie rezydualną rentowność kapitału brutto obejmującą samozatrudnienie):

⁴⁰ Ilość możliwych kombinacji wykresów jest bardzo duża, dlatego w niniejszej części raportu wskazuje się jedynie na różne możliwości wykorzystania i zaprezentowania danych naliczonych w pliku Excel.

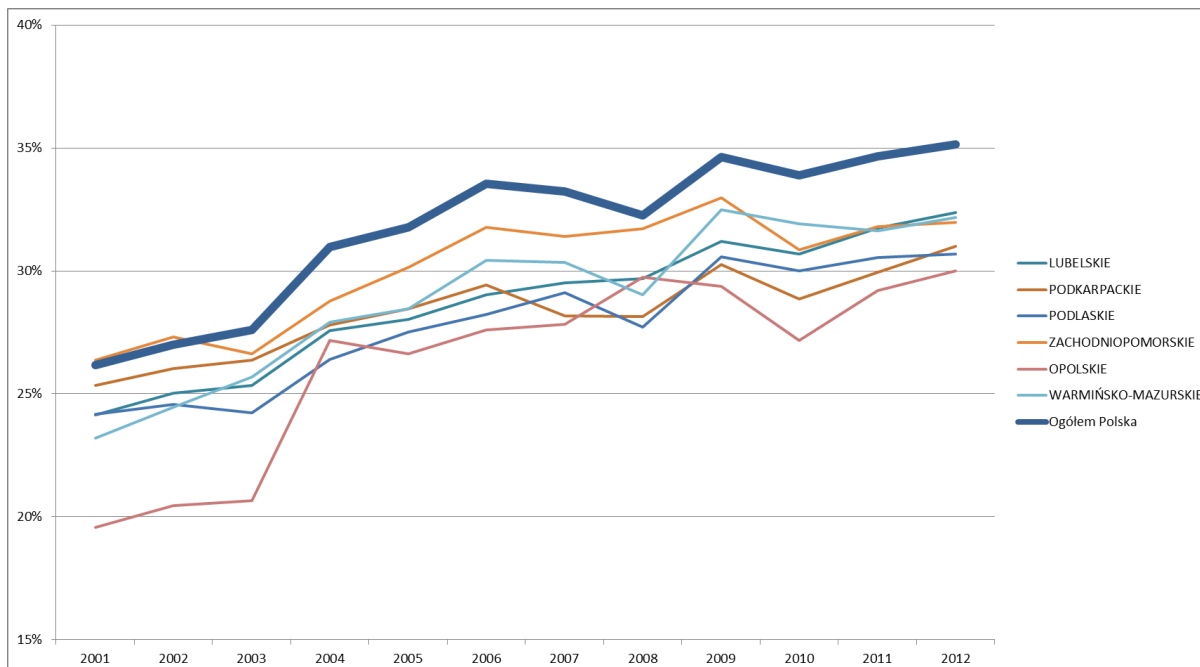
Wykres 25: Województwa atrakcyjne dla kapitału.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

oraz te mniej atrakcyjne:

Wykres 26: Województwa mniej atrakcyjne dla kapitału.

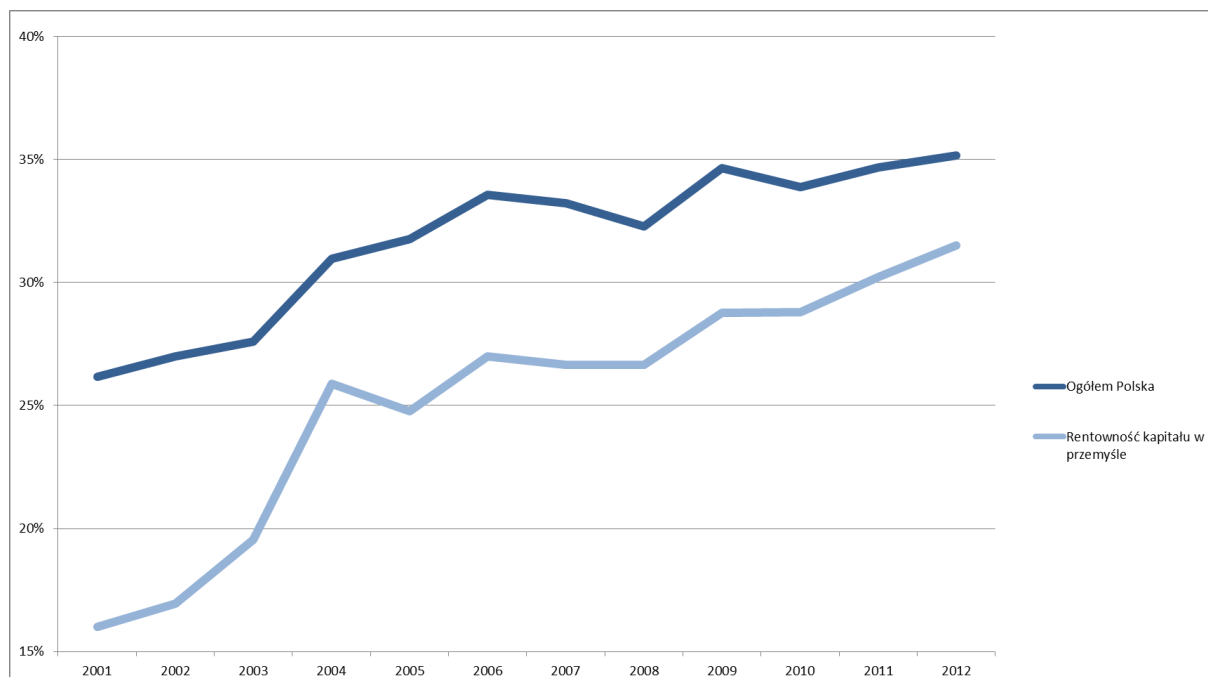


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Ciekawe jest także porównanie rezydualnej rentowności kapitału brutto w przemyśle do

rezydujalnej rentowności kapitału brutto w całej gospodarce:

Wykres 27: Rezydujalna rentowność kapitału brutto (z samozatrudnieniem) w Polsce – Przemysł (sekcje B do E) vs cała gospodarka.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Wykres powyższy sugeruje, że w analizowanym okresie różnica pomiędzy rezydujalną rentownością kapitału brutto w przemyśle, a także rentownością kapitału w całej gospodarce zmniejsza się, jednak nadal inwestorzy mogą poszukiwać innych obszarów gospodarki dla ewentualnej lokaty kapitału. Pomimo tego na uwagę zasługuje fakt, że w analizowanym okresie owa rezydujalna rentowność kapitału brutto w przemyśle (zdefiniowanym jako sekcje B,C,D,E) wzrosła około dwukrotnie.

Także i w tym wypadku poprzez podstawianie danych do wykresów z naliczonych tablic w załączonej bazie danych (pliku Excel) można przeprowadzać takie analizy dla każdego województwa i każdej sekcji lub dostępnej statystycznie grupy sekcji. Podobnie jak dla czynnika praca podobną analizę można także przeprowadzić dla dynamiki zmian w wynagrodzeniu kapitału.

4.2 Dekompozycja przyrostów

Jeszcze bardziej pogłębioną analizę można wykonać dokonując dekompozycji przyrostów wartości dodanej brutto na kontrybucje wynagrodzeń czynników. Dla agregatu całej

gospodarki ilustruje ją następujący rysunek:

Wykres 28: Dekompozycja przyrostu WDB w Polsce.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Dekompozycję tę można wykonać w świetle naliczonych danych w załączonym pliku Excel dla wszystkich województw oraz sekcji lub dostępnych statystycznie grup sekcji. Te działania można także wykonać na jednego zatrudnionego:

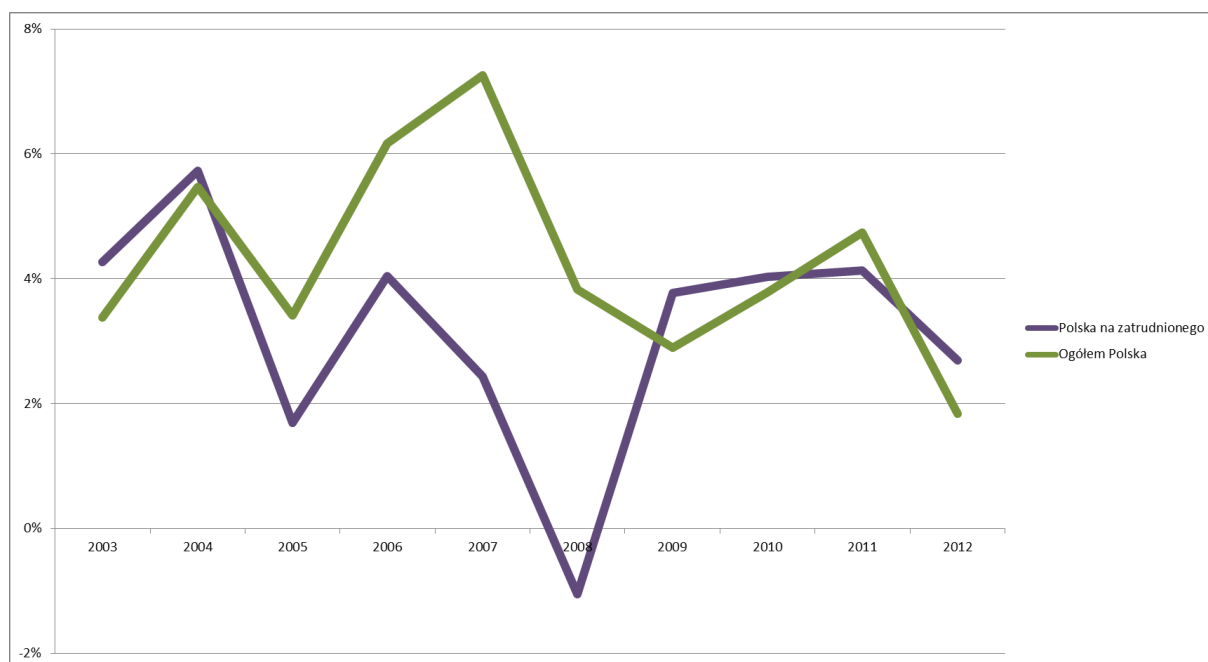
Wykres 29: Dekompozycja przyrostu WDB na zatrudnionego w Polsce.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

I narzuca się od razu pewne porównanie:

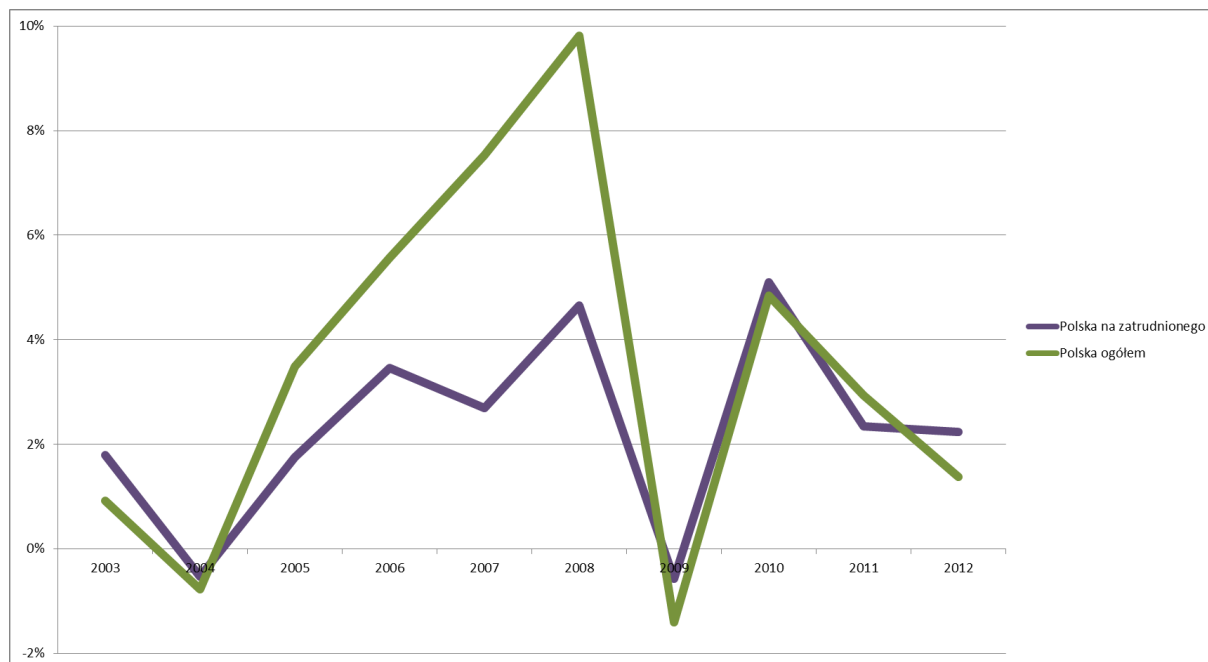
Wykres 30: Przyrost WDB ogółem i na zatrudnionego w Polsce.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Co może wynikać z charakterystyki wynagrodzenia pracy:

