

Urząd Statystyczny w Poznaniu  
Ośrodek Statystyki Małych Obszarów

Główny Urząd Statystyczny  
Departament Badań Społecznych i Warunków Życia

---

MAPY UBÓSTWA NA POZIOMIE  
PODREGIONÓW W POLSCE  
Z WYKORZYSTANIEM ESTYMACJI  
POŚREDNIEJ

---

Praca ma charakter eksperymentalny i nie stanowi oficjalnych wyników GUS



Poznań 06.11.2013\*

\*Wersja skorygowana i uzupełniona w I kwartale 2014 r.  
ze streszczeniem dostosowanym do publikacji opracowania jako pracy studialnej

|                        |  |
|------------------------|--|
| Opracowanie publikacji | US Poznań, Ośrodek Statystyki Małych Obszarów  |
| Zespół                 | Maciej Beręsewicz, Tomasz Józefowski, Tomasz Klimanek, Jacek Kowalewski, Anna Małasiewicz, Andrzej Młodak, Marcin Szymkowiak, Łukasz Wawrowski — US Poznań |
| Tłumaczenie            | Grzegorz Grygiel — US Poznań   |
| Współpraca             | Piotr Łysoń — Departament Badań Społecznych i Warunków Życia, GUS<br><br>Alexandru Cojocar, Céline Ferré, Ken Simler, Roy van der Weide — Bank Światowy    |

## Spis treści

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Streszczenie</b>   | <b>4</b>  |
| <b>Estymacja wskaźnika zagrożenia ubóstwem</b>                    | <b>6</b>  |
| Cel . . . . .   | 6         |
| Model . . . . .   | 7         |
| Dane . . . . .  | 8         |
| Wyniki . . . . .  | 11        |
| <b>Załączniki</b>   | <b>13</b> |
| I. Uwagi metodologiczne — model Faya-Herriota . . . . .           | 13        |
| II. Wyniki oszacowań . . . . .                                    | 15        |
| III. Diagnostyka modelu . . . . .                                 | 17        |
| IV. Terytorialne zróżnicowanie zmiennych objaśniających . . . . . | 23        |
| V. Analizowane modele . . . . .                                   | 25        |
| <b>Spis rysunków</b>  | <b>29</b> |
| <b>Spis tablic</b>  | <b>30</b> |
| <b>Bibliografia</b>   | <b>31</b> |

## Streszczenie

Na podstawie listu intencyjnego podpisanego 26.06.2013 r. została podjęta współpraca Departamentu Badań Społecznych i Warunków Życia w Głównym Urzędzie Statystycznym i Ośrodka Statystyki Małych Obszarów w Urzędzie Statystycznym w Poznaniu z Bankiem Światowym, której celem było wykorzystanie technik z zakresu statystyki małych obszarów do stworzenia map ubóstwa na poziomie podregionów (NUTS 3).

Podstawowym źródłem informacji publikowanych przez GUS (Główny Urząd Statystyczny) na temat relatywnego wskaźnika zagrożenia ubóstwem dochodowym<sup>1</sup> zarówno na poziomie całego kraju jak i dla regionów (NUTS 1) jest Europejskie Badanie Dochodów i Warunków Życia (EU-SILC). Zgodnie z danymi GUS wskaźnik zagrożenia ubóstwem dla całej Polski na podstawie badania EU-SILC wynosi 17,7% [GUS 2012]. Zaprezentowane w niniejszym raporcie szacunki, wykonane przy zastosowaniu estymacji pośredniej, umożliwiają przeprowadzenie analizy terytorialnego zróżnicowania zasięgu ubóstwa<sup>2</sup> w Polsce na niepublikowanym dotąd poziomie podregionów (NUTS 3). Tym samym zwiększa się pokrycie informacyjne w zakresie ubóstwa na poziom 66 podregionów.

Wstępna analiza otrzymanej mapy pozwala zauważyć różnicę między Polską centralną i wschodnią (o wyższej stopie ubóstwa) a zachodnią - charakteryzującą się mniejszym zasięgiem ubóstwa. Najwyższy odsetek ubogich osób w populacji (co najmniej 29%) odnotowano w 4 podregionach, które znajdują się w województwach lubelskim (3 podregiony) oraz świętokrzyskim (1 podregion). Z kolei najniższy poziom ubóstwa (poniżej 9%) jest obserwowany w 5 największych ośrodkach miejskich (z wyjątkiem Łodzi) stanowią-

---

<sup>1</sup>W badaniu EU-SILC odsetek osób, których dochód ekwiwalentny do dyspozycji (po uwzględnieniu w dochodach transferów społecznych) jest niższy od granicy ubóstwa ustalonej na poziomie 60% krajowej mediany ekwiwalentnych dochodów do dyspozycji [GUS 2012].

<sup>2</sup>Określenie zasięg ubóstwa stosowane jest w poniższym opracowaniu wymiennie ze wskaźnikiem zagrożenia ubóstwem i stopą ubóstwa.

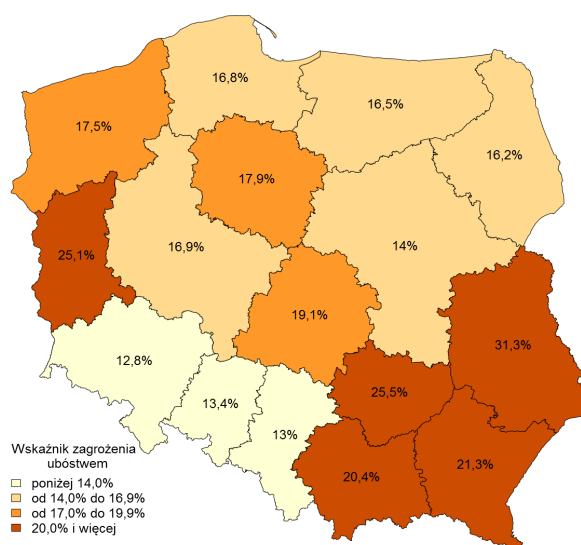
cych odrębne podregiony (w Warszawie, Krakowie, Trójmieście, Wrocławiu i Poznaniu).

**Niniejsze opracowanie zawiera wyniki prac analitycznych i obliczeniowych o charakterze metodologicznym. Mają one charakter eksperymentalny i nie stanowią oficjalnych danych statystycznych publikowanych przez Główny Urząd Statystyczny.**

## **Estymacja wskaźnika zagrożenia ubóstwem**

### **Cel**

Uzyskanie szacunków dla podziału terytorialnego niższego niż regiony (NUTS 1) czy województwa (NUTS 2) jest możliwe poprzez zastosowanie metod estymacji pośredniej. Wykorzystują one informacje spoza badanej domeny, co zwykle przyczynia się do zwiększenia precyzji szacunków. Techniki te, między innymi ze względu na odmienny proces estymacji, który jest oparty na przyjętym modelu, stanowią wyzwanie dla statystyki publicznej w wielu krajach. Dlatego też w prezentowanym raporcie podjęto próbę oszacowania wskaźnika ubóstwa na niższym poziomie agregacji przestrzennej niż prezentowany dotychczas, tj. dla wszystkich podregionów w Polsce. Wykorzystano w tym celu podejście stosowane przez Bank Światowy we współpracy z wieloma europejskimi krajowymi urzędami statystycznymi do szacowania poziomu ubóstwa na poziomie NUTS 3 lub niższym. Poniżej zamieszczono mapę tematyczną przedstawiającą oszacowanie wskaźnika zagrożenia ubóstwem przy wykorzystaniu klasycznego podejścia. Stanowiło to punkt wyjścia do dalszych prac.



Rysunek 1. Oszacowanie wskaźnika zagrożenia ubóstwem na poziomie województw

Źródło: opracowanie własne.

Przy interpretacji wyników odzwierciedlonych na rysunkach 1, 2 i 3 należy zwrócić uwagę, że zaprezentowane szacunki otrzymano różnymi metodami: zastosowano estymację bezpośrednią w przypadku rysunku 1 oraz podejście modelowe opisane poniżej w przypadku rysunków 2 i 3.

## Model

W pracach nad zagadnieniem ubóstwa wykorzystano podejście modelowe. Ze względu na formę dostępnych danych, dobre własności empiryczne oraz prostotę wybrano model Faya-Herriota. Wybór zmiennych do modelu opierał się przede wszystkim na merytorycznych przesłankach. W tym celu posługiwano się zależnością regresyjną wskaźnika zagrożenia ubóstwem od wybranych zmiennych objaśniających. Decydując czy dana zmienna znajdzie się w modelu, kierowano się jego poprawnością merytoryczną. Po uwzględnieniu zmiennej w modelu przeprowadzano kompleksową analizę mającą na celu stwierdzenie czy istotność i znak współczynnika stojącego przy danej zmiennej znajduje swoje odzwierciedlenie w rzeczywistości. W toku prac powoływano się na publikacje dotyczące rynku pracy i warunków życia. Pożądanym był także wzrost współczynnika determinacji  $R^2$ , jednak nie stanowił on głównego kryterium. Na żadnym z etapów prac nie korzystano ze statystycznych metod doboru zmiennych do modelu.

## Dane

Do budowy modeli wykorzystano dane pochodzące z kilku źródeł statystycznych. Z badania EU-SILC wykorzystano jedynie wskaźnik zagrożenia ubóstwem jako zmienną objaśnianą, ponieważ użycie innych zmiennych z tego badania w charakterze cech objaśniających doprowadziłoby do zwiększenia błędu losowego i obciążonych oszacowań parametrów  $\beta$  w modelu. W związku z tym, w charakterze zmiennych objaśniających, rozważano dane pochodzące z Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań 2011 (NSP 2011), Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań 2002 (NSP 2002) oraz dane pochodzące z Banku Danych Lokalnych (BDL) z lat 2005–2011.

Wielkość błędu losowego zależy od liczebności próby, zróżnicowania badanej cechy i od wykorzystanego schematu losowania. W przypadku spisu powszechnego pokrywającego całą populację błąd losowy nie występuje. Częścią Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań 2011 było badanie reprezentacyjne, które objęło 20% populacji Polski — około 8 milionów osób. Z kolei w badaniu reprezentacyjnym EU-SILC próba w 2011 roku liczyła 28305 osób czyli około 0,075% populacji. Rozważany błąd losowy w takich przypadkach jest nieporównywalny i w przypadku części reprezentacyjnej Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań 2011 w obliczeniach dotyczących ogólnych przekrojów charakteryzujących się dużymi liczebnościami może zostać pominięty. Wielkość próby w podregionach Polski w NSP 2011 wynosiła od 41014 (m. Szczecin) do 216923 (ostrołęcko-siedlecki) osób. Przykładowo dla zmiennej odsetek osób samotnych powyżej 25 roku życia w przekroju podregionów współczynnik zmienności znajdował się przedziale od 0,66% do 1,48%, a więc był bardzo mały.

W budowie końcowego modelu na poziomie podregionów rozpatrywane były zmienne z zakresu:

- demografii, w tym między innymi: udział osób o określonej grupie wieku, płci, poziomie wykształcenia lub stanie cywilnym w populacji;
- podziału na obszary miejskie/wiejskie;
- statusu aktywności ekonomicznej: udział aktywnych, zatrudnionych i bezrobotnych w odpowiedniej populacji;
- infrastruktury mieszkaniowej: dostęp do elektryczności, kanalizacji, centralnego ogrzewania, gazu, prysznic lub wanny, wielkość mieszkania na osobę;
- charakterystyk gospodarstw domowych: udział zatrudnionych, bezrobotnych, aktywnych (15–64 rok życia), liczby członków gospodarstwa domowego, liczby pokoi na osobę, poziomu wykształcenia członków gospodarstwa domowego;
- budżetów jednostek terytorialnych;



- infrastruktury drogowej;
- ochrony środowiska: zanieczyszczenia gazowe i pyłowe;
- ochrony zdrowia i opieki społecznej, w tym opieki przedszkolnej;
- bilansu migracji dla poszczególnych lat;
- podziału terytorialnego: podregiony peryferyjne, miasta metropolitalne, były miasta wojewódzkie, powierzchnia podregionów, miasta powyżej 100 tys. mieszkańców.

Łącznie analizowano i brano pod uwagę ponad 200 potencjalnych cech objaśniających. Na ich podstawie budowano modele skupiając się przede wszystkim na determinantach przedstawionych w publikacji *Jakość życia. Kapitał społeczny, ubóstwo i wykluczenie społeczne w Polsce* [GUS 2013]. Pierwsze modele zawierały zmienne dotyczące wielkości gospodarstwa domowego, wyposażenia mieszkań oraz edukacji. Trzy przykładowe modele przedstawione są w Załączniku V.

W ostatecznym modelu uwzględniono 6 zmiennych objaśniających. Zostały one wymienione poniżej wraz ze źródłami danych statystycznych<sup>3</sup>.

- odsetek liczby osób samotnych powyżej 25 roku życia — Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań 2011,
- liczba pokoi przypadająca na członka gospodarstwa domowego — Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań 2011,
- odsetek gospodarstw domowych posiadających łazienkę — Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań 2011,
- odsetek gospodarstw domowych z dwiema osobami powyżej 25 roku życia z wykształceniem co najwyżej zawodowym — Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań 2011,
- gęstość zaludnienia<sup>4</sup> — populacja: Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań 2011, powierzchnia: BDL — Główny Urząd Geodezji i Kartografii (stan na 31.12.2011),
- stosunek liczby osób wymeldowanych do liczby zameldowanych na pobyt stały w podregionie — BDL na podstawie NSP, rejestru PESEL oraz sprawozdań urzędów stanu cywilnego i sądów wojewódzkich (stan na 31.12.2011).

---

<sup>3</sup>W odniesieniu do każdej ze zmiennych objaśniających po myślniku podano źródło jej pochodzenia.

<sup>4</sup>Utworzono zmienną dychotomiczną przyjmującą wartość 1 jeżeli gęstość zaludnienia podregionu była mniejsza od 33 procentyla rozkładu gęstości zaludnienia dla wszystkich podregionów i 0 w przeciwnym przypadku.

---

Stwierdzono, że wraz ze wzrostem odsetka liczby osób samotnych powyżej 25 roku życia w podregionie wzrasta także wskaźnik zagrożenia ubóstwem. Z kolei wraz ze wzrostem liczby pokoi na członka gospodarstwa domowego oraz ze wzrostem udziału gospodarstw domowych posiadających łazienkę spada stopa ubóstwa. Wskazano także na dodatnią korelację odsetka gospodarstw z dwiema osobami mającymi wykształcenie co najwyżej zawodowe ze wskaźnikiem zagrożenia ubóstwem. W podregionach charakteryzujących się mniejszą gęstością zaludnienia oraz wyższym stosunkiem liczby osób wymeldowanych do liczby osób zameldowanych zaobserwowano także wyższą stopę ubóstwa.

Tak skonstruowany model wyjaśniał zmienność wskaźnika zagrożenia ubóstwem w 60%. W celu ukazania przestrzennego zróżnicowania zjawisk wpływających na ubóstwo w Polsce, wybrane do modelu zmienne objaśniające zostały przedstawione na mapach tematycznych w Załączniku IV.

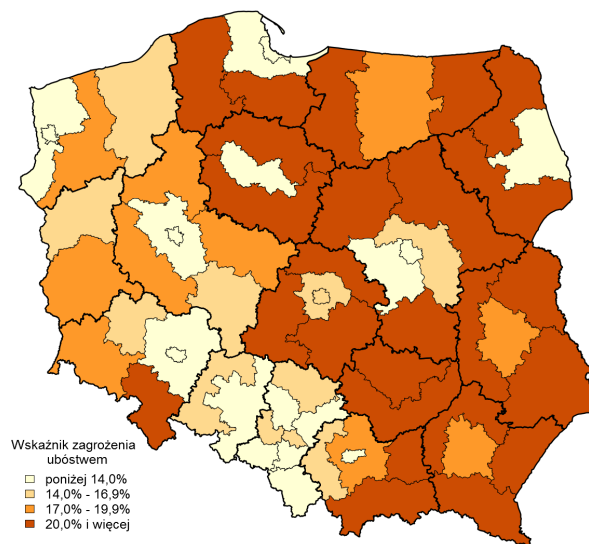
Ostateczne oszacowania wskaźnika zagrożenia ubóstwem otrzymano stosując nieobciążony liniowy estymator EBLUP, który jest średnią ważoną:

- estymatora bezpośredniego dla wskaźnika zagrożenia ubóstwem oraz
- syntetycznego estymatora pośredniego, wynikającego z przyjętego modelu z ww. 6 zmiennymi objaśniającymi,

zgodnie ze wzorem (3) zamieszczonym w Załączniku I.

## Wyniki

Wyniki dotyczące oszacowanych wartości wskaźnika zagrożenia ubóstwem zamieszczone zostały na poniższych mapach tematycznych, z uwzględnieniem 4-stopniowej skali barw oraz bardziej szczegółowej — 7-stopniowej.

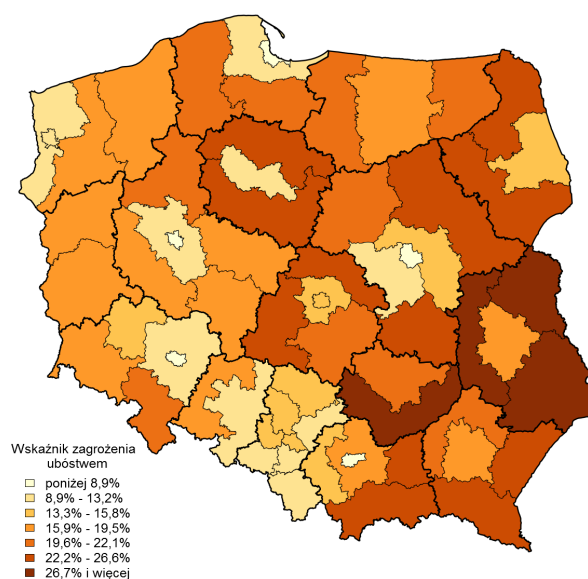


Rysunek 2. Wskaźnik zagrożenia ubóstwem na poziomie podregionów na podstawie ostatecznie przyjętego modelu w 4-stopniowej skali barw

Źródło: opracowanie własne.

Otrzymane wyniki wskazują na silne terytorialne zróżnicowanie wskaźnika zagrożenia ubóstwem w Polsce. Na zamieszczonych kartogramach można zaobserwować podział kraju na Polskę centralną i wschodnią oraz zachodnią. Zachodnia część kraju cechuje się znacznie niższym odsetkiem osób ubogich niż część centralna i wschodnia.

Najbardziej zagrożone ubóstwem (wskaźnik ubóstwa powyżej 29%) są osoby żyjące w gospodarstwach domowych w 4 podregionach znajdujących się w województwach lubelskim (podregiony bialski, puławski i chełmsko-zamojski) oraz świętokrzyskim (podregion sandomiersko-jędrzejowski). Najmniejszym wskaźnikiem zagrożenia ubóstwem charakteryzują się duże miasta (wyjątek stanowi miasto Łódź ze wskaźnikiem wynoszącym 14,2%). W Warszawie zaobserwowano stopę ubóstwa na poziomie 6,3%. Następne w kolejności są: podregion trójmiejski (7,4%) oraz podregiony: Wrocław (7,5%), Poznań (8,5%) i Kraków (8,7%). Należy również zauważyć, że w większości przypadków w podregionach okalających duże miasta występuje znacznie niższy



Rysunek 3. Wskaźnik zagrożenia ubóstwem na poziomie podregionów na podstawie ostatecznie przyjętego modelu w 7-stopniowej skali barw

Źródło: opracowanie własne.

poziom ubóstwa (poniżej 13%) niż w pozostałych podregionach w województwie.