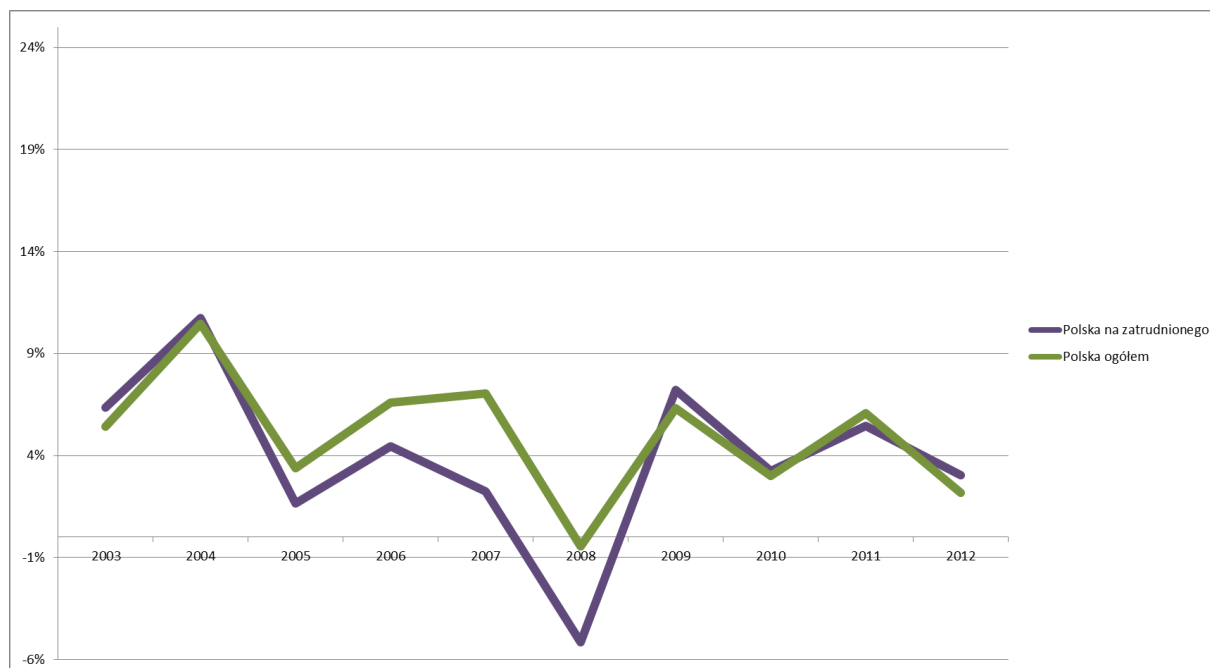
Wykres 31: Przyrost wynagrodzenia zatrudnionych ogółem i na zatrudnionego w Polsce.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

lub z charakterystyki wynagrodzenia kapitału:

Wykres 32: Przyrost (rezydualnego) wynagrodzenia kapitału ogółem i na zatrudnionego w Polsce.



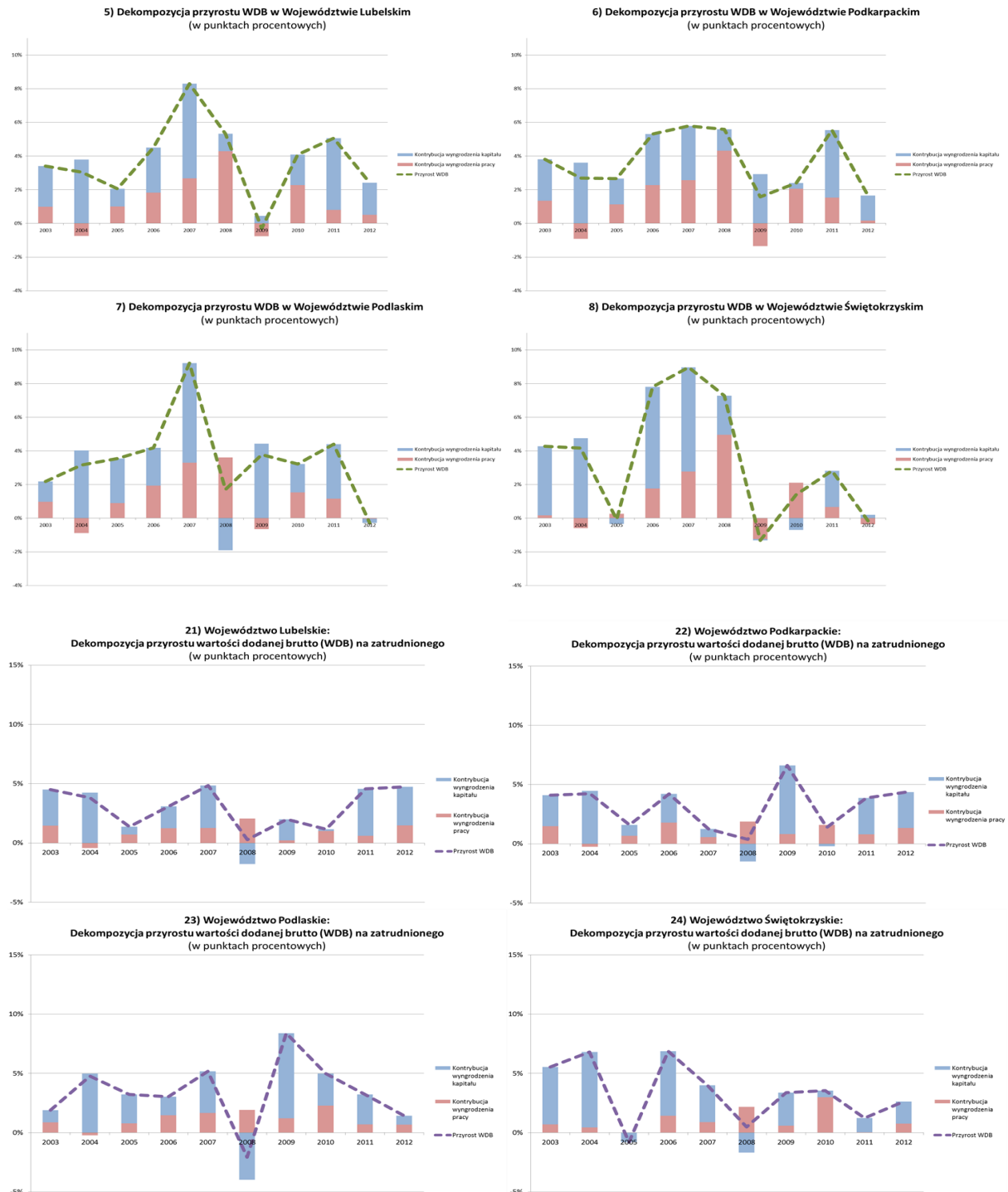
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Dekompozycja na zatrudnionego informuje bardziej o intensywności rozwoju gospodarczego (z punktu widzenia wydajności pracy), podczas gdy dekompozycja agregatu całej gospodarki i agregatów wojewódzkich łączy wzrost intensywny z ekstensywnym w sposób nieodróżnialny. Charakterystyczna rozbieżność na wykresach 30-32 pomiędzy krzywymi w latach 2005-2008, świadczy o tym, że w tym okresie gospodarka rozwijała się w dużym stopniu ekstensywnie (czyli raczej ilościowo a nie jakościowo), z czym związany był jednak istotny spadek bezrobocia. Także dostęp do funduszy unijnych po akcesji w 2004 mógł wpłynąć na ekstensywną ekspansję inwestycji. Te dwa ekstensywne procesy (tj. ekstensywna ekspansja czynnika praca i ekstensywna ekspansja czynnika kapitał) mogły być także stymulowane przez dobrą koniunkturę w gospodarce światowej przed kryzysem finansowym. Po kryzysie dane dla całej gospodarki nie odbiegają już tak istotnie od danych na zatrudnionego.

Bardziej szczegółową analizę tego rodzaju można wykonać jeśli się przeprowadzi dekompozycję wartości dodanej brutto i wartości dodanej brutto na zatrudnionego dla poszczególnych województw (co zostało wykonane we ww. załączonym pliku Excel). Blok wykresów od 1) do 16) z Aneksu A ilustruje dekompozycję wartości dodanej brutto według

województw. Kolejny blok wykresów od 17) do 32) z Aneksu B dekompozycję wartości dodanej brutto na zatrudnionego według województw.

Wykres 33: Przyrost WDB ogółem i na zatrudnionego w wybranych województwach.



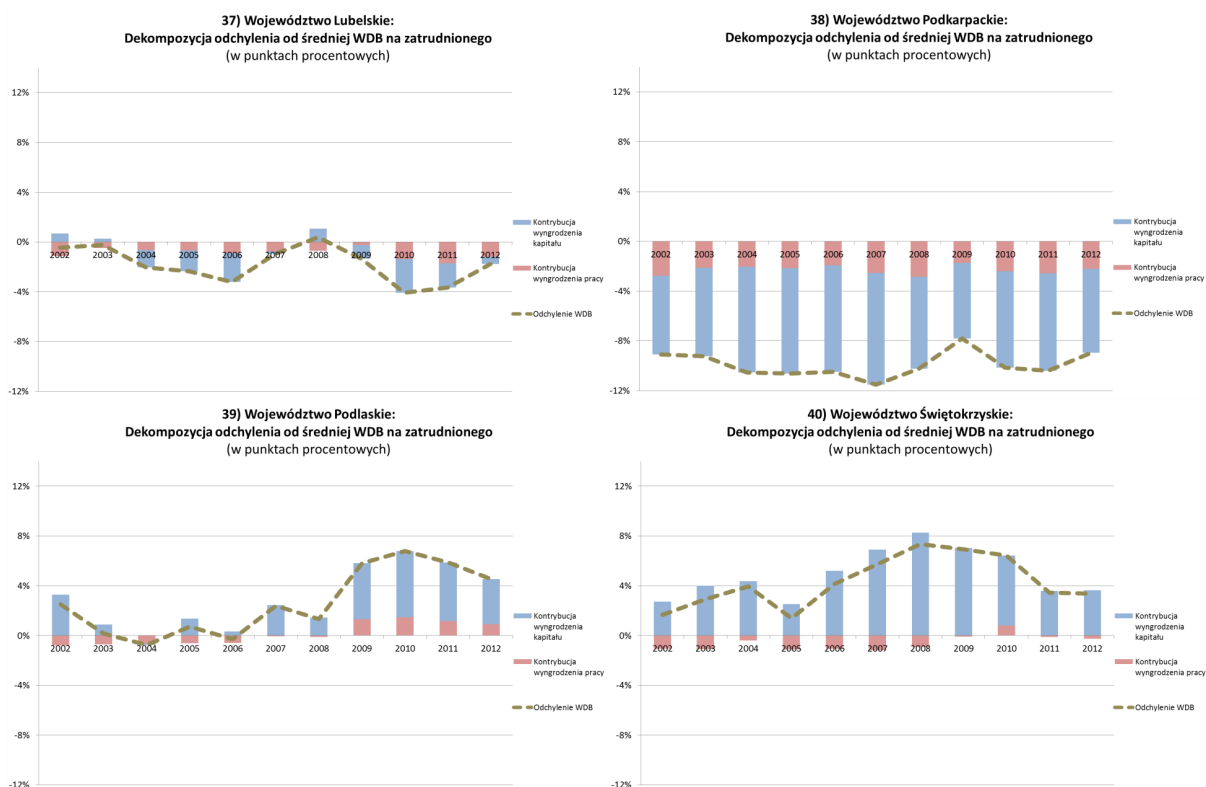
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Dla przykładu na powyższym wykresie wyjęto z aneksów przykłady dla czterech województw

Polski Wschodniej, tj. Lubelskiego, Podkarpackiego, Podlaskiego i Świętokrzyskiego. Wszędzie można zaobserwować podobne zjawisko ekstensywnego wzrostu gospodarki przed kryzysem finansowym (2009), choć w innym nieco zakresie. W 2009 r. charakterystyczny jest pik przyrostu wydajności na jednego zatrudnionego dla województw Podkarpackiego i Podlaskiego, co wynika głównie z przyrostu wynagrodzenia kapitału na zatrudnionego (wraz z samozatrudnieniem). W załączonym pliku Excel analizując te dane dla indywidualnych sekcji w województwach (co można wykonać poprzez podstawienie odpowiednich naliczonych danych z tablic do wykresów) można na przykład stwierdzić z jaką dziedziną działalności jest to związane. Zawarte w aneksach A, B i C wykresy można bowiem wykonać „w trzecim wymiarze”, tj. według wybranych sekcji lub grup sekcji PKD.

Obserwacje te można uzupełnić jeszcze dekompozycją odchylen od średniej wartości dodanej brutto na zatrudnionego według województw, co umożliwi zaobserwowanie, czy różnice pomiędzy województwami się pogłębiają, czy raczej występuje konwergencja, i jaka jest kontrybucja czynników produkcji w tych procesach. Pokazano to na wykresach od 33) do 48) w Aneksie C.

Wykres 34: Odchylenia WDB na zatrudnionego w wybranych województwach.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

W województwie Lubelskim WDB na zatrudnionego jest poniżej średniej krajowej ale nieznacznie. Zatem produktywność tego województwa jest nieznacznie mniejsza w odniesieniu do legalnie zatrudnionych. Z kolei tak rozumiane produktywność jest bardzo niska dla województwa Podkarpackiego. Szczególnie niskie są tutaj dochody właścicieli kapitału, na co wskazuje duża ujemna kontrybucja kapitału (wraz z samozatrudnieniem). Powyżej średniej na zatrudnionego kształtuje się WDB w województwach Podlaskim i Świętokrzyskim, jednak są to raczej dochody właścicieli kapitału, a w przypadku tego ostatniego kontrybucja płac jest często ujemna. Ewentualnie mniejsza produktywność tych województw *per capita*⁴¹ może wynikać z większego bezrobocia. Zatrudnieni w niewielkim stopniu (mniejszym niż kapitał wraz z samozatrudnieniem) przyczyniają się do tych różnic. Analizując te dane dla każdego województwa można stwierdzić, w których województwach dochodzi do wzrostu produktywności, a w których do jej spadku oraz jaka jest kontrybucja pracy (dochody zatrudnionych), a jaka kapitału (dochody właścicieli kapitału) w tym procesie. Podobnie jak wcześniej o tym napisano dla innych wartości można tę ostatnią analizę wykonać także analizując przyrosty tych odchyleń, co umożliwiają zrealizowane naliczenia w tablicach z ostatniego „szarego bloku” tablic w każdym arkuszu załączonego pliku Excel. Blok ten jest jednak fakultatywny.

Poprzez podstawianie danych do wykresów wszystkie te analizy można wykonać nie tylko dla wszystkich województw, ale także dla indywidualnych sekcji lub dostępnych statystycznie grup sekcji oraz jednocześnie dla sekcji i województw, czyli jak wyżej wspomniano w „trzecim wymiarze”. Liczba możliwych kombinacji jest bardzo duża. Zatem użytkownik bazy danych naliczonych w załączonym pliku Excel może wybrać sposób jej wykorzystania.

4.3 Pozostałe wyniki i obserwacje

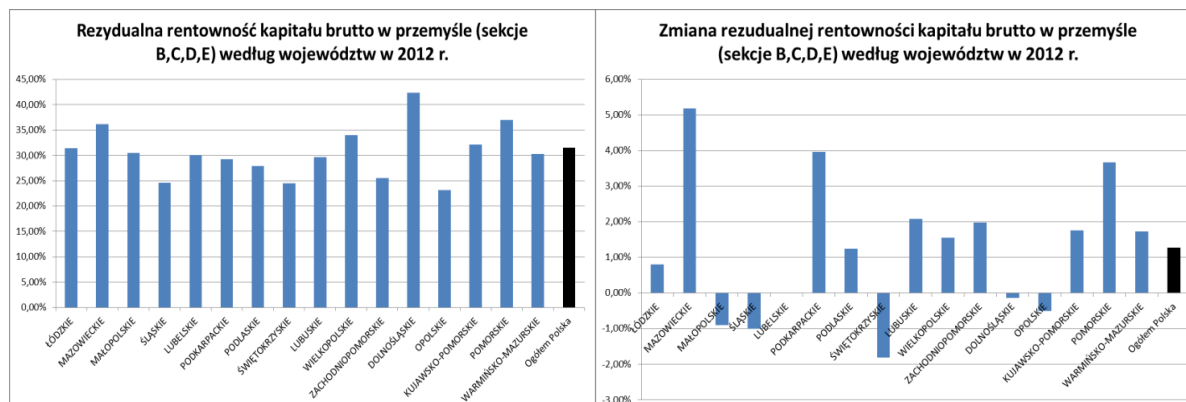
Zestawienie danych według sekcji i wybranych grup sekcji PKD 2007 a nie województw w tzw. „główce” jak w arkuszu drugim ułatwia ewentualną analizę tego samego rodzaju przeprowadzaną w podziale na sekcje PKD 2007 a nie województwa, co może być przydatne w dalszych jeszcze bardziej pogłębionych analizach porównawczych dla różnych dziedzin

⁴¹ W tym miejscu rozumiemy to określenie jako na mieszkańca, a nie na pracującego lub zatrudnionego.

działalności PKD.

Trzeci rodzaj zestawienia danych (ww. [arkusz trzeci](#)) ułatwia przeprowadzenie porównań dla różnych sekcji i województw dla konkretnego punktu w czasie, a także zaobserwowanie zmienności dekompozycji w przestrzeni, a nie w czasie. Dla przykładu zaprezentowano te możliwości na następujących czterech wykresach:

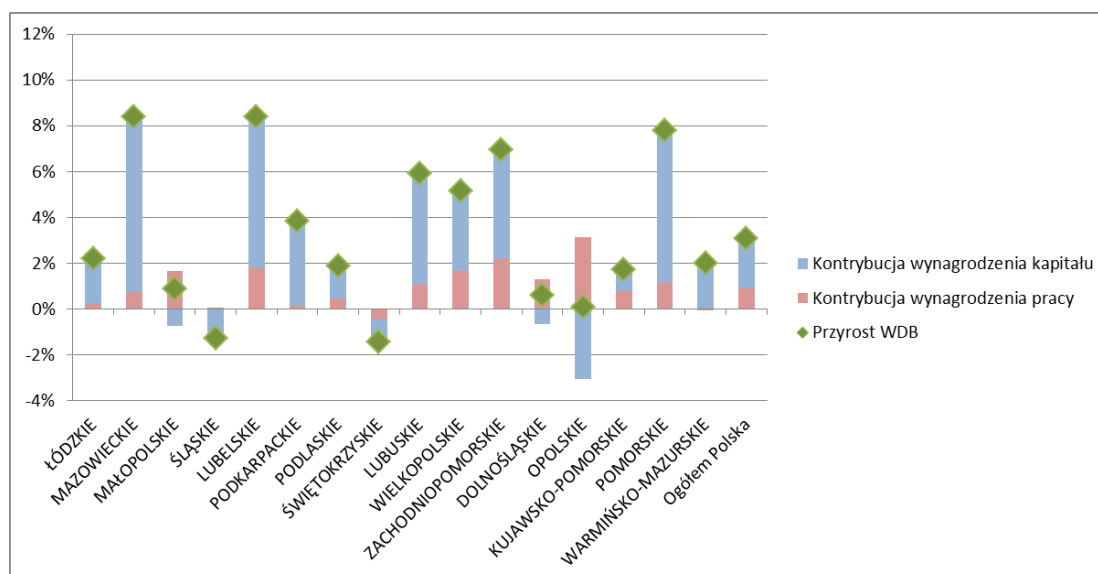
Wykres 35: Analiza dochodu właścicieli kapitału w 2012 r.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Wykres po lewej stronie pozwala stwierdzić, które województwa są najatrakcyjniejsze dla kapitału w przemyśle. Zaś wykres prawy informuje o zmianach jakie zaszły w tym zakresie w 2012 r. Dodatni czarny słupek informuje, że generalnie tak pojęta rentowność kapitału rosła w 2012 r.

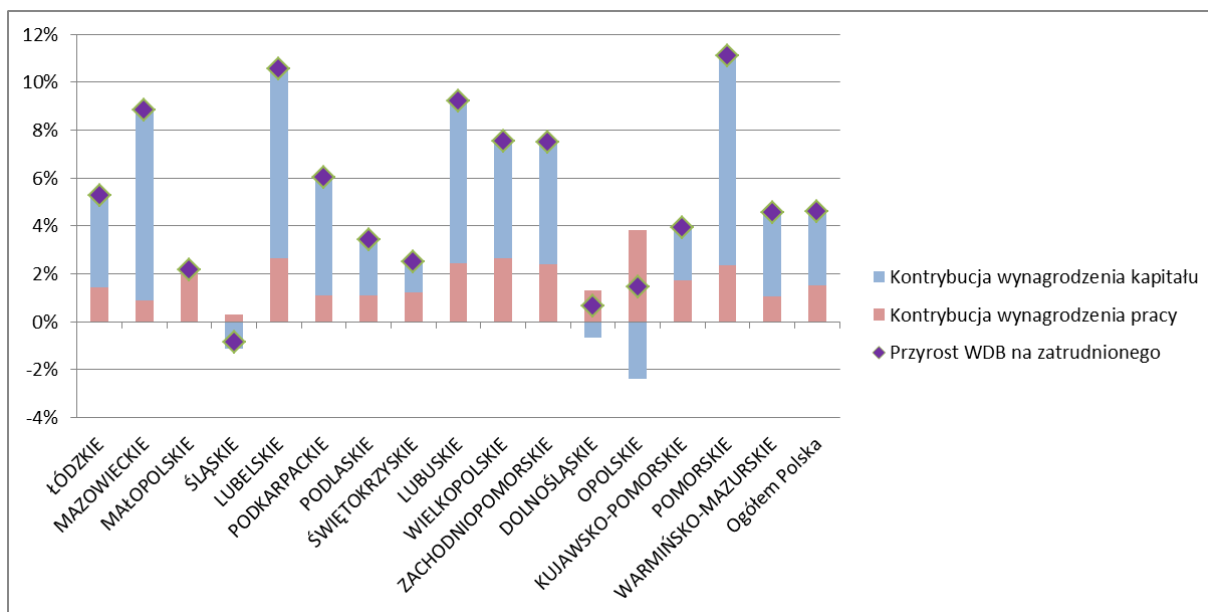
Wykres 36: Dekompozycja przyrostu WDB w przemyśle (sekcje B-E) według województw w 2012 r.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Z wykresu widać w jakich województwach rozwija się przemysł, a w jakich nie. Można także zaobserwować jaka była kontrybucja czynników „pracy” i „kapitału” w tym rozwoju. Podobną analizę można zrealizować na zatrudnionego, jak na poniższym wykresie, co dodatkowo poprzez porównanie z powyższym wykresem umożliwia określenie względnej jakości tego rozwoju.

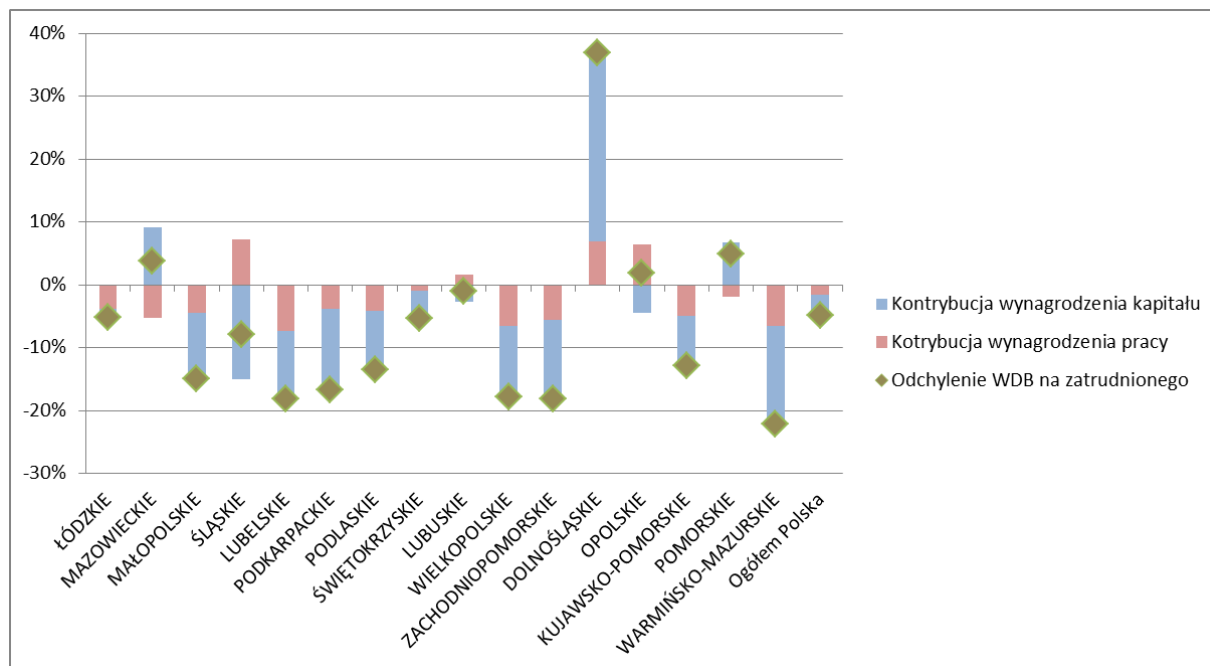
Wykres 37: Dekompozycja przyrostu WDB w przemyśle (sekcje B-E) według województw na zatrudnionego w 2012 r.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Z kolei dla przykładu kolejny wykres umożliwia określenie produktywności przemysłu według województw w relacji do średniej ogólnokrajowej, a także kontrybucję, czyli wkład ww. czynników do tej różnicy.

Wykres 38: Dekompozycja odchylenia WDB na zatrudnionego w przemyśle (sekcje B-E) od średniej ogólnokrajowej w 2012 r.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Z powyższego wykresu widać, że tylko dla województw Mazowieckiego, Dolnośląskiego, Opolskiego i Pomorskiego przemysł (sekcje B-E) był bardziej wydajny na zatrudnionego niż cała gospodarka. Kontrybucja wynagrodzenia pracy informuje w jakim stopniu realizuje się to w postaci płac.

Poprzez podstawienie naliczonych danych do powyższych wykresów, możliwa jest obserwacja przestrzennego rozwoju danej działalności gospodarczej (danej sekcji lub dostępnej statystycznie grupy sekcji) w kraju, wraz z kontrybucją dwóch czynników pierwotnych (według ich definicji z niniejszego raportu podyktowanej określoną dostępnością danych). Są to oczywiście tylko pewne wskazówki dla obszernych analiz, które są możliwe do wykonania w oparciu o dane zawarte w załączonym pliku Excel. Jak wspomniano wcześniej dostępne jest także zestawienie tablic transponowanych (sekcje na województwa zamiast województw na sekcje – arkusz czwarty), które przy okazji wykonano podczas prac nad projektem i które alternatywnie mogą być do tego celu wykorzystywane.