Tablica 1. Maksymalne wartości wskaźnika zagrożenia ubóstwem

| Podregion                     | Populacja<br>(l. os.) | Powierzchnia<br>(km <sup>2</sup> ) | Gęstość zaludnienia<br>(os/km <sup>2</sup> ) | Zasięg ubóstwa<br>(%) |
|-------------------------------|-----------------------|------------------------------------|--|-----------------------|
| białski                       | 310233                | 5977                               | 52   | 29,4                  |
| puławski                      | 496936                | 5633                               | 88   | 29,5                  |
| sandomiersko-<br>jędrzejowski | 498294                | 6680                               | 75   | 29,8                  |
| chełmsko-<br>zamojski         | 651241                | 9291                               | 70   | 30,2                  |

Źródło: opracowanie na podstawie Banku Danych Lokalnych i EU-SILC 2011.

Tablica 2. Minimalne wartości wskaźnika zagrożenia ubóstwem

| Podregion   | Populacja<br>(l. os.) | Powierzchnia<br>(km <sup>2</sup> ) | Gęstość zaludnienia<br>(os/km <sup>2</sup> ) | Zasięg ubóstwa<br>(%) |
|-------------|-----------------------|------------------------------------|--|-----------------------|
| Warszawa    | 1700612               | 517                                | 3289   | 6,3                   |
| trójmiejski | 748104                | 414                                | 1807   | 7,4                   |
| Wrocław     | 630131                | 293                                | 2151   | 7,5                   |
| Poznań      | 554696                | 262                                | 2117   | 8,5                   |
| Kraków      | 757611                | 327                                | 2317   | 8,7                   |

Źródło: opracowanie na podstawie Banku Danych Lokalnych i EU-SILC 2011.

### I. Uwagi metodologiczne — — model Faya-Herriota

Punktem wyjścia w szacowaniu wskaźnika zagrożenia ubóstwem w Polsce był model postaci:

$$y_a = x_a\beta + u_a, \quad (1)$$

gdzie  $y_a$  jest prawdziwą wartością badanej zmiennej w  $a$ -tym podregionie (wskaźnik zagrożenia ubóstwem),  $x_a$  to macierz zmiennych objaśniających,  $\beta$  — wektor współczynników regresji, a  $u_a$  — efekt obszaru  $a$ .

Ponieważ nie jest znana prawdziwa wartość stopy ubóstwa, a jej oszacowanie  $\hat{y}_a$ , przyjęto model regresji Faya-Herriota, który ma postać:

$$\hat{y}_a = x_a\beta + u_a + \epsilon_a, \quad (2)$$

gdzie  $\epsilon_a$  jest składnikiem losowym modelu.

Ze względu na fakt, że liczebności prób w ramach rozważanych obszarów są różne, bardzo często zdarza się, że  $u_a$  charakteryzuje się heteroskedastycznością. W takich przypadkach uogólniona metoda najmniejszych kwadratów (ang. *feasible generalized least squares, FGLS*), w której wykorzystuje się oszacowaną macierz wariancji-kowariancji, jest bardziej efektywna od klasycznej metody najmniejszych kwadratów. W klasycznym podejściu szacowania parametrów modelu regresji zakłada się bowiem homoskedastyczność składnika losowego.

Po oszacowaniu wektora współczynników regresji za pomocą FGLS, wynikowym estymatorem opartym na modelu Faya-Herriota jest najlepszy liniowy nieobciążony predyktor (ang. *empirical best linear unbiased predictor, EBLUP*) będący średnią ważoną estymatora bezpośredniego i syntetycznego wynikającego z przyjętego modelu:

$$\hat{\mu}_a = \hat{\gamma}_a\hat{y}_a + (1 - \hat{\gamma}_a)x_a\hat{\beta}, \quad (3)$$

gdzie  $\hat{\gamma}_a = \frac{\hat{\sigma}_v^2}{\hat{\sigma}_v^2 + \psi_a}$  oraz  $\hat{\sigma}_v^2$  jest oszacowaniem wariancji błędu losowego modelu, a  $\psi_a$  oszacowaniem wariancji estymatora bezpośredniego w danym obszarze. Na podstawie powyższego wzoru można zauważyć, że większa waga przypisana jest oszacowaniu bezpośredniemu w sytuacji, gdy wartość  $\psi_a$  jest mała.

Z literatury wynika [Rao 2003], że estymator tej postaci daje lepsze wyniki niż każdy z jego estymatorów składowych z osobna.

Błąd średniokwadratowy (ang. *mean square error*, *MSE*) estymatora EBLUP opartego na modelu Faya-Herriota obliczany jest za pomocą wzoru:

$$\text{MSE}(\hat{\mu}_a) = g_{1,a}(\hat{\sigma}_v^2) + g_{2,a}(\hat{\sigma}_v^2), \quad (4)$$

gdzie

$$g_{1,a}(\hat{\sigma}_v^2) = \hat{\sigma}_v^2 \psi_a / (\hat{\sigma}_v^2 + \psi_a) = \hat{\gamma}_a \psi_a \quad (5)$$

jest składnikiem opisującym błąd losowy oraz

$$g_{2,a}(\hat{\sigma}_v^2) = (1 - \hat{\gamma}_a)^2 x_a^T \left( \sum_a x_a x_a^T / (\hat{\sigma}_v^2 + \psi_a) \right)^{-1} x_a \quad (6)$$

składnikiem charakteryzującym zmienność wektora współczynników regresji w modelu Faya-Herriota.

Obliczono także wskaźnik „zysk na precyzji” wyrażony wzorem:

$$\text{Zysk na precyzji} = \frac{\sigma_a^{BEZP}}{\sigma_a^{EBLUP}}, \quad (7)$$

gdzie:  $\sigma_a^{BEZP}$  — błąd szacunku estymatora bezpośredniego,  $\sigma_a^{EBLUP}$  — błąd szacunku estymatora opartego na modelu Faya-Herriota.

Wskaźnik ten informuje o tym ile razy udało się zmniejszyć błąd szacunku przez zastosowanie estymatora EBLUP w stosunku do estymatora bezpośredniego.

## II. Wyniki oszacowań

W poniższej tabelicy znajdują się oceny uzyskane z wykorzystaniem estymatora bezpośredniego oraz wynikające z ostatecznie przyjętego modelu. Dodatkowo przedstawiony został zysk na precyzji określony jako iloraz błędu standardowego oceny bezpośredniej i błędu standardowego oceny EBLUP pokazujący ilokrotnie zmniejszony jest błąd standardowy w przypadku oceny na podstawie modelu w porównaniu z oceną bezpośrednią<sup>5</sup>.

Tablica 3. Oceny estymatorów zasięgu ubóstwa (w %) wraz z wartościami błędów standardowych (w punktach procentowych)

| Nazwa podregionu          | Ocena<br>bezpośrednia | Błąd<br>std. | Ocena<br>EBLUP | Błąd<br>std. | Zysk<br>na precyzji |
|---------------------------|-----------------------|--------------|----------------|--------------|---------------------|
| 1 — jeleniogórski         | 15,7                  | 3,4          | 17,1           | 1,7          | 2,00                |
| 2 — legnicko-głogowski    | 14,4                  | 3,8          | 14,5           | 1,6          | 2,34                |
| 3 — wałbrzyski            | 15,3                  | 2,9          | 20,5           | 1,9          | 1,55                |
| 4 — wrocławski            | 11,3                  | 3,2          | 12,6           | 1,6          | 1,96                |
| 5 — m. Wrocław            | 6,2                   | 1,9          | 7,5            | 1,4          | 1,30                |
| 6 — bydgosko-toruński     | 11,5                  | 2,9          | 12,1           | 1,5          | 1,98                |
| 7 — grudziądzki           | 26,1                  | 4,4          | 22,9           | 1,9          | 2,30                |
| 8 — włocławski            | 18,3                  | 3,9          | 22,6           | 1,9          | 2,08                |
| 9 — biały                 | 35,2                  | 6,0          | 29,4           | 2,2          | 2,76                |
| 10 — chełmsko-zamojski    | 34,7                  | 3,9          | 30,2           | 2,1          | 1,86                |
| 11 — lubelski             | 24,0                  | 3,9          | 18,5           | 2,1          | 1,86                |
| 12 — puławski             | 35,4                  | 4,9          | 29,5           | 2,1          | 2,33                |
| 13 — gorzowski            | 31,0                  | 6,1          | 16,4           | 2,2          | 2,79                |
| 14 — zielonogórski        | 21,7                  | 4,2          | 17,7           | 1,8          | 2,27                |
| 15 — łódzki               | 14,1                  | 3,5          | 15,1           | 1,8          | 1,92                |
| 16 — m. Łódź              | 13,9                  | 2,9          | 14,2           | 1,8          | 1,59                |
| 17 — piotrkowski          | 23,6                  | 3,7          | 21,6           | 1,8          | 2,02                |
| 18 — sieradzki            | 21,5                  | 4,3          | 24,4           | 1,8          | 2,38                |
| 19 — skierniewicki        | 21,5                  | 4,5          | 23,4           | 1,8          | 2,48                |
| 20 — krakowski            | 17,7                  | 3,9          | 17,4           | 2,0          | 1,99                |
| 21 — m. Kraków            | 8,4                   | 2,4          | 8,7            | 1,5          | 1,57                |
| 22 — nowosądecki          | 28,8                  | 4,7          | 23,2           | 2,3          | 2,05                |
| 23 — oświęcimski          | 12,0                  | 3,2          | 14,3           | 1,6          | 2,03                |
| 24 — tarnowski            | 40,9                  | 5,5          | 24,6           | 2,6          | 2,12                |
| 25 — ciechanowsko-płocki  | 18,2                  | 3,6          | 21,3           | 1,8          | 2,06                |
| 26 — ostrołęcko-siedlecki | 21,1                  | 3,4          | 25,7           | 1,8          | 1,87                |
| 27 — radomski             | 23,5                  | 3,8          | 24,5           | 2,0          | 1,93                |
| 28 — m. Warszawa          | 6,2                   | 1,3          | 6,3            | 1,1          | 1,16                |
| 29 — warszawski wschodni  | 12,8                  | 2,8          | 14,4           | 1,7          | 1,68                |
| 30 — warszawski zachodni  | 10,8                  | 2,1          | 10,3           | 1,4          | 1,47                |
| 31 — nyski                | 12,2                  | 3,4          | 16,5           | 1,8          | 1,86                |
| 32 — opolski              | 14,2                  | 3,7          | 11,5           | 1,8          | 2,01                |
| 33 — krośnieński          | 25,9                  | 5,1          | 24,1           | 1,9          | 2,73                |
| 34 — przemyski            | 28,6                  | 6,1          | 26,1           | 2,1          | 2,96                |
| 35 — rzeszowski           | 14,7                  | 3,2          | 18,0           | 1,7          | 1,85                |
| 36 — tarnobrzeski         | 19,7                  | 4,3          | 20,9           | 1,8          | 2,37                |

Ciąg dalszy tabelicy na kolejnej stronie

<sup>5</sup>Możliwe jest zwiększenie precyzji oszacowań tj. redukcja błędu standardowego poprzez wykorzystanie danych na poziomie powiatów.