4.4 Kierunki dalszych działań

Oprócz wykonanych dekompozycji wartości dodanej brutto na wynagrodzenia czynników produkcji wchodzących w jej skład (tożsamość A), dekompozycji przyrostów wartości dodanej brutto na kontrybucje czynników produkcji (równanie B), dekompozycji tych przyrostów na zatrudnionego (równanie D) i dekompozycji odchyleń od średniej krajowej na zatrudnionego (równanie F) można wykonać w oparciu o zgromadzone dane także dekompozycję typu KLEMS lub dekompozycję Solowa w celu wyznaczenia TFP (*Total factor productivity*) zarówno jako MFP (*Multifactor productivity*) występującej w rachunkach typu KLEMS jak i tradycyjnej „reszty Solowa”.⁴² Te działania pozwoliłyby skompletować zrealizowany rachunek dekompozycji i wysnuć jeszcze dodatkowe wnioski. Powstałby wówczas zamknięty system hierarchicznie powiązanych rachunków jako pewien standard dla pozyskiwania wiedzy o gospodarce na poziomie zagregowanym, dla sub-agregatów przestrzennych (województw) i sub-agregatów rodzajów działalności gospodarczej (sekcji PKD) oraz jednocześnie w obu tych przekrojach, i to wszystko w wersji także na jednego zatrudnionego. Dostępne dane statystyczne nabrałyby większej przydatności praktycznej dla pożytecznych analiz ułatwiających zrozumienie procesów rozwojowych w gospodarce narodowej.

5 Aneks

Aneks podzielony jest na trzy części. W części A zaprezentowano wykresy dekompozycji WDB. Część B zawiera wykresy dekompozycji przyrostu WDB na zatrudnionego, natomiast część C wykresy dekompozycji odchyleń od wartości średniej WDB na zatrudnionego.

⁴² Reszta Solowa jest zwykle większa od MFP.

Aneks A – Dekompozycja czynnikowa przyrostu WDB

1) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Łódzkim
(w punktach procentowych)



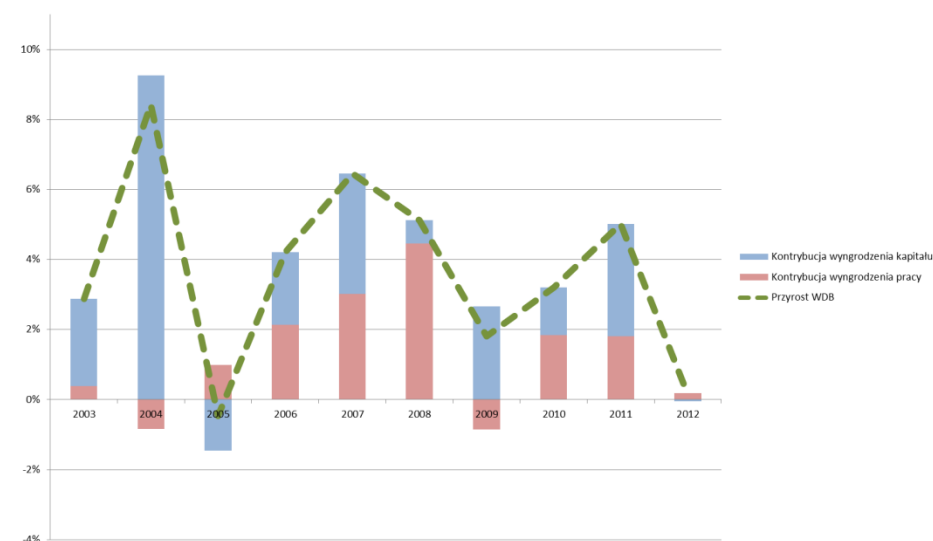
2) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Mazowieckim
(w punktach procentowych)



3) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Małopolskim
(w punktach procentowych)



4) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Śląskim
(w punktach procentowych)



Aneks A – Dekompozycja czynnikowa przyrostu WDB

5) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Lubelskim
(w punktach procentowych)



6) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Podkarpackim
(w punktach procentowych)



7) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Podlaskim
(w punktach procentowych)



8) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Świętokrzyskim
(w punktach procentowych)



Aneks A – Dekompozycja czynnikowa przyrostu WDB

9) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Lubuskim
(w punktach procentowych)



10) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Wielkopolskim
(w punktach procentowych)



11) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Zachodniopomorskim
(w punktach procentowych)

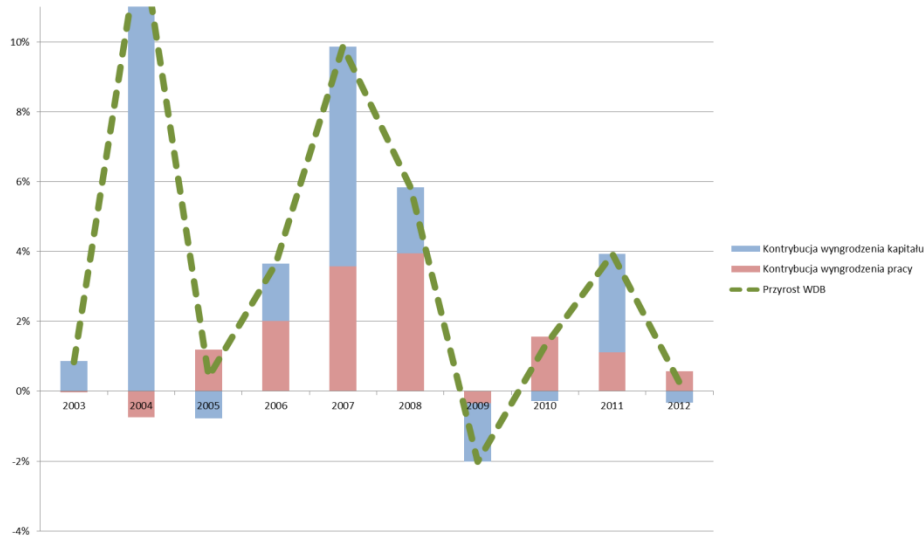


12) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Dolnośląskim
(w punktach procentowych)



Aneks A – Dekompozycja czynnikowa przyrostu WDB

13) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Opolskim
(w punktach procentowych)



14) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Kujawsko-Pomorskim
(w punktach procentowych)



15) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Pomorskim
(w punktach procentowych)

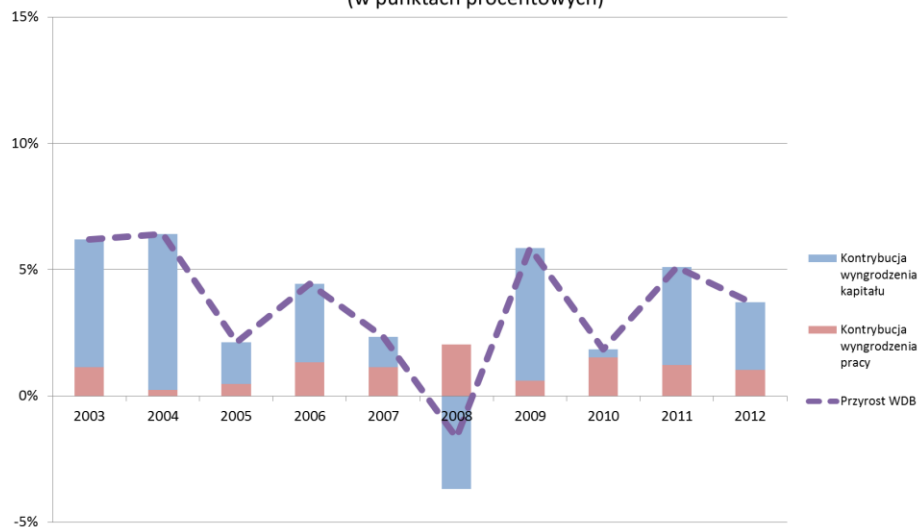


16) Dekompozycja przyrostu WDB w Województwie Warmińsko-Mazurskim
(w punktach procentowych)

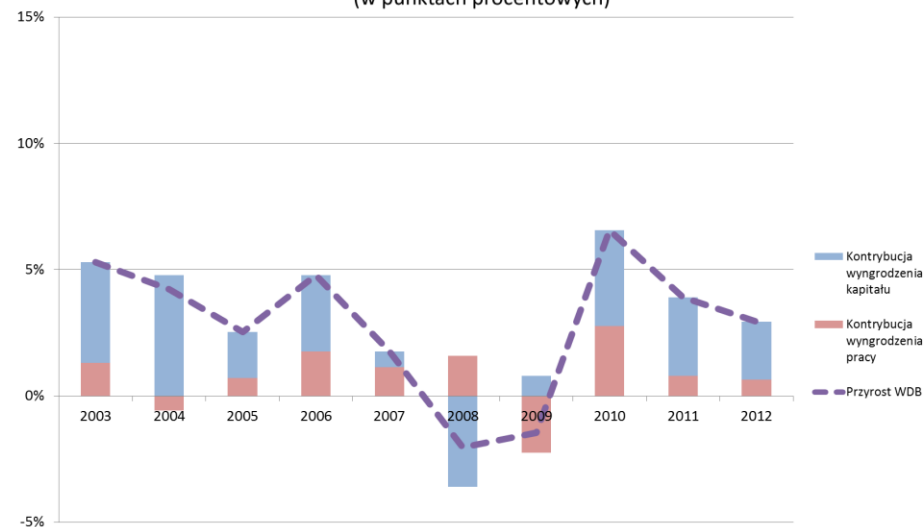


Aneks B – Dekompozycja czynnikowa przyrostu WDB na zatrudnionego

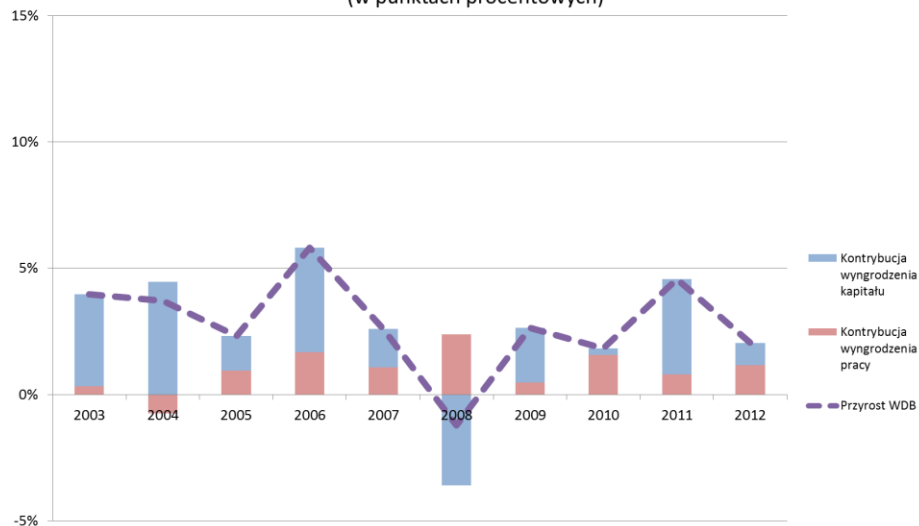
17) Województwo Łódzkie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



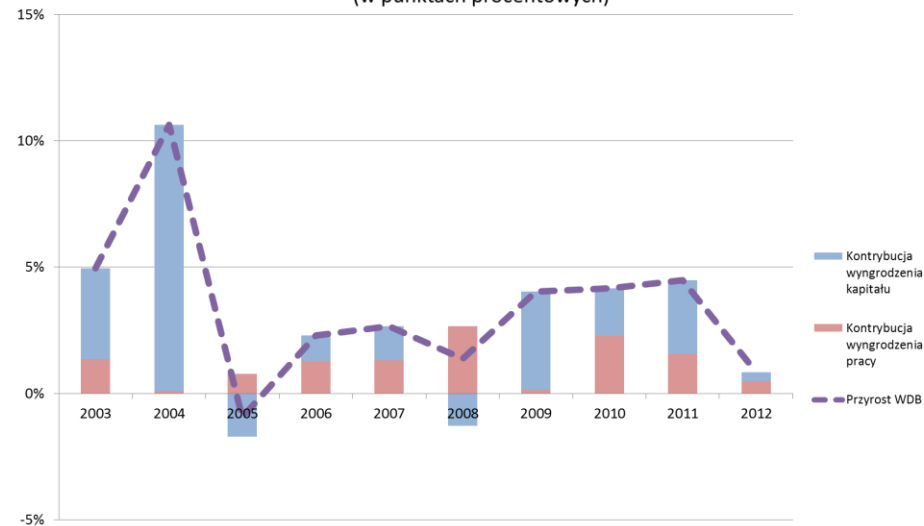
18) Województwo Mazowieckie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



19) Województwo Małopolskie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)

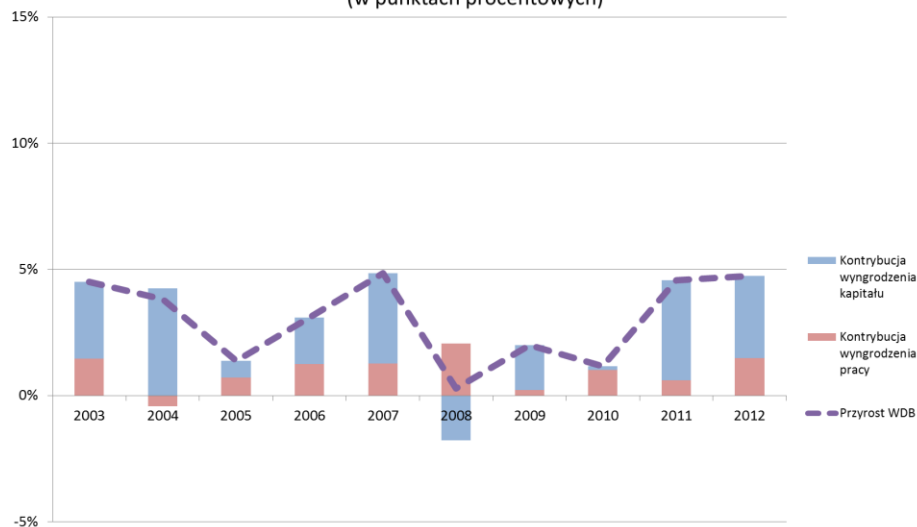


20) Województwo Śląskie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)