Tablica 3 Oceny estymatorów zasięgu ubóstwa (cd.)

| Nazwa podregionu               | Ocena<br>bezpośrednia | Błąd<br>std. | Ocena<br>EBLUP | Błąd<br>std. | Zysk<br>na precyzji |
|--------------------------------|-----------------------|--------------|----------------|--------------|---------------------|
| 37 — białostocki               | 12,0                  | 4,2          | 13,4           | 1,7          | 2,50                |
| 38 — łomżyński                 | 21,4                  | 5,2          | 24,6           | 2,1          | 2,51                |
| 39 — suwalski                  | 18,5                  | 7,5          | 22,2           | 1,9          | 3,87                |
| 40 — gdański                   | 11,0                  | 2,9          | 11,9           | 1,7          | 1,75                |
| 41 — słupski                   | 29,7                  | 4,8          | 20,8           | 2,1          | 2,27                |
| 42 — starogardzki              | 17,3                  | 4,2          | 22,0           | 1,8          | 2,30                |
| 43 — trójmiejski               | 13,3                  | 3,6          | 7,4            | 1,9          | 1,85                |
| 44 — bielski                   | 10,5                  | 2,2          | 11,1           | 1,5          | 1,51                |
| 45 — bytomski                  | 24,1                  | 5,3          | 13,9           | 1,9          | 2,71                |
| 46 — częstochowski             | 15,2                  | 3,2          | 14,6           | 1,6          | 2,03                |
| 47 — gliwicki                  | 13,4                  | 3,8          | 14,1           | 1,7          | 2,20                |
| 48 — katowicki                 | 13,6                  | 2,6          | 14,6           | 1,6          | 1,66                |
| 49 — rybnicki                  | 10,1                  | 2,0          | 10,4           | 1,6          | 1,25                |
| 50 — sosnowiecki               | 9,5                   | 2,1          | 10,2           | 1,5          | 1,43                |
| 51 — tyski                     | 10,3                  | 2,9          | 9,9            | 1,6          | 1,85                |
| 52 — kielecki                  | 22,2                  | 3,5          | 21,3           | 1,8          | 1,98                |
| 53 — sandomiersko-jędrzejowski | 34,0                  | 5,9          | 29,8           | 2,0          | 2,91                |
| 54 — elbląski                  | 17,6                  | 4,0          | 20,7           | 1,8          | 2,21                |
| 55 — ełcki                     | 17,5                  | 6,3          | 20,8           | 1,8          | 3,39                |
| 56 — olsztyński                | 14,8                  | 3,4          | 17,2           | 1,8          | 1,89                |
| 57 — kaliski                   | 17,5                  | 3,5          | 16,7           | 1,7          | 2,11                |
| 58 — koniński                  | 21,3                  | 3,8          | 19,4           | 1,7          | 2,20                |
| 59 — leszczyński               | 18,0                  | 5,1          | 17,0           | 2,2          | 2,31                |
| 60 — pilski                    | 21,6                  | 5,7          | 19,8           | 1,9          | 2,97                |
| 61 — poznański                 | 13,4                  | 3,8          | 11,0           | 1,9          | 1,98                |
| 62 — m. Poznań                 | 7,7                   | 3,1          | 8,5            | 2,0          | 1,58                |
| 63 — koszaliński               | 21,9                  | 4,6          | 16,6           | 2,0          | 2,32                |
| 64 — stargardzki               | 17,3                  | 8,3          | 18,7           | 2,1          | 4,03                |
| 65 — m. Szczecin               | 11,6                  | 4,1          | 9,6            | 1,7          | 2,38                |
| 66 — szczeciński               | 16,5                  | 6,6          | 12,1           | 1,8          | 3,73                |
| Średnia                        | 18,4                  | 4,0          | 17,6           | 1,8          | 2,17                |
| Odchylenie standardowe         | 7,6                   | 1,3          | 6,0            | 0,2          | 0,57                |
| Minimum                        | 6,2                   | 1,3          | 6,3            | 1,1          | 1,16                |
| Dolny kwartył                  | 12,9                  | 3,2          | 12,8           | 1,7          | 1,86                |
| Mediana                        | 17,4                  | 3,8          | 17,2           | 1,8          | 2,04                |
| Górny kwartył                  | 21,9                  | 4,7          | 21,9           | 2,0          | 2,36                |
| Maksimum                       | 40,9                  | 8,3          | 30,2           | 2,6          | 4,03                |

Źródło: opracowanie własne.



### III. Diagnostyka modelu

Tablica 4. Diagnostyki przyjętego modelu

| Nazwa podregionu               | Reszty studentyzowane | Odległość Cook'a |
|--------------------------------|-----------------------|------------------|
| 24 — tarnowski                 | 3,785170              | 0,340618         |
| 13 — gorzowski                 | 3,375785              | 0,126827         |
| 3 — wałbrzyski                 | -1,877554             | 0,051898         |
| 43 — trójmiejski               | 1,527473              | 0,045307         |
| 45 — bytomski                  | 2,225665              | 0,042146         |
| 11 — lubelski                  | 1,306425              | 0,038598         |
| 12 — puławski                  | 1,407159              | 0,036669         |
| 41 — słupski                   | 1,832190              | 0,035360         |
| 5 — m. Wrocław                 | -0,881919             | 0,026292         |
| 62 — m. Poznań                 | -0,686129             | 0,023812         |
| 63 — koszaliński               | 1,272033              | 0,022216         |
| 9 — biały                      | 1,104535              | 0,021865         |
| 38 — łomżyński                 | -0,992233             | 0,021009         |
| 8 — wrocławski                 | -1,320620             | 0,020344         |
| 35 — rzeszowski                | -1,226269             | 0,019094         |
| 31 — nyski                     | -1,309021             | 0,019050         |
| 22 — nowosądecki               | 0,787829              | 0,018342         |
| 26 — ostrołęcko-siedlecki      | -1,341131             | 0,017904         |
| 10 — chełmsko-zamojski         | 0,954523              | 0,017579         |
| 42 — starogardzki              | -1,371881             | 0,016565         |
| 39 — suwalski                  | -1,085618             | 0,011273         |
| 1 — jeleniogórski              | -0,782915             | 0,009375         |
| 53 — sandomiersko-jędrzejowski | 0,770569              | 0,007641         |
| 44 — bielski                   | -0,561035             | 0,006986         |
| 18 — sieradzki                 | -0,875158             | 0,006724         |
| 54 — elbląski                  | -0,731300             | 0,006458         |
| 14 — zielonogórski             | 0,817455              | 0,006323         |
| 55 — ełcki                     | -0,945841             | 0,006304         |
| 23 — oświęcimski               | -0,827782             | 0,006302         |
| 25 — ciechanowsko-płocki       | -0,800022             | 0,006047         |
| 29 — warszawski wschodni       | -0,540244             | 0,005803         |
| 49 — rybnicki                  | -0,289025             | 0,005483         |
| 66 — szczeciński               | 0,848383              | 0,005412         |
| 56 — olsztyński                | -0,623284             | 0,005304         |
| 36 — tarnobrzeski              | -0,594862             | 0,005008         |
| 21 — m. Kraków                 | -0,408442             | 0,004838         |
| 61 — poznański                 | 0,453333              | 0,004809         |
| 28 — m. Warszawa               | -0,312453             | 0,004490         |
| 32 — opolski                   | 0,419622              | 0,004256         |
| 17 — piotrkowski               | 0,468784              | 0,004010         |
| 4 — wrocławski                 | -0,555919             | 0,003969         |
| 40 — gdański                   | -0,417905             | 0,003498         |
| 7 — grudziądzki                | 0,555327              | 0,003407         |
| 65 — m. Szczecin               | 0,473286              | 0,003291         |
| 27 — radomski                  | -0,316021             | 0,002877         |
| 37 — białostocki               | -0,526426             | 0,002867         |
| 48 — katowicki                 | -0,402249             | 0,002680         |
| 20 — krakowski                 | -0,290343             | 0,002408         |
| 64 — stargardzki               | -0,407320             | 0,002281         |

Ciąg dalszy tablicy na kolejnej stronie

Tablica 4 Diagnostyki przyjętego modelu (cd.)

| Nazwa podregionu         | Reszty studentyzowane | Odległość Cook'a |
|--------------------------|-----------------------|------------------|
| 19 — skierniewicki       | -0,441348             | 0,002116         |
| 47 — gliwicki            | -0,294489             | 0,001342         |
| 15 — łódzki              | -0,205710             | 0,001016         |
| 58 — koniński            | 0,289031              | 0,001010         |
| 34 — przemyski           | 0,198829              | 0,000678         |
| 6 — bydgosko-toruński    | -0,299259             | 0,000586         |
| 50 — sosnowiecki         | -0,153838             | 0,000425         |
| 46 — częstochowski       | 0,184759              | 0,000367         |
| 60 — pilski              | 0,185996              | 0,000338         |
| 52 — kielecki            | 0,147614              | 0,000297         |
| 30 — warszawski zachodni | 0,122384              | 0,000268         |
| 2 — legnicko-głogowski   | -0,134542             | 0,000154         |
| 33 — krośnieński         | 0,111647              | 0,000108         |
| 59 — leszczyński         | 0,058958              | 0,000086         |
| 51 — tyski               | -0,024165             | 0,000007         |
| 16 — m. Łódź             | 0,012600              | 0,000005         |
| 57 — kaliski             | -0,009511             | 0,000001         |

Źródło: opracowanie własne.

Z powyższej tablicy wynika, że rezultaty dla pewnych podregionów charakteryzują się wyższymi wartościami reszt studentyzowanych. Sytuacja taka występuje w szczególności dla podregionu tarnowskiego, gorzowskiego i bytomskiego. Badając reszty surowe, to znaczy różnice między oszacowaniem bezpośrednim i oszacowaniem wynikającym z modelu, dla wymienionych podregionów wielkości te przekraczają 10 p.proc. Wynika to z wartości wagi stojącej przy oszacowaniu bezpośrednim ( $\hat{\gamma}_a$ ), będącej ilorazem wariancji błędu losowego modelu oraz sumy wariancji błędu losowego modelu i wariancji estymatora bezpośredniego w danym obszarze. Oszacowania wariancji estymatorów bezpośrednich dla wymienionych podregionów należą do jednych z najwyższych wartości w populacji podregionów (por. Tablica 5). Z tego względu współczynnik  $\hat{\gamma}_a$  jest w tych podregionach mniejszy i większa waga w wynikowym estymatorze opartym na modelu Faya-Herriota przypisywana jest składnikowi syntetycznemu. Ze względu na konstrukcję wykorzystywanego w opracowaniu estymatora, który jest średnią ważoną oszacowania bezpośredniego (z wagą  $0 \leq \hat{\gamma}_a \leq 1$ ) i oceny syntetycznej modelu (z wagą  $1 - \hat{\gamma}_a$ ), wynikowe oceny wskaźnika zagrożenia ubóstwem znajdują się w przedziale wyznaczonym przez oszacowanie bezpośrednie i syntetyczne w danym podregionie (por. Tablica 5).

Tablica 5. Porównanie reszt surowych i błędów

| Nazwa podregionu          | Ocena<br>bezpośrednia | Błąd<br>std. | Ocena<br>części synt. | Błąd<br>std. | Reszty surowe<br>(bezp-synt) | Gamma  | Ocena<br>EBLUP | Błąd<br>std. | Reszty surowe<br>(bezp-EBLUP) |
|---------------------------|-----------------------|--------------|-----------------------|--------------|------------------------------|--------|----------------|--------------|-------------------------------|
| 1 — jeleniogórski         | 15,7                  | 3,430        | 17,4                  | 1,018        | -1,7                         | 0,1932 | 17,1           | 1,712        | -1,4                          |
| 2 — legnicko-głogowski    | 14,4                  | 3,829        | 14,5                  | 0,766        | -0,1                         | 0,1612 | 14,5           | 1,638        | -0,1                          |
| 3 — wałbrzyski            | 15,3                  | 2,924        | 22,0                  | 1,183        | -6,7                         | 0,2478 | 20,5           | 1,887        | -5,2                          |
| 4 — wrocławski            | 11,3                  | 3,175        | 12,9                  | 0,900        | -1,6                         | 0,2184 | 12,6           | 1,624        | -1,3                          |
| 5 — m. Wrocław            | 6,2                   | 1,882        | 8,4                   | 1,079        | -2,2                         | 0,4430 | 7,5            | 1,448        | -1,3                          |
| 6 — bydgosko-toruński     | 11,5                  | 2,897        | 12,3                  | 0,608        | -0,8                         | 0,2513 | 12,1           | 1,465        | -0,6                          |
| 7 — grudziądzki           | 26,1                  | 4,358        | 22,5                  | 1,137        | 3,6                          | 0,1292 | 22,9           | 1,894        | 3,2                           |
| 8 — wrocławski            | 18,3                  | 3,924        | 23,4                  | 1,173        | -5,1                         | 0,1547 | 22,6           | 1,884        | -4,4                          |
| 9 — bialski               | 35,2                  | 5,980        | 29,0                  | 1,380        | 6,2                          | 0,0730 | 29,4           | 2,165        | 5,8                           |
| 10 — chełmsko-zamojski    | 34,7                  | 3,894        | 29,5                  | 1,434        | 5,3                          | 0,1567 | 30,2           | 2,091        | 4,6                           |
| 11 — lubelski             | 24,0                  | 3,906        | 17,6                  | 1,380        | 6,4                          | 0,1559 | 18,5           | 2,101        | 5,5                           |
| 12 — puławski             | 35,4                  | 4,892        | 28,9                  | 1,351        | 6,5                          | 0,1053 | 29,5           | 2,096        | 5,8                           |
| 13 — gorzowski            | 31,0                  | 6,106        | 15,4                  | 1,155        | 15,6                         | 0,0703 | 16,4           | 2,192        | 14,6                          |
| 14 — zielonogórski        | 21,7                  | 4,197        | 17,2                  | 1,030        | 4,5                          | 0,1379 | 17,7           | 1,847        | 4,0                           |
| 15 — łódzki               | 14,1                  | 3,539        | 15,3                  | 1,218        | -1,2                         | 0,1836 | 15,1           | 1,844        | -1,0                          |
| 16 — m. Łódź              | 13,9                  | 2,852        | 14,2                  | 1,347        | -0,3                         | 0,2573 | 14,2           | 1,794        | -0,2                          |
| 17 — piotrkowski          | 23,6                  | 3,698        | 21,3                  | 1,141        | 2,3                          | 0,1708 | 21,6           | 1,832        | 2,0                           |
| 18 — sieradzki            | 21,5                  | 4,256        | 24,8                  | 1,013        | -3,3                         | 0,1346 | 24,4           | 1,789        | -2,9                          |
| 19 — skierniewicki        | 21,5                  | 4,540        | 23,6                  | 1,063        | -2,1                         | 0,1203 | 23,4           | 1,834        | -1,8                          |
| 20 — krakowski            | 17,7                  | 3,947        | 17,3                  | 1,385        | 0,3                          | 0,1531 | 17,4           | 1,986        | 0,3                           |
| 21 — m. Kraków            | 8,4                   | 2,380        | 8,8                   | 0,943        | -0,4                         | 0,3322 | 8,7            | 1,519        | -0,2                          |
| 22 — nowosądecki          | 28,8                  | 4,668        | 22,6                  | 1,526        | 6,2                          | 0,1145 | 23,2           | 2,273        | 5,6                           |
| 23 — oświęcimski          | 12,0                  | 3,196        | 14,9                  | 0,733        | -2,8                         | 0,2162 | 14,3           | 1,577        | -2,3                          |
| 24 — tarnowski            | 40,9                  | 5,518        | 23,3                  | 1,559        | 17,6                         | 0,0847 | 24,6           | 2,604        | 16,3                          |
| 25 — ciechanowsko-płocki  | 18,2                  | 3,628        | 21,9                  | 1,007        | -3,8                         | 0,1763 | 21,3           | 1,760        | -3,2                          |
| 26 — ostrołęcko-siedlecki | 21,1                  | 3,414        | 26,7                  | 1,095        | -5,6                         | 0,1947 | 25,7           | 1,827        | -4,6                          |
| 27 — radomski             | 23,5                  | 3,771        | 24,7                  | 1,368        | -1,1                         | 0,1654 | 24,5           | 1,956        | -1,0                          |

Ciąg dalszy tablicy na kolejnej stronie

Tablica 5 Porównanie reszt surowych i błędów (cd.)