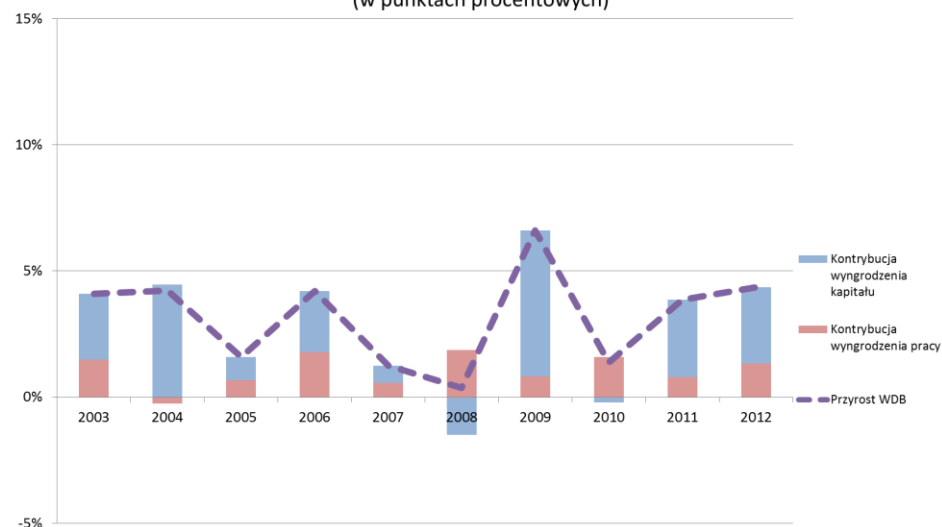


Aneks B – Dekompozycja czynnikowa przyrostu WDB na zatrudnionego

21) Województwo Lubelskie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



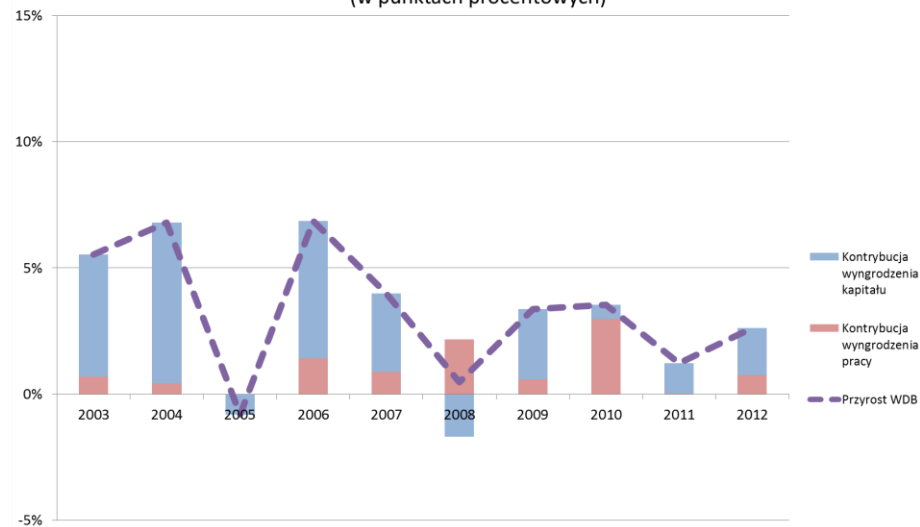
22) Województwo Podkarpackie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



23) Województwo Podlaskie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)

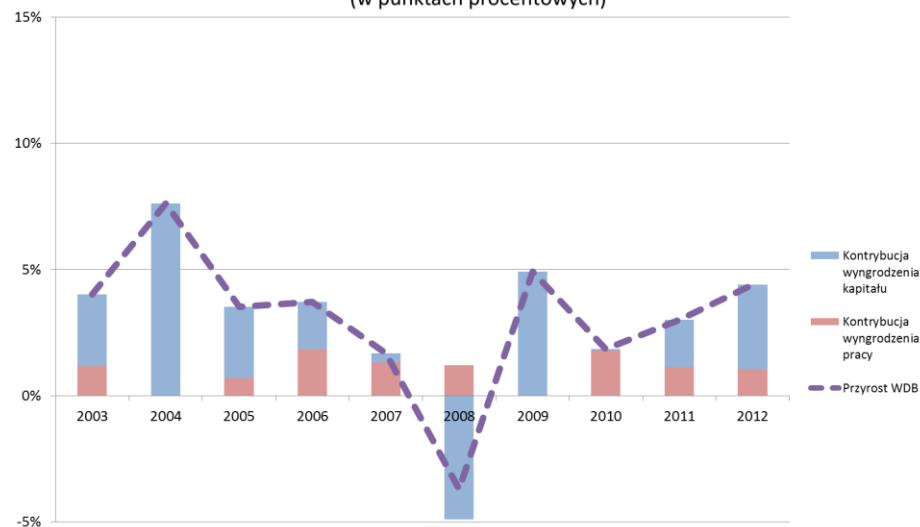


24) Województwo Świętokrzyskie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)

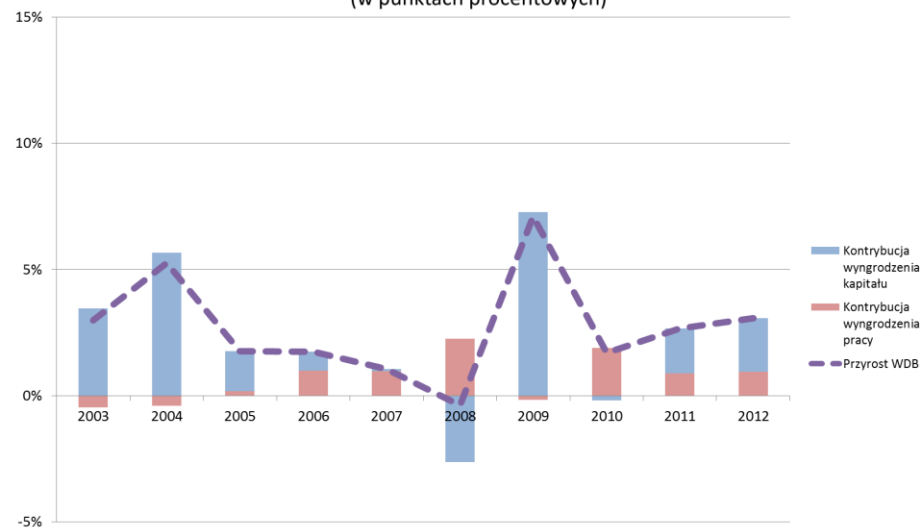


Aneks B – Dekompozycja czynnikowa przyrostu WDB na zatrudnionego

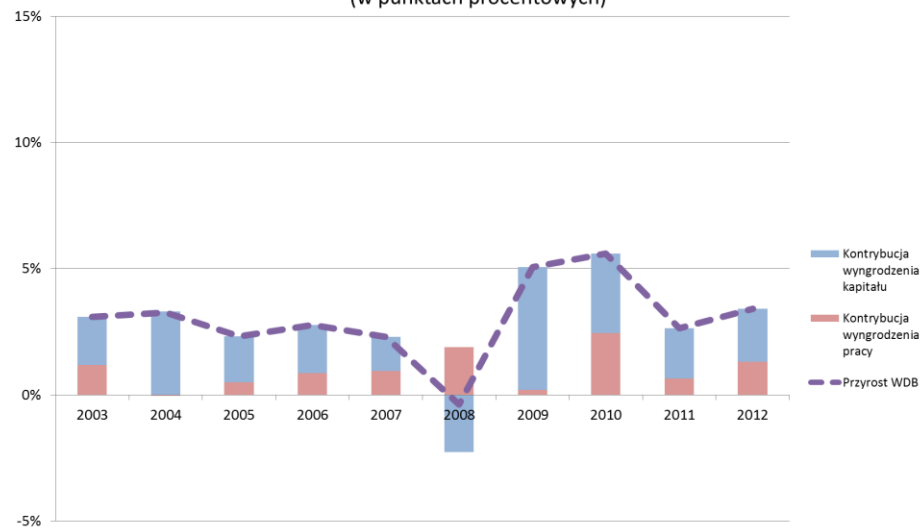
25) Województwo Lubuskie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



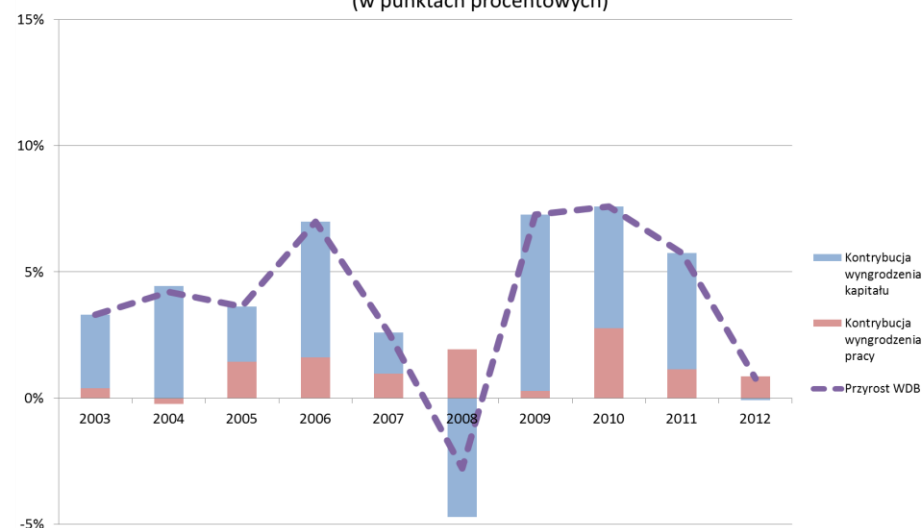
26) Województwo Wielkopolskie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



27) Województwo Zachodniopomorskie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)

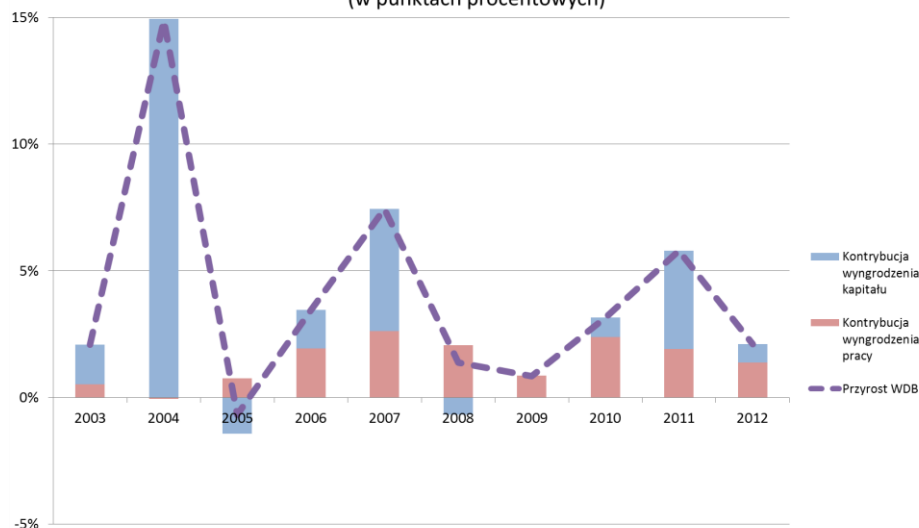


28) Województwo Dolnośląskie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)

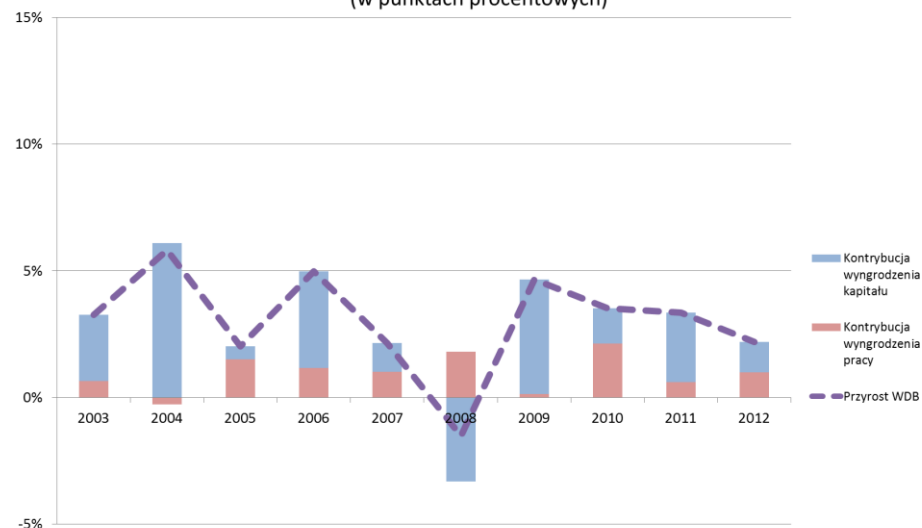


Aneks B – Dekompozycja czynnikowa przyrostu WDB na zatrudnionego

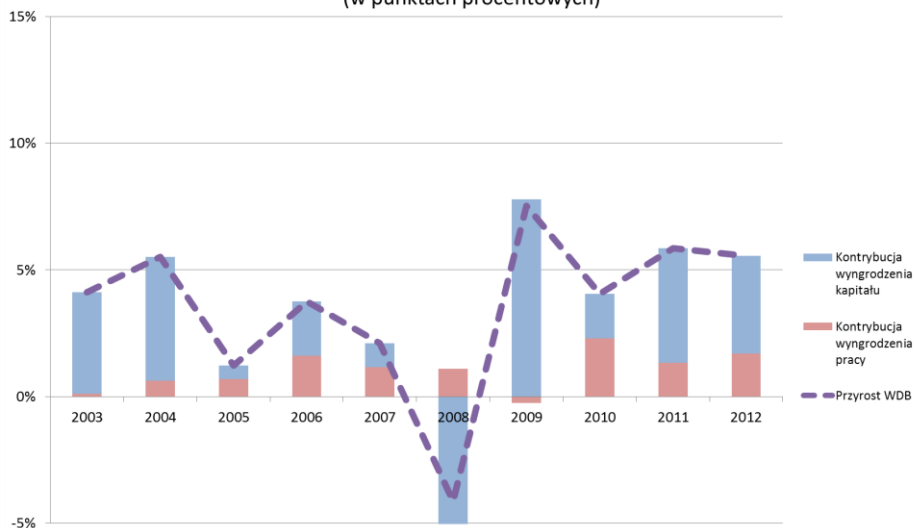
29) Województwo Opolskie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