| Nazwa podregionu               | Ocena<br>bezpośrednia | Błąd<br>std. | Ocena<br>części synt. | Błąd<br>std. | Reszty surowe<br>(bezp-synt) | Gamma  | Ocena<br>EBLUP | Błąd<br>std. | Reszty surowe<br>(bezp-EBLUP) |
|--------------------------------|-----------------------|--------------|-----------------------|--------------|------------------------------|--------|----------------|--------------|-------------------------------|
| 28 — m. Warszawa               | 6,2                   | 1,304        | 6,4                   | 0,983        | -0,1                         | 0,6236 | 6,3            | 1,127        | 0,0                           |
| 29 — warszawski wschodni       | 12,8                  | 2,773        | 14,9                  | 1,058        | -2,1                         | 0,2681 | 14,4           | 1,655        | -1,6                          |
| 30 — warszawski zachodni       | 10,8                  | 2,082        | 10,1                  | 0,947        | 0,8                          | 0,3939 | 10,3           | 1,415        | 0,5                           |
| 31 — nyski                     | 12,2                  | 3,411        | 17,4                  | 1,136        | -5,2                         | 0,1949 | 16,5           | 1,831        | -4,3                          |
| 32 — opolski                   | 14,2                  | 3,708        | 11,1                  | 1,028        | 3,1                          | 0,1701 | 11,5           | 1,843        | 2,7                           |
| 33 — krośnieński               | 25,9                  | 5,063        | 24,0                  | 1,022        | 1,9                          | 0,0990 | 24,1           | 1,858        | 1,8                           |
| 34 — przemyski                 | 28,6                  | 6,149        | 26,0                  | 1,282        | 2,6                          | 0,0693 | 26,1           | 2,079        | 2,5                           |
| 35 — rzeszowski                | 14,7                  | 3,155        | 18,8                  | 0,998        | -4,1                         | 0,2206 | 18,0           | 1,708        | -3,3                          |
| 36 — tarnobrzesci              | 19,7                  | 4,349        | 21,2                  | 1,090        | -1,4                         | 0,1296 | 20,9           | 1,837        | -1,2                          |
| 37 — białostocki               | 12,0                  | 4,180        | 13,6                  | 0,733        | -1,5                         | 0,1389 | 13,4           | 1,669        | -1,3                          |
| 38 — łomżyński                 | 21,4                  | 5,234        | 25,0                  | 1,381        | -3,6                         | 0,0933 | 24,6           | 2,084        | -3,2                          |
| 39 — suwalski                  | 18,5                  | 7,495        | 22,4                  | 1,031        | -4,0                         | 0,0478 | 22,2           | 1,935        | -3,8                          |
| 40 — gdański                   | 11,0                  | 2,891        | 12,1                  | 1,057        | -1,1                         | 0,2521 | 11,9           | 1,652        | -0,8                          |
| 41 — słupski                   | 29,7                  | 4,776        | 19,8                  | 1,161        | 9,9                          | 0,1099 | 20,8           | 2,105        | 8,9                           |
| 42 — starogardzki              | 17,3                  | 4,240        | 22,7                  | 1,058        | -5,4                         | 0,1355 | 22,0           | 1,844        | -4,7                          |
| 43 — trójmiejski               | 13,3                  | 3,581        | 6,2                   | 0,990        | 7,1                          | 0,1801 | 7,4            | 1,935        | 6,0                           |
| 44 — bielski                   | 10,5                  | 2,238        | 11,5                  | 0,996        | -1,0                         | 0,3600 | 11,1           | 1,480        | -0,7                          |
| 45 — bytomski                  | 24,1                  | 5,251        | 13,0                  | 0,723        | 11,1                         | 0,0927 | 13,9           | 1,935        | 10,2                          |
| 46 — częstochowski             | 15,2                  | 3,247        | 14,4                  | 0,825        | 0,7                          | 0,2109 | 14,6           | 1,599        | 0,6                           |
| 47 — gliwicki                  | 13,4                  | 3,808        | 14,2                  | 0,963        | -0,8                         | 0,1627 | 14,1           | 1,733        | -0,7                          |
| 48 — katowicki                 | 13,6                  | 2,611        | 15,0                  | 1,020        | -1,4                         | 0,2924 | 14,6           | 1,578        | -1,0                          |
| 49 — rybnicki                  | 10,1                  | 2,048        | 10,7                  | 1,424        | -0,6                         | 0,4018 | 10,4           | 1,641        | -0,4                          |
| 50 — sosnowiecki               | 9,5                   | 2,083        | 10,6                  | 1,043        | -1,1                         | 0,3937 | 10,2           | 1,457        | -0,7                          |
| 51 — tyski                     | 10,3                  | 2,941        | 9,8                   | 0,903        | 0,4                          | 0,2457 | 9,9            | 1,586        | 0,4                           |
| 52 — kielecki                  | 22,2                  | 3,462        | 21,1                  | 1,102        | 1,1                          | 0,1903 | 21,3           | 1,751        | 0,9                           |
| 53 — sandomiersko-jędrzejowski | 34,0                  | 5,857        | 29,5                  | 1,192        | 4,5                          | 0,0759 | 29,8           | 2,011        | 4,2                           |
| 54 — elbląski                  | 17,6                  | 4,014        | 21,1                  | 1,061        | -3,5                         | 0,1488 | 20,7           | 1,820        | -3,0                          |
| 55 — etcki                     | 17,5                  | 6,251        | 21,1                  | 0,937        | -3,6                         | 0,0673 | 20,8           | 1,846        | -3,4                          |

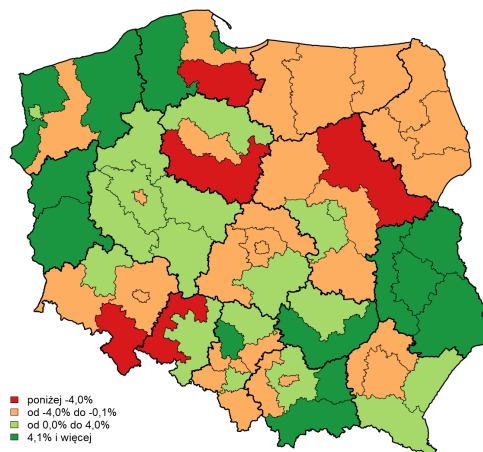
Ciąg dalszy tablicy na kolejnej stronie

Tablica 5 Porównanie reszt surowych i błędów (cd.)

| Nazwa podregionu       | Ocena<br>bezpośrednia | Błąd<br>std. | Ocena<br>części synt. | Błąd<br>std. | Reszty surowe<br>(bezp-synt) | Gamma  | Ocena<br>EBLUP | Błąd<br>std. | Reszty surowe<br>(bezp-EBLUP) |
|------------------------|-----------------------|--------------|-----------------------|--------------|------------------------------|--------|----------------|--------------|-------------------------------|
| 56 — olsztyński        | 14,8                  | 3,383        | 17,7                  | 1,138        | -2,9                         | 0,1975 | 17,2           | 1,785        | -2,4                          |
| 57 — kaliski           | 17,5                  | 3,537        | 16,6                  | 0,913        | 0,9                          | 0,1838 | 16,7           | 1,676        | 0,8                           |
| 58 — koniński          | 21,3                  | 3,821        | 19,1                  | 0,922        | 2,2                          | 0,1618 | 19,4           | 1,737        | 1,9                           |
| 59 — leszczyński       | 18,0                  | 5,103        | 16,9                  | 1,596        | 1,1                          | 0,0976 | 17,0           | 2,207        | 1,0                           |
| 60 — pilski            | 21,6                  | 5,743        | 19,6                  | 1,113        | 2,0                          | 0,0787 | 19,8           | 1,931        | 1,9                           |
| 61 — poznański         | 13,4                  | 3,849        | 10,6                  | 1,288        | 2,8                          | 0,1598 | 11,0           | 1,940        | 2,4                           |
| 62 — m. Poznań         | 7,7                   | 3,095        | 8,8                   | 1,516        | -1,2                         | 0,2273 | 8,5            | 1,962        | -0,9                          |
| 63 — koszaliński       | 21,9                  | 4,555        | 16,0                  | 1,169        | 6,0                          | 0,1196 | 16,6           | 1,965        | 5,3                           |
| 64 — stargardzki       | 17,3                  | 8,310        | 18,8                  | 1,215        | -1,4                         | 0,0392 | 18,7           | 2,062        | -1,4                          |
| 65 — m. Szczecin       | 11,6                  | 4,131        | 9,3                   | 0,840        | 2,3                          | 0,1417 | 9,6            | 1,735        | 2,0                           |
| 66 — szczeciński       | 16,5                  | 6,639        | 11,8                  | 0,687        | 4,6                          | 0,0601 | 12,1           | 1,779        | 4,4                           |
| Średnia                | 18,4                  | 4,018        | 17,6                  | 1,099        | 0,8                          | 0,1824 | 17,6           | 1,825        | 0,8                           |
| Odchylenie standardowe | 7,6                   | 1,333        | 6,0                   | 0,217        | 4,7                          | 0,1042 | 6,0            | 0,236        | 4,2                           |
| Minimum                | 6,2                   | 1,304        | 6,2                   | 0,608        | -6,7                         | 0,0392 | 6,3            | 1,127        | -5,2                          |
| Dolny kwartył          | 12,9                  | 3,180        | 12,9                  | 0,985        | -2,0                         | 0,1158 | 12,8           | 1,671        | -1,4                          |
| Mediana                | 17,4                  | 3,825        | 17,4                  | 1,062        | -0,4                         | 0,1615 | 17,2           | 1,833        | -0,2                          |
| Górny kwartył          | 21,9                  | 4,640        | 22,3                  | 1,209        | 2,8                          | 0,2179 | 21,9           | 1,952        | 2,5                           |
| Maksimum               | 40,9                  | 8,310        | 29,5                  | 1,596        | 17,6                         | 0,6236 | 30,2           | 2,604        | 16,3                          |

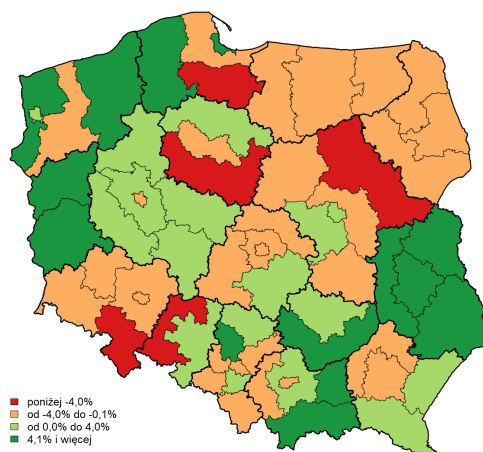
Źródło: opracowanie własne.

Poniżej przedstawiono kartogramy różnic między oszacowaniami wskaźnika zagrożenia ubóstwem między estymatorem bezpośrednim a syntetycznym oraz EBLUP odpowiednio. Ich celem było dokonanie analizy między oszacowaniami uzyskanymi dla różnych estymatorów pod kątem występowania ewentualnych prawidłowości systematycznych.



Rysunek 4. Reszty między oszacowaniami wskaźnika zagrożenia ubóstwem między estymatorem bezpośrednim a syntetycznym

Źródło: opracowanie własne.

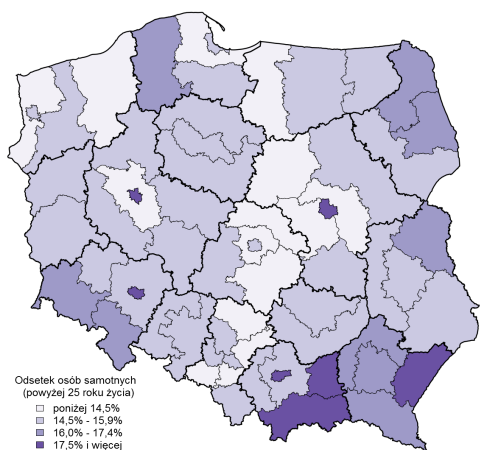


Rysunek 5. Reszty między oszacowaniami wskaźnika zagrożenia ubóstwem między estymatorem bezpośrednim a EBLUP

Źródło: opracowanie własne.

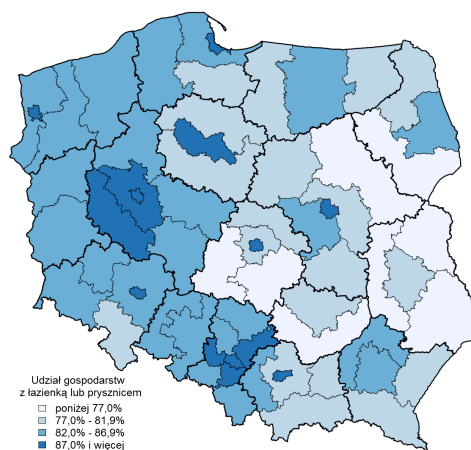
## IV. Terytorialne zróżnicowanie zmiennych objaśniających

Na poniższych kartogramach przedstawione zostało terytorialne zróżnicowanie zmiennych objaśniających wykorzystanych w zagadnieniu mapowania ubóstwa w Polsce.



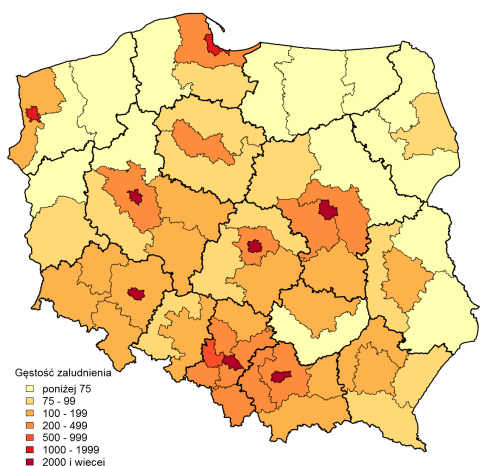
Rysunek 6. Odsetek osób samotnych (powyżej 25 roku życia)

Źródło: opracowanie własne.



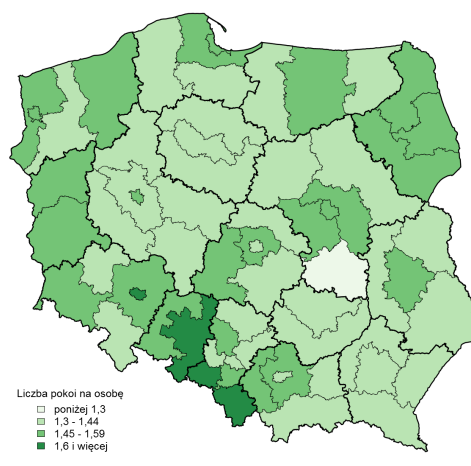
Rysunek 7. Udział gospodarstw z łazienką lub prysznicem

Źródło: opracowanie własne.



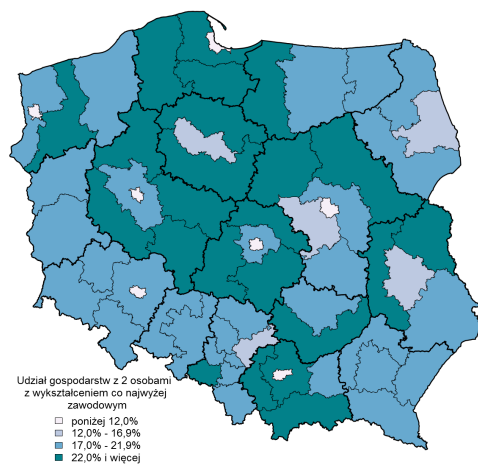
Rysunek 8. Gęstość zaludnienia

Źródło: opracowanie własne.



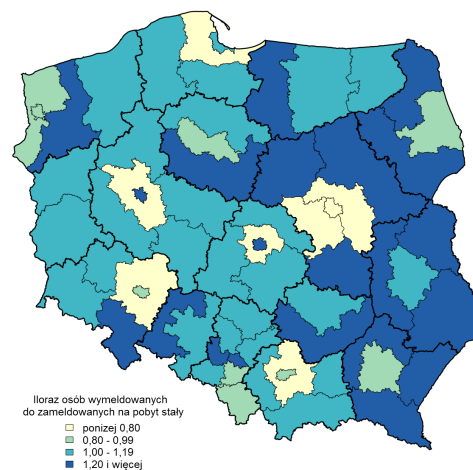
Rysunek 9. Liczba pokoi na osobę

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 10. Udział gospodarstw z 2 osobami z wykształceniem co najwyżej zawodowym

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 11. Iloraz osób wymeldowanych do zameldowanych na pobyt stały

Źródło: opracowanie własne.



## V. Analizowane modele

Poszukując najlepszego modelu kierowano się zależnością regresyjną wskaźnika zagrożenia ubóstwem od wybranych zmiennych objaśniających.

Poniżej przedstawiono ostateczny model i przykładowe trzy modele robocze.

| Model regresji liniowej   |               |           |         |         |     |
|---|---------------|-----------|---------|---------|-----|
| Ostatecznie przyjęty model                                      | $R^2$         | 63,29     | Stat. F | 16,96   |     |
|   | skoryg. $R^2$ | 59,56     | DF      | 59      |     |
|   | Współcz.      | Błąd std. | Stat. t | p-wart. |     |
| Stała   | 0,7437        | 0,2239    | 3,32    | 0,0015  | **  |
| Udział gosp. dom. z łazienką lub prysznicem                     | -0,7854       | 0,1606    | -4,89   | 0,0000  | *** |
| Udział samotnych pow. 25 roku życia                             | 1,3958        | 0,5209    | 2,68    | 0,0095  | **  |
| Liczba pokoi na osobę   | -0,1464       | 0,0768    | -1,91   | 0,0614  | .   |
| Udział gosp. dom. z 2os. z wykształcenia co najwyżej zawodowym  | 0,3031        | 0,1903    | 1,59    | 0,1166  |     |
| Migracje  | 0,0199        | 0,0327    | 0,61    | 0,5458  |     |
| Gęstość zal. mniejsza od 33perc.                                | 0,0187        | 0,0153    | 1,22    | 0,2285  |     |
| Kody istotności: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '.' 1 |               |           |         |         |     |

Innymi rozważanymi modelami były między innymi:

| Model regresji liniowej   |               |           |         |         |     |
|---|---------------|-----------|---------|---------|-----|
| Model I   | $R^2$         | 65,04     | Stat. F | 22,33   |     |
|   | skoryg. $R^2$ | 62,13     | DF      | 60      |     |
|   | Współcz.      | Błąd std. | Stat. t | p-wart. |     |
| Stała   | 0,9398        | 0,1785    | 5,26    | 0,0000  | *** |
| Udział gosp. dom. z łazienką lub prysznicem                     | -0,9228       | 0,1345    | -6,86   | 0,0000  | *** |
| Log populacji mniejszy od 33perc.                               | 0,0360        | 0,0125    | 2,89    | 0,0054  | **  |
| Udział samotnych pow. 25 roku życia                             | 1,1205        | 0,4525    | 2,48    | 0,0161  | *   |
| Liczba pokoi na osobę   | -0,1777       | 0,0704    | -2,52   | 0,0143  | *   |
| Udział pop. w wieku 0-14  | 0,5378        | 0,4082    | 1,38    | 0,1927  |     |
| Kody istotności: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '.' 1 |               |           |         |         |     |

## Model regresji liniowej

| Model II                                    | $R^2$         | 66,31     | Stat. F | 19,35   |     |
|---|---------------|-----------|---------|---------|-----|
|   | skoryg. $R^2$ | 62,88     | DF      | 59      |     |
|   | Współcz.      | Błąd std. | Stat. t | p-wart. |     |
| Stała                                       | 0,7116        | 0,2340    | 3,04    | 0,0035  | **  |
| Udział gosp. dom, z łazienką lub prysznicem | -0,8226       | 0,1492    | -5,51   | 0,0000  | *** |
| Udział samotnych pow. 25 roku życia         | 1,0321        | 0,4519    | 2,28    | 0,0260  | *   |
| Log populacji mniejszy od 33perc.           | 0,0320        | 0,0127    | 2,53    | 0,0142  | *   |
| Udział pop. w wieku 0-14                    | 0,8678        | 0,4610    | 1,88    | 0,0647  | .   |
| Liczba pokoi na osobę                       | -0,1402       | 0,0741    | -1,89   | 0,0634  | .   |
| Migracja                                    | 0,0513        | 0,0345    | 1,49    | 0,1421  |     |

Kody istotności: 0 (\*\*\*), 0,001 (\*\*), 0,01 (\*), 0,05 (.), 0,1 (.), 1

## Model regresji liniowej

| Model III   | $R^2$         | 64,89     | Stat. F | 18,18   |     |
|---|---------------|-----------|---------|---------|-----|
|   | skoryg. $R^2$ | 61,32     | DF      | 59      |     |
|   | Współcz.      | Błąd std. | Stat. t | p-wart. |     |
| Stała   | 0,7945        | 0,1847    | 4,30    | 0,0000  | *** |
| Udział gosp. dom. z łazienką lub prysznicem       | -0,8420       | 0,1419    | -5,93   | 0,0000  | *** |
| Udział samotnych pow. 25 roku życia               | 1,2669        | 0,4713    | 2,69    | 0,0093  | **  |
| Udział gosp. dom. z 2os. z wykształcen. zawodowym | 0,4624        | 0,2000    | 2,31    | 0,0243  | *   |
| Liczba pokoi na osobę                             | -0,1358       | 0,0753    | -1,80   | 0,0765  | .   |
| Migracje  | 0,0289        | 0,0323    | 0,89    | 0,3749  |     |
| Gęst. zal. mniejsza od 33perc.                    | 0,0223        | 0,0146    | 1,53    | 0,1319  |     |