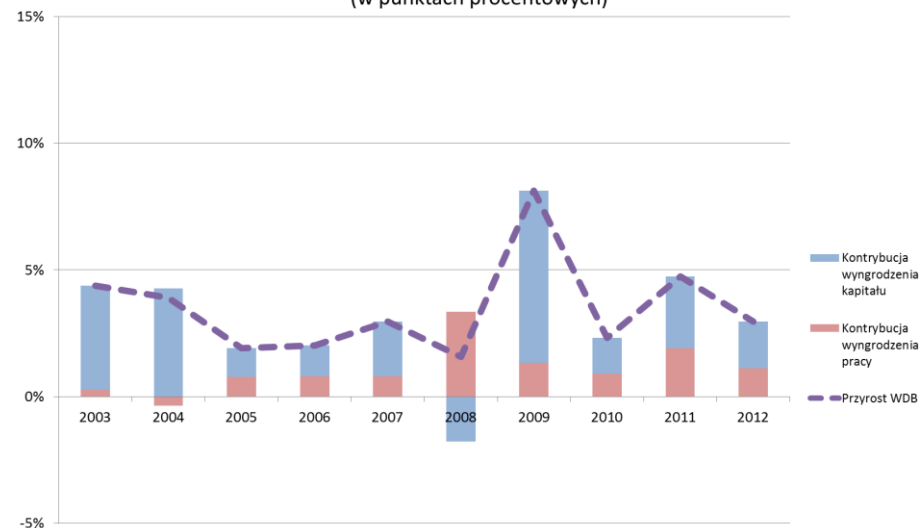
30) Województwo Kujawsko-Pomorskie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



31) Województwo Pomorskie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)

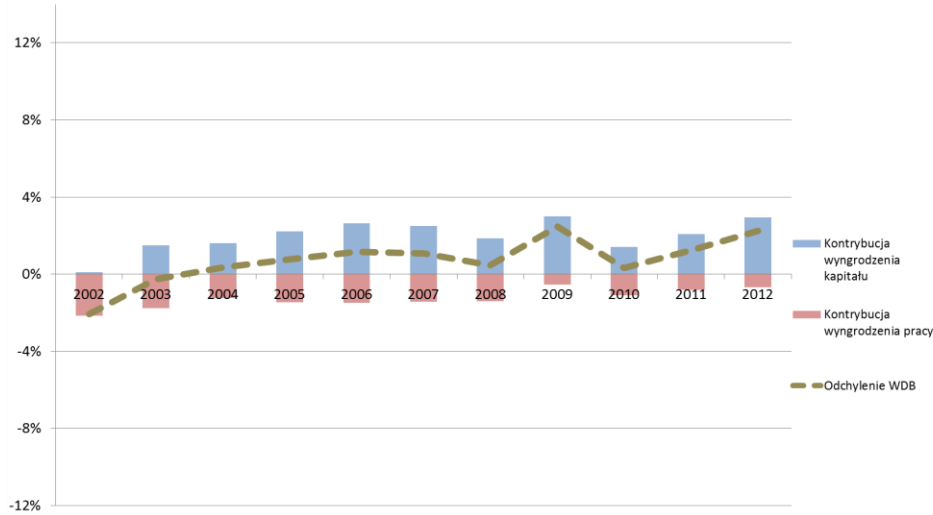


32) Województwo Warmińsko-Mazurskie:
Dekompozycja przyrostu wartości dodanej brutto (WDB) na zatrudnionego
(w punktach procentowych)

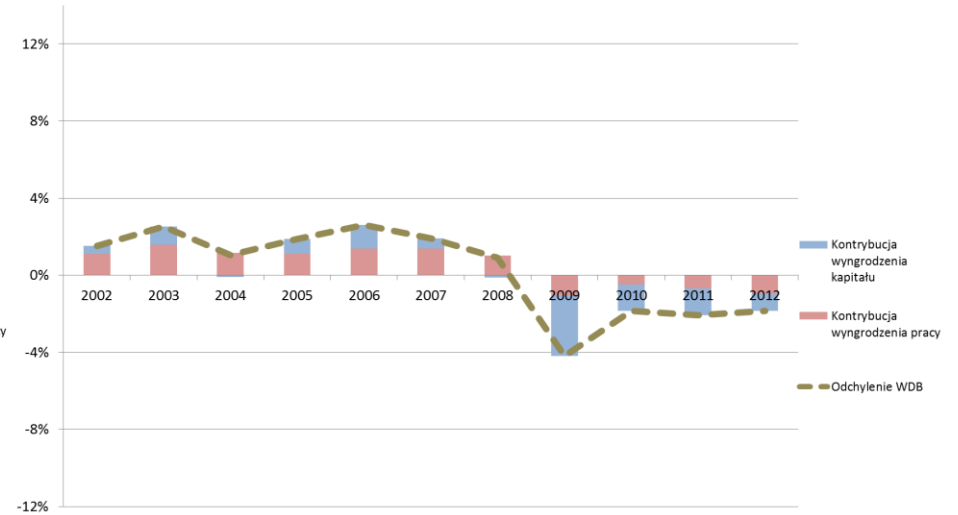


Aneks C – Dekompozycja czynnikowa odchylenia WDB na zatrudnionego

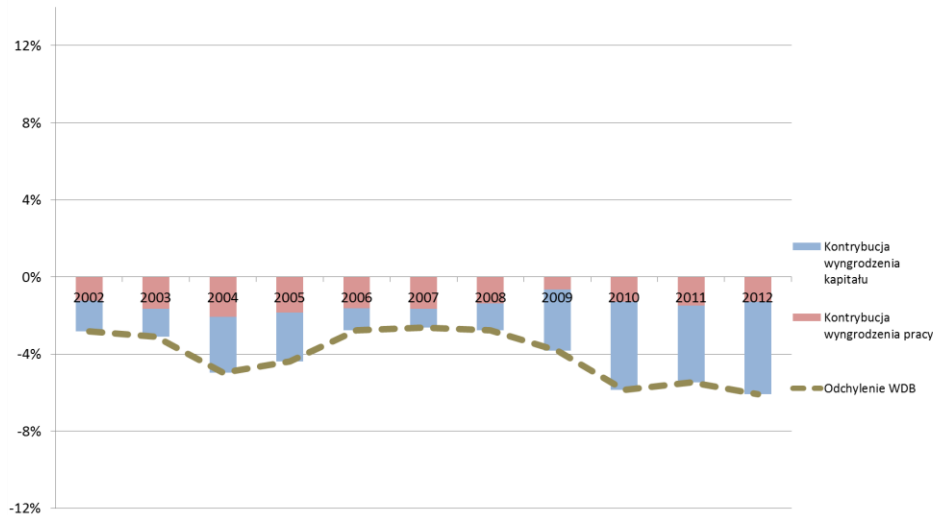
33) Województwo Łódzkie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



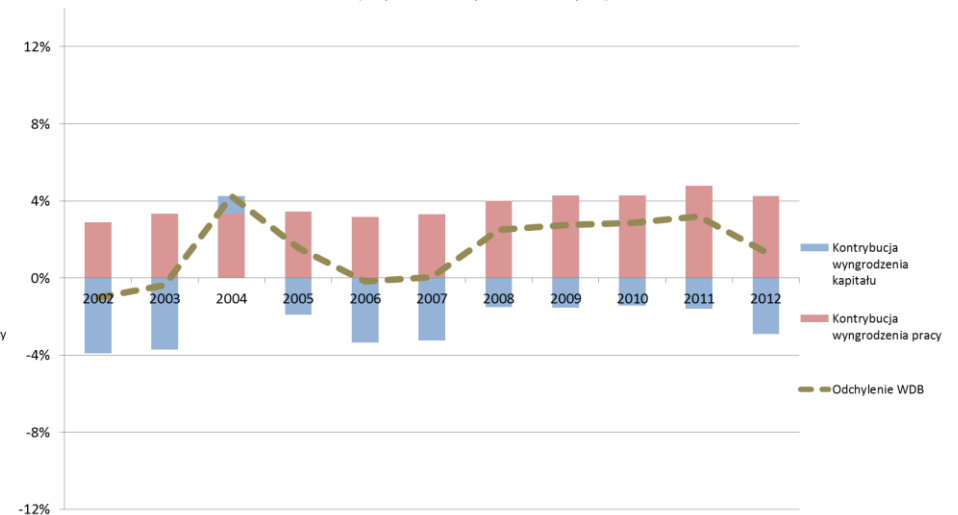
34) Województwo Mazowieckie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



35) Województwo Małopolskie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)

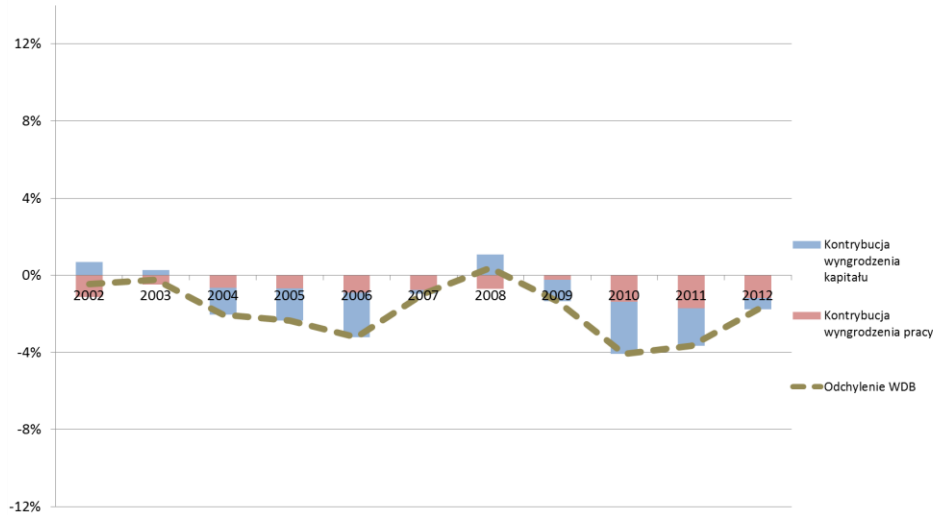


36) Województwo Śląskie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)

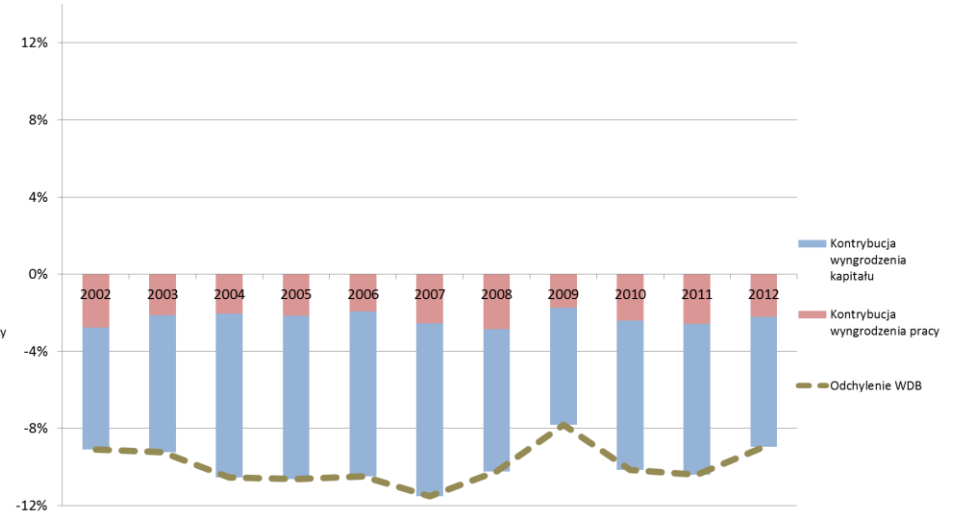


Aneks C – Dekompozycja czynnikowa odchylenia WDB na zatrudnionego

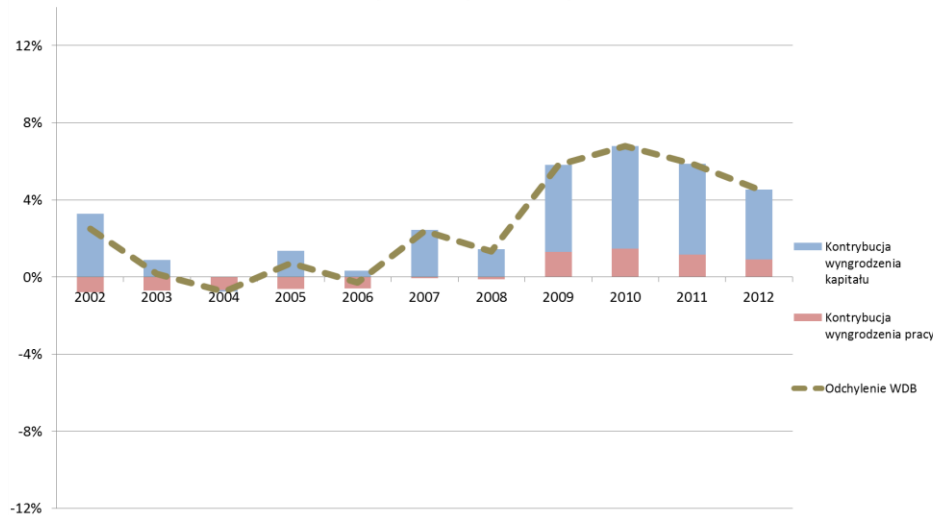
37) Województwo Lubelskie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



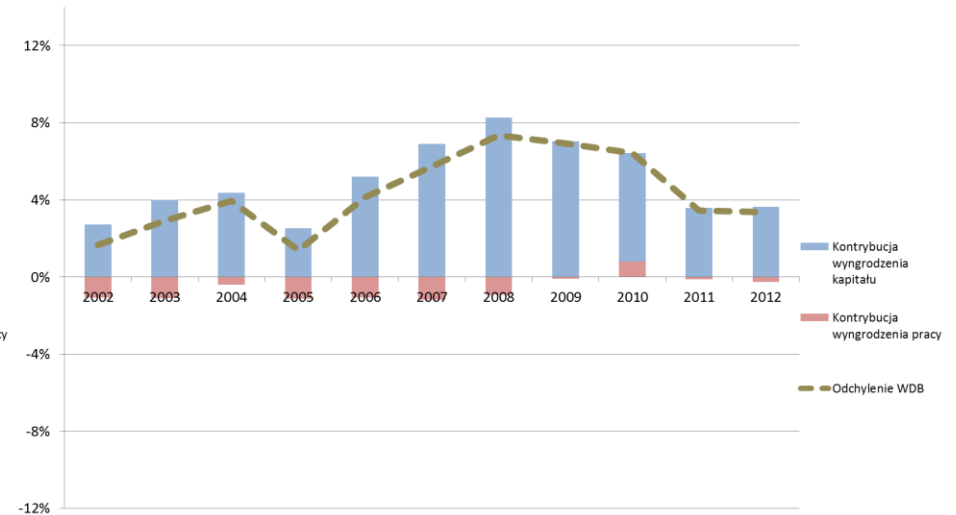
38) Województwo Podkarpackie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



39) Województwo Podlaskie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)

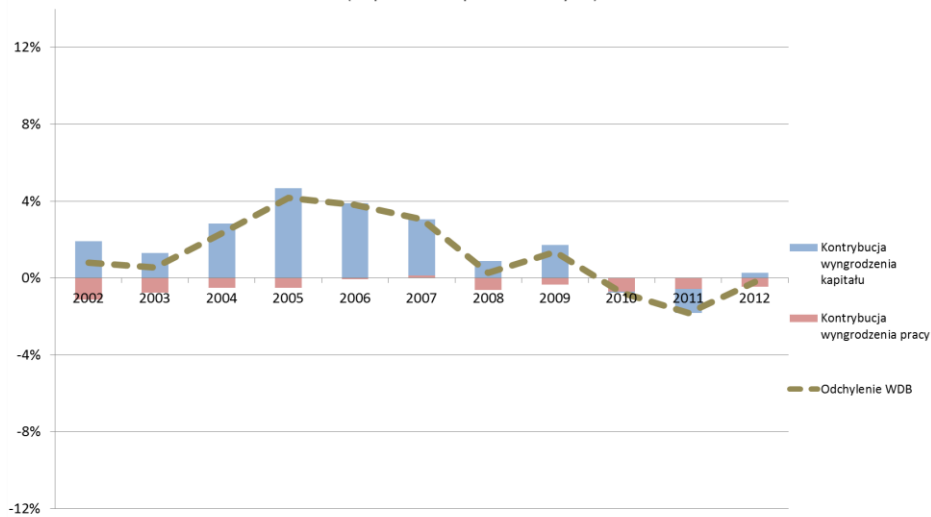


40) Województwo Świętokrzyskie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)

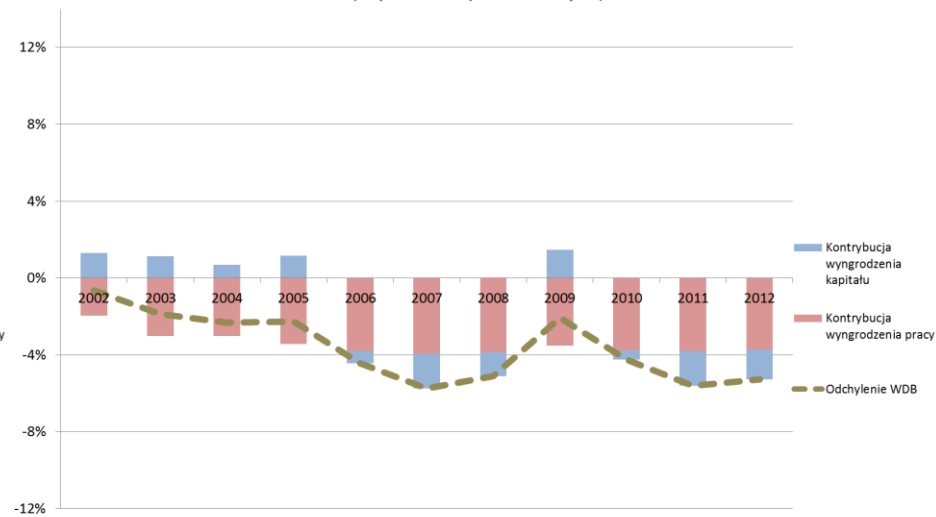


Aneks C – Dekompozycja czynnikowa odchylenia WDB na zatrudnionego

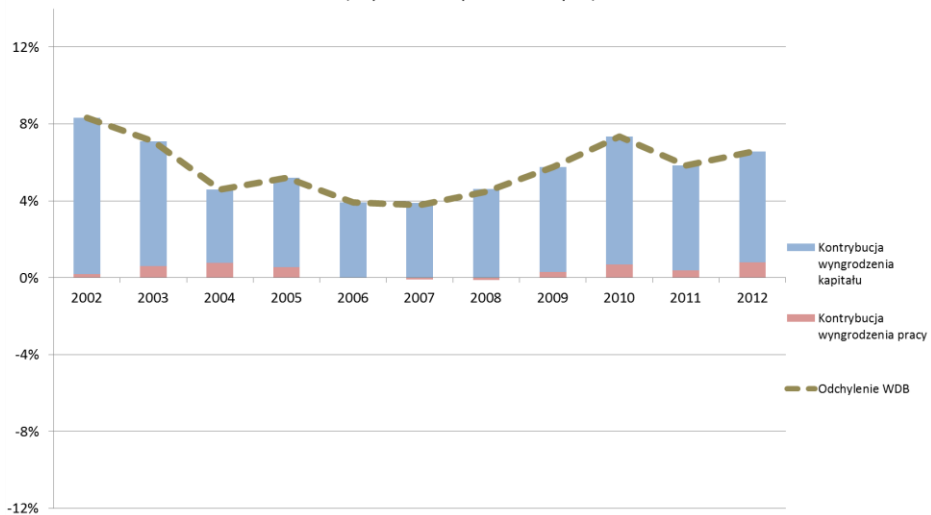
41) Województwo Lubuskie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



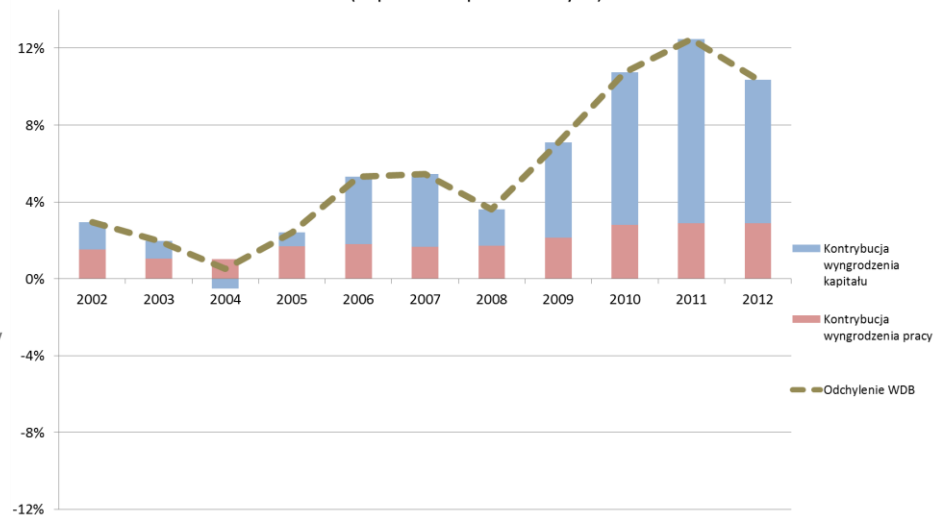
42) Województwo Wielkopolskie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



43) Województwo Zachodniopomorskie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)

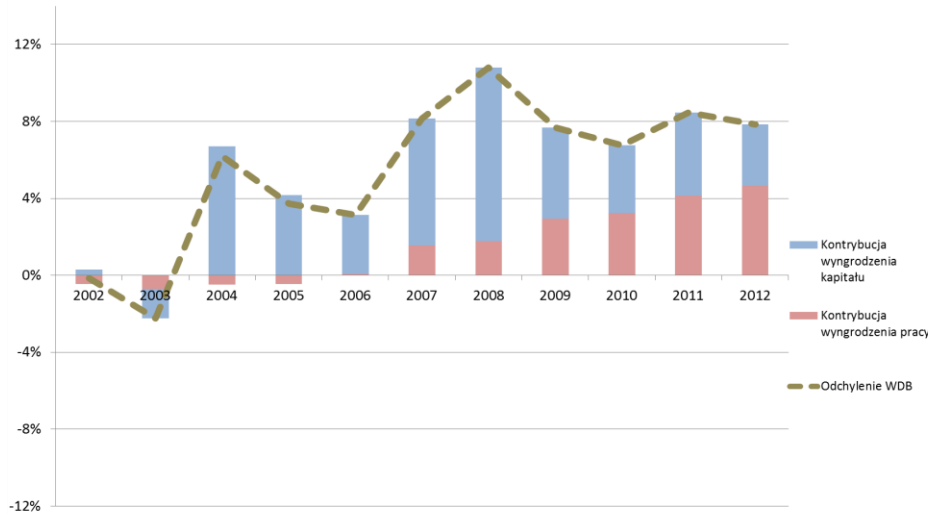


44) Województwo Dolnośląskie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)

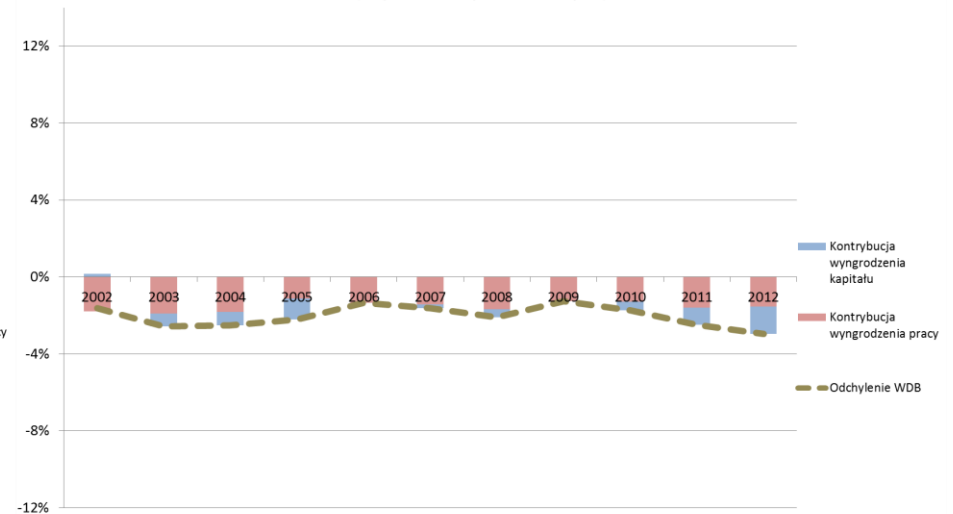


Aneks C – Dekompozycja czynnikowa odchylenia WDB na zatrudnionego

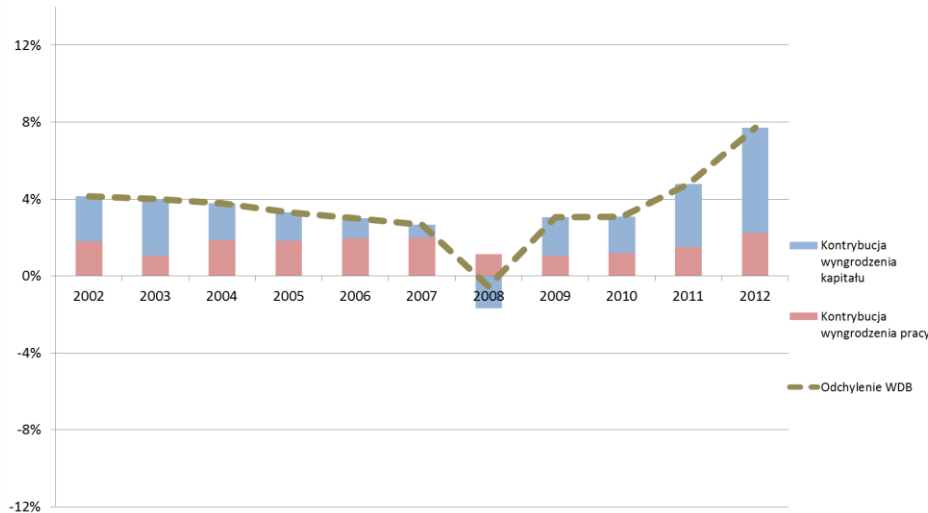
45) Województwo Opolskie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