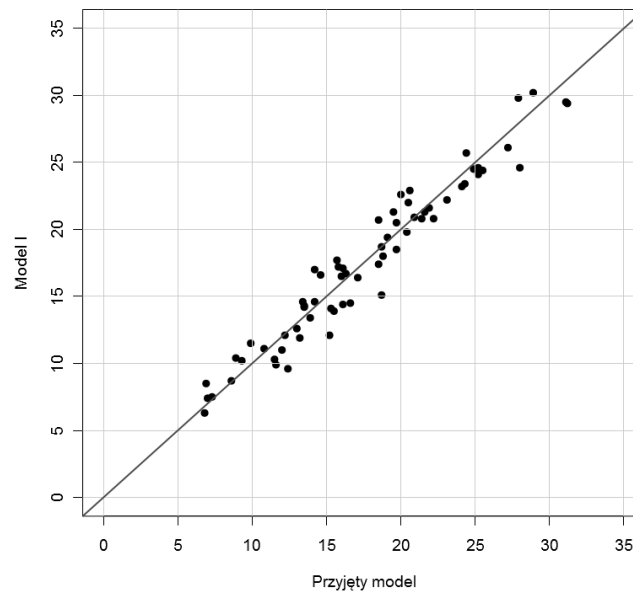
Kody istotności: 0 (\*\*\*), 0,001 (\*\*), 0,01 (\*), 0,05 (.), 0,1 (.), 1

Na podstawie modeli opisanych powyżej obliczono oszacowania oparte na modelu Faya-Herriota. Wyniki charakteryzują się dużą stabilnością, różnice między oszacowaniami są niewielkie (por. Tablica 6 oraz Rysunek 12, 13 i 14).

Tablica 6. Statystyki opisowe rozważanych modeli

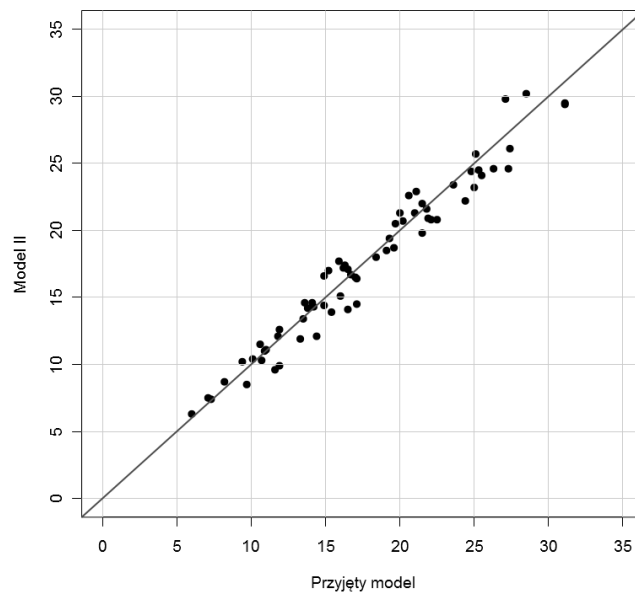
| Model  | Dolny   |         |         | Średnia | Górny   |          |
|--|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
|  | Minimum | kwartył | Mediana |         | kwartył | Maksimum |
| <b>Oszacowania na podstawie modelu Faya-Herriota (%)</b>         |         |         |         |         |         |          |
| Oszac. bezp.   | 6,2     | 12,9    | 17,4    | 18,4    | 21,8    | 40,9     |
| Przyjęty model   | 6,3     | 12,8    | 17,2    | 17,6    | 21,9    | 30,2     |
| Model I  | 6,8     | 13,4    | 17,0    | 17,7    | 21,5    | 31,1     |
| Model II   | 6,1     | 13,5    | 16,9    | 17,8    | 21,7    | 31,1     |
| Model III  | 6,2     | 12,6    | 17,6    | 17,5    | 21,4    | 30,0     |
| <b>Współczynniki zmienności (%)</b>                              |         |         |         |         |         |          |
| Oszac. bezp.   | 11,21   | 19,28   | 21,62   | 23,42   | 26,54   | 47,93    |
| Przyjęty model   | 6,75    | 8,54    | 10,88   | 11,53   | 13,25   | 26,15    |
| Model I  | 6,71    | 8,84    | 10,34   | 11,52   | 12,99   | 27,81    |
| Model II   | 6,13    | 7,74    | 9,50    | 10,58   | 12,19   | 23,18    |
| Model III  | 6,54    | 8,57    | 10,60   | 11,34   | 12,98   | 26,13    |
| <b>Waga <math>\hat{\gamma}_a</math> przy oszac. bezpośrednim</b> |         |         |         |         |         |          |
| Przyjęty model   | 0,0392  | 0,1158  | 0,1615  | 0,1824  | 0,2179  | 0,6236   |
| Model I  | 0,0415  | 0,1220  | 0,1697  | 0,1908  | 0,2282  | 0,6376   |
| Model II   | 0,0303  | 0,0911  | 0,1284  | 0,1481  | 0,1757  | 0,5590   |
| Model III  | 0,0364  | 0,1081  | 0,1513  | 0,1719  | 0,2050  | 0,6053   |

Źródło: opracowanie własne.



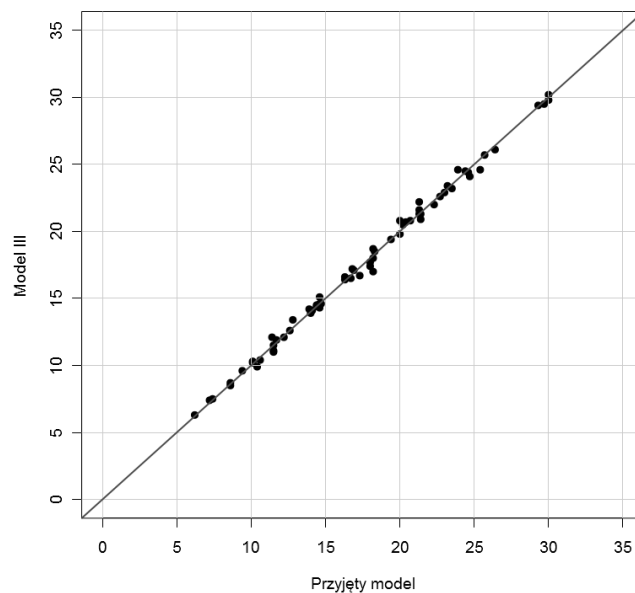
Rysunek 12. Wykres rozrzutu oszacowań uzyskanych na podstawie modelu I i modelu przyjętego

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 13. Wykres rozrzutu oszacowań uzyskanych na podstawie modelu II i modelu przyjętego

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 14. Wykres rozrzutu oszacowań uzyskanych na podstawie modelu III i modelu przyjętego

Źródło: opracowanie własne.

## Spis rysunków

|    |   |    |
|----|---|----|
| 1  | Oszacowanie wskaźnika zagrożenia ubóstwem na poziomie województw . . . . .  | 7  |
| 2  | Wskaźnik zagrożenia ubóstwem na poziomie podregionów na podstawie ostatecznie przyjętego modelu w 4-stopniowej skali barw . . . . . | 11 |
| 3  | Wskaźnik zagrożenia ubóstwem na poziomie podregionów na podstawie ostatecznie przyjętego modelu w 7-stopniowej skali barw . . . . . | 12 |
| 4  | Reszty między oszacowaniami wskaźnika zagrożenia ubóstwem między estymatorem bezpośrednim a syntetycznym . . . . .                  | 22 |
| 5  | Reszty między oszacowaniami wskaźnika zagrożenia ubóstwem między estymatorem bezpośrednim a EBLUP . . . . .                         | 22 |
| 6  | Odsetek osób samotnych (powyżej 25 roku życia) . . . . .  | 23 |
| 7  | Udział gospodarstw z łazienką lub prysznicem . . . . .  | 23 |
| 8  | Gęstość zaludnienia . . . . .   | 23 |
| 9  | Liczba pokoi na osobę . . . . .   | 23 |
| 10 | Udział gospodarstw z 2 osobami z wykształceniem co najwyżej zawodowym . . . . .   | 24 |
| 11 | Iloraz osób wymeldowanych do zameldowanych na pobyt stały . . . . .   | 24 |
| 12 | Wykres rozrzutu oszacowań uzyskanych na podstawie modelu I i modelu przyjętego . . . . .  | 27 |
| 13 | Wykres rozrzutu oszacowań uzyskanych na podstawie modelu II i modelu przyjętego . . . . .   | 28 |
| 14 | Wykres rozrzutu oszacowań uzyskanych na podstawie modelu III i modelu przyjętego . . . . .  | 28 |

## Spis tablic

|   |  |    |
|---|--|----|
| 1 | Maksymalne wartości wskaźnika zagrożenia ubóstwem . . . . .  | 12 |
| 2 | Minimalne wartości wskaźnika zagrożenia ubóstwem . . . . .   | 12 |
| 3 | Oceny estymatorów zasięgu ubóstwa (w %) wraz z wartościami<br>błędów standardowych (w punktach procentowych) . . . . . | 15 |
| 4 | Diagnostyki przyjętego modelu . . . . .  | 17 |
| 5 | Porównanie reszt surowych i błędów . . . . .   | 19 |
| 6 | Statystyki opisowe rozważanych modeli . . . . .  | 27 |

## Bibliografia

- [1] Bedi, T., Coudouel, A., Simler, K. (2007), *More Than A Pretty Picture. Using Poverty Maps to Design Better Policies and Interventions*, The World Bank, Washington.
- [2] GUS (2012), *Dochody i warunki życia ludności (raport z badania EU-SILC 2011)*, Zakład Wydawnictw Statystycznych, Warszawa.
- [3] GUS (2013), *Jakość życia. Kapitał społeczny, ubóstwo i wykluczenie społeczne w Polsce*, Zakład Wydawnictw Statystycznych, Warszawa.
- [4] Rao J.N.K. (2003), *Small Area Estimation*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.