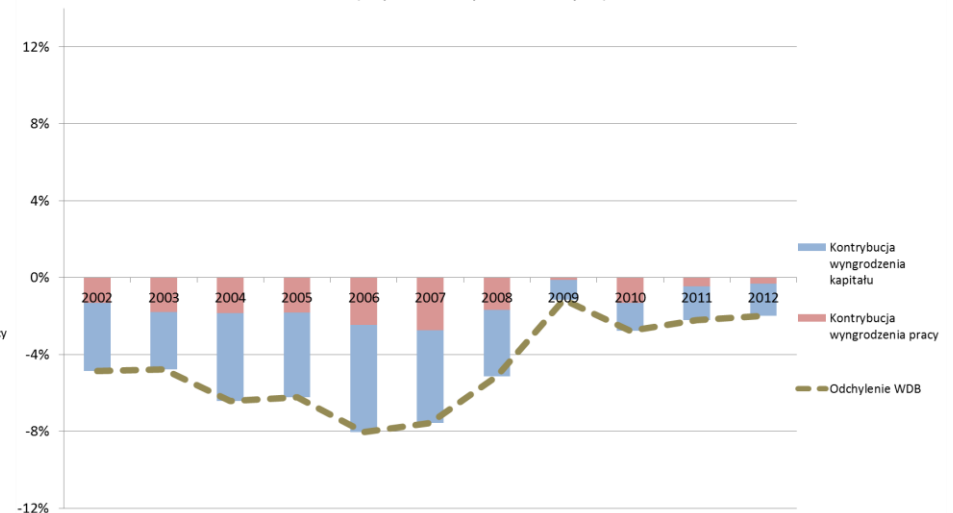
46) Województwo Kujawsko-Pomorskie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



47) Województwo Pomorskie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



48) Województwo Warmińsko-Mazurskie:
Dekompozycja odchylenia od średniej WDB na zatrudnionego
(w punktach procentowych)



SPIS RYSUNKÓW

Rysunek 1: Schemat metod dekompozycji	7
Rysunek 2: Naturalne wyposażenie i niewykorzystane zasoby: podział czynników	31
Rysunek 3. Układ tablic dla dekompozycji wzrostu dla danego makroregionu oraz plik wynikowy dla dekompozycji wzrostu	52
Rysunek 4. Układ tablic dla dekompozycji wzrostu dla podregionów makroregionu Polska Centralna	54
Rysunek 5. Układ tablic dla arkusza zbiorczego dla podregionów	54
Rysunek 6. Układ tablic dla dekompozycji różnic dla danego roku	56
Rysunek 7. Układ tablic dla dekompozycji różnic dla danego województwa	56
Rysunek 8. Plik z wykresami dla dekompozycji różnic dla województw (układ statyczny)	57
Rysunek 9. Plik z wykresami dla dekompozycji różnic dla makroregionów (układ dynamiczny)	58
Rysunek 10. Układ tablicy w arkuszu dla danego roku oraz ekran wynikowy dla podregionów ...	60
Rysunek 11. Układ tablicy w arkuszu dla danego roku.....	61
Rysunek 12. Ekran wynikowy dla dekompozycji współczynnika Theila.....	62
Rysunek 13. Układ tablic oraz ekran wynikowy dla pod-dekompozycji województw.....	64
Rysunek 14: Struktura skoroszytu bazy danych.....	65
Rysunek 15. Przykłady arkuszy z bazy danych dla województw (po lewej) i makroregionów (po prawej).....	66
Rysunek 17. Arkusz dla dekompozycji wzrostu dla województw	67
Rysunek 18: Współczynnik Theil'a dla PKB per capita podregionów Polski względem Polski ogółem z udziałami populacji (T') w 2012 r.: wersja podstawowa, dekompozycja według podgrup na zróżnicowanie podregionów względem makroregionów i zróżnicowanie makroregionów względem Polski ogółem oraz dekompozycja zróżnicowania według podgrup na czynniki: wydajność pracy, wskaźnik zatrudnienia i wskaźnik struktury wiekowej.....	76
Rysunek 19: Schemat arkusza w załączonym pliku Excel dot. Dekompozycji czynnikowej.....	126

SPIS TABLIC

Tablica 1: Spis zmiennych wykorzystywanych w dekompozycji	19
Tablica 2: Spis wskaźników stosowanych w dekompozycji.....	23
Tablica 3 Struktura plików dekompozycji wzrostu PKB per capita oraz różnic WDB per capita	50
Tablica 4: Algorytm uwzględnienia błędu przybliżenia dla dekompozycji różnic w poziomie WDB per capita dla województw Polski w stosunku pośredniej dla Polski w roku 2014.....	79
Tablica 5: Źródła danych użytych w dekompozycji	80
Tablica 6: Spis wielkości zaprezentowanych w dekompozycji czynnikowej.....	121

SPIS WYKRESÓW

Wykres 1: Dekompozycja wzrostu realnego PKB per capita Polski w 2014 r.....	11
Wykres 2: Dekompozycja różnic w poziomie realnego PKB per capita według parytetu siły nabywczej Polski w stosunku do Unii Europejskiej w 2014 r.....	13
Wykres 3: Dekompozycja wzrostu PKB per capita dla Polski Wschodniej i Polski Centralnej w latach 2004 - 2012	71
Wykres 4: Różnice w poziomie WDB per capita Polski Wschodniej względem średniej dla Polski w latach 2002-2012 (lewy panel) oraz dekompozycja tych różnic (prawy panel).....	72
Wykres 5: Pod-dekompozycja różnic w średniej wydajności pracy dla województwa lubelskiego oraz dla województwa podkarpackiego w 2012 r.	73
Wykres 6: Pod-dekompozycja różnic w udziale pracujących w aktywnych zawodowo dla województwa lubelskiego oraz dla województwa podkarpackiego w 2012 r.....	74
Wykres 7: Pod-dekompozycja różnic we współczynniku aktywności zawodowej w województwie lubelskim w 2002 i 2012 r.....	75
Wykres 8: Dekompozycja wzrostu PKB per capita dla pięciu makroregionów Polski w latach 2004-2012.....	82
Wykres 9: Różnice oraz dekompozycja różnic WDB per capita dla pięciu makroregionów Polski względem Polski w latach 2002-2012	83
Wykres 10: Dekompozycja różnic WDB per capita w pięciu makroregionach Polski względem Polski: porównanie 2002 i 2012 r.	86
Wykres 11: Dekompozycja wzrostu PKB capita w 16 województwach Polski w latach 2004-2012	87
Wykres 12: Różnice i dekompozycja różnic WDB per capita w 16 województwach Polski względem Polski w latach 2002-2012.....	90
Wykres 13: Dekompozycja różnic WDB per capita w 16 województwach Polski względem Polski: porównanie 2002 i 2012 r.....	97
Wykres 14: Pod-dekompozycja różnic w WDB na 1 pracującego dla 5 województw Polski Wschodniej względem Polski – porównanie 2002 i 2012 r.	98
Wykres 15: Pod-dekompozycja różnic w udziale pracujących w aktywnych zawodowo dla 5 województw Polski Wschodniej względem Polski – porównanie 2002 i 2012 r.....	101
Wykres 16: Pod-dekompozycja różnic we współczynniku aktywności zawodowej dla 5 województw Polski Wschodniej względem Polski – porównanie 2002 i 2012 r.....	103
Wykres 17 Różnice i dekompozycja różnic w poziomie PKB per capita dla podregionów Polski względem makroregionów Polski w 2012 r.	105
Wykresy 18: Udział wynagrodzenia pracy (zatrudnionych) w WDB.....	129
Wykres 19: Udział wynagrodzenia pracy (zatrudnionych) w WDB – województwa o gospodarkach pracochłonnych.	131
Wykres 20: Udział wynagrodzenia pracy (zatrudnionych) w WDB – województwa o gospodarkach kapitałochłonnych.	132
Wykres 21: Udział wynagrodzenia pracy (zatrudnionych) w WDB w przemyśle – sekcje B do E..	133
Wykres 22: Województwa o relatywnie dużym udziale wynagrodzenia zatrudnionych w	

przemysle.....	135
Wykres 23: Tempo przemian na rynku pracy – przemysł (sekcje B-E) vs Polska ogółem.....	135
Wykres 24: Rezydualna rentowność kapitału brutto w Polsce (z samozatrudnieniem).	137
Wykres 25: Województwa atrakcyjne dla kapitału.....	138
Wykres 26: Województwa mniej atrakcyjne dla kapitału.	138
Wykres 27: Rezydualna rentowność kapitału brutto (z samozatrudnieniem) w Polsce – Przemysł (sekcje B do E) vs cała gospodarka.	139
Wykres 28: Dekompozycja przyrostu WDB w Polsce.	140
Wykres 29: Dekompozycja przyrostu WDB na zatrudnionego Polsce.....	140
Wykres 30: Przyrost WDB ogółem i na zatrudnionego w Polsce.....	141
Wykres 31: Przyrost wynagrodzenia zatrudnionych ogółem i na zatrudnionego w Polsce.	141
Wykres 32: Przyrost (rezydualnego) wynagrodzenia kapitału ogółem i na zatrudnionego w Polsce.	142
Wykres 33: Przyrost WDB ogółem i na zatrudnionego w wybranych województwach.	143
Wykres 34: Odchylenia WDB na zatrudnionego w wybranych województwach.	144
Wykres 35: Analiza dochodu właścicieli kapitału w 2012 r.	146
Wykres 36: Dekompozycja przyrostu WDB w przemyśle (sekcje B-E) według województw w 2012 r.	146
Wykres 37: Dekompozycja przyrostu WDB w przemyśle (sekcje B-E) według województw na zatrudnionego w 2012 r.....	147
Wykres 38: Dekompozycja odchylenia WDB na zatrudnionego w przemyśle (sekcje B-E) od średniej ogólnokrajowej w 2012 r.	148
Aneks A – Dekompozycja czynnikowa przyrostu WDB.....	149
Aneks B – Dekompozycja czynnikowa przyrostu WDB na zatrudnionego.....	153
Aneks C – Dekompozycja czynnikowa odchylenia WDB na zatrudnionego	157

Literatura

- Bryant J., *Demographic Change and New Zealand's Economic Growth*, New Zealand Treasury Working Paper, 2003.
- Cichello P., *Decomposing the Change in GDP per capita: Examining changes in Rwanda, Nicaragua, Indonesia- 1997 to 2000, and South Asia, Conference: Tools for Assessing Labor Market Impacts of Macroeconomic Shocks*, 2010.
- Clowes D., *GDP per Capita Growth Performance and its Sources: Polish Regional-Macroeconomic Dimensions 2000-2006*, Growth Research Unit at the University of Economics in Cracow Publications, 2009.
- Clowes D., Choros-Mrozowska D., *The Impact of Investment on Economic Growth In Poland, 2000-2006*, Growth Research Unit at the University of Economics in Cracow Publications, 2010.
- Hulten C. R. [2009], *Growth Accounting*, NBER Working Paper Series 15341.
- Jorgenson D.W. (1963), *Capital Theory and Investment Behaviour*, American Economic Review, Vol. 53, pp. 247-259.
- Jorgenson D.W., Griliches Z. (1967), *The explanation of Productivity Change*, Review of Economic Studies, 34, pp. 249-83.
- Jorgenson D.W., Gollop F.M., Fraumeni B.M. (1987), *Productivity and US Economic Growth*, Cambridge MA: Harvard University Press.
- Jorgenson D.W. (1989), *Productivity and Economic Growth*, in Ernst R. Berndt and Jack E. Triplett (eds.), *Fifty Years of Economic Measurement*, University of Chicago Press.
- Jorgenson D.W., Ho M., Stiroh K. (2005), *Information Technology and the American Growth Resurgence*, MIT.
- Kruszka K. (red.), *Dojazdy do pracy w Polsce. Terytorialna identyfikacja przepływów ludności związanych z zatrudnieniem*. Główny Urząd Statystyczny i Urząd Statystyczny w Poznaniu, Poznań 2010.
- Marattin L., Salotti S., *A Note on Productivity and Per Capita GDP Growth: the Role of the Forgotten Factors*, unpublished manuscript, 2009.
- Maynard J.P., *The Comparative Level of GDP per Capita in Canada and the United States: A Decomposition into Labour Productivity and Work Intensity Differences*, The Canadian Productivity Review 2007.
- OECD Regions at a Glance 2009*, dwuletnie opracowanie przygotowane przez Regional, rural and Urban development, OECD, 2009.
- Ark van B., O'Mahony M., Timmer M.P., *The Productivity Gap between Europe and the United States: Trends and Causes*, Journal of Economic Perspectives, 2008
- Solow R..M. (1956), *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, The Quarterly Journal of

Economics, Vol. 70, No. 1., pp. 65-70.

Spiezia V., *Identifying the Determinants of Regional Performances*, 6th Session of the Working Party on Territorial Indicators, Public Governance and Territorial Development Directorate, Territorial Development Policy Committee, 2003.

Spiezia V., Weiler S., *Understanding Regional Growth*, The Review of Regional Studies, 2007